This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

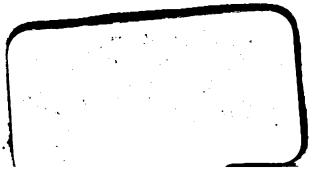
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

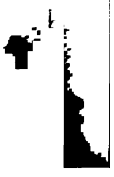
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06642814 9





VGK

ZSAK

VGK

ZSAK

Milan T. Zsakula

Gleichstrommessungen.

Gleichstrommessungen.

Handbuch

für

Studierende und Ingenieure.

Für den praktischen Gebrauch bearbeitet

von

Milan T. Zsakula,

Dipl. Maschineningenieur,

Assistent an der Königl. techn. Hochschule in Budapest.

Berlin SW. 61

Louis Marcus Verlagsbuchhandlung

1901.

its

Zsakula.

THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY
250317
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS.
R 190[illegible] L.

Alle Rechte vorbehalten.

Druck von E. Buchbinder in Neu-Ruppin.

Dem Andenken meines Gönners

Simeon Gyorgyevits

dankbarst gewidmet.

Milan T. Zsakula.

Vorwort.

Mit vorliegendem Werke war ich bestrebt ein Hülfsbuch zu schaffen, welches sowohl den Studirenden, welche mit der elektrischen Messkunde sich vertraut machen wollen, als auch jenen Technikern und Ingenieuren, welche keine Elektrotechniker sind, jedoch in ihrer praktischen Thätigkeit elektrische Messungen öfters auszuführen haben, ein verlässlicher Rathgeber sein soll. Die Behandlung des Stoffes ist dementsprechend eine solche, dass sie auch jenen, welche am Anfange ihrer elektrotechnischen Studien stehen, ohne grosse Mühe verständlich ist. Die langen mathematischen Abhandlungen, sowie die, die Aufmerksamkeit vom Gegenstande ablenkenden Abschweifungen habe ich möglichst zu vermeiden gesucht. Ich war bemüht, die verschiedenen Schaltungsweisen und die Berechnungen der gesuchten Grössen aus den gemessenen Werthen klar und übersichtlich zu behandeln. Ausführliche Beschreibungen von Apparaten und Einrichtungen habe ich nicht für nöthig gehalten, da diese in der Fachliteratur so zahlreich und vollkommen erschienen sind, dass ihre Auffindung in gegebenen Fällen Niemandem Schwierigkeiten bereitet, vielmehr suchte ich in concreten Fällen auf jene Umstände die Aufmerksamkeit zu lenken, welche die Genauigkeit der Messwerthe beeinflussen können.

Von der Literatur haben mir die Werke von Kittler, Grunmach, G. Wiedemann, F. Kohlrausch und Heydweiller werthvolle Unterstützung gewährt. An dieser Stelle drücke ich auch meinen verehrten Professoren Karl Zipernowsky und Franz Wittmann für ihre vielfachen Anregungen meinen verbindlichsten Dank aus.

Es erübrigt mir noch der Verlagsbuchhandlung Louis Marcus in Berlin meinen besten Dank auszusprechen, welche keine Mühe gescheut hat, das Buch würdig auszustatten.

Budapest, im August 1901.

Milan T. Zsakula.

Inhaltsverzeichniss.

Seite

I. Kapitel. **Mechanik** . . . . . 1—52

Drehende Bewegung 4
Die Kraft und die Arbeit 8
Der Arbeitseffect 19
Drehungsmoment und Trägheitsmoment 20
Oberfläche, Inhalt und Trägheitsmoment verschiedener Körper 22
Pendelnde Bewegungen 27
Das Potential 35
Niveauflächen und Kraftlinien 50

II. Kapitel. **Magnetismus** . . . . . 53—75

Permeabilität. Die magnetomotorische Kraft. Magnetische Induction 65
Hysteresis. Remanenter Magnetismus. Coercitivkraft . 70

III. Kapitel. **Der elektrische Strom und seine Wirkungen** 76—105

IV. Kapitel. **Elektricitätsquellen. Galvanische Elemente. Secundäre Elemente. Thermoelemente. Dynamomaschinen** . . . . . 106—129

V. Kapitel. **Der elektrische Widerstand** . . . . . 129—189

Widerstandsmessungen 132
Methoden zur Bestimmung von Widerständen. Substitutionsmethode 137
Widerstandsmessen durch Strom- und Spannungsmessung 138
Bestimmung des Widerstandes eines Galvanometers . 140
Bestimmung des Widerstandes einer Batterie 141
Nullmethoden 142
Wheatstone'sche Brücke 145

Seite

Widerstandskasten als Wheatstone'sche Brücke . . . 149
Messbrücke von Kirchhoff 150
Messbrücke von Elliot 152
Messapparat von Hartmann & Braun 153
Universalgalvanometer von Siemens & Halske 155
Bestimmung sehr kleiner Widerstände 159
Widerstandsbestimmung mittelst des Messdrahtes. Methode Matthiessen und Hockin 160
Methode von W. Thomson 162
Bestimmung von Flüssigkeitswiderständen 163
Widerstandsbestimmung mit Hilfe von Wechselströmen 165
Widerstand galvanischer Elemente 170
Verallgemeinerte Wheatstone'sche Brücke nach O. Frölich 172
Isolationsmessungen 176
Bestimmung des Widerstandes eines Galvanometers nach W. Thomson 182
Drahtcalibrirung 183
Bestimmung des specifischen Widerstandes und des Leitungsvermögens 186

VI. Kapitel. **Strommessungen** . . . . . 189—223

Messen der Stromstärke mittelst der Tangentenbussole . 191
Bestimmung des Reductionsfactors 193
Anwendung eines Nebenschlusses bei der Strommessung 195
Messung der Stromstärke mittelst einer bekannten elektromotorischen Kraft 197
Torsionsgalvanometer von Siemens & Halske 199
Strommessung mit dem Spiegelgalvanometer 202
Das Differentialgalvanometer 205
Galvanometer mit beweglicher Spule und fixen Magneten 206
Elektrodynamometer 207
Voltameter 210
Das Silbervoltameter 212
Das Kupfervoltameter 213
Das Wasservoltameter 215
Bestimmung der Grösse der Ablenkung einer Galvanometernadel 218
Calibriren von Strommessern 222

VII. Kapitel. **Spannungsmessungen** . . . . . 223—244

Elektrodynamische Spannungsvergleichung. Ohm'sche Methode 226
Compensationsmethoden 228

Seite

Compensationsmethode Poggendorff-Dubois-Reymond . 228
Spannungsmessung mit dem Universalgalvanometer . . 231
Spannungsmessung mit dem Universalwiderstandskasten 232
Methode von L. Clark 233
Torsionsgalvanometer 235
Calibriren eines Voltmeters 239
Bestimmung der gegenelektromotorischen Kraft einer Zersetzungszelle 239
Galvanische Elemente. Normalelemente 241
Elemente für Hilfsbatterien 242
Trockenelemente 244

VIII. Kapitel. **Capacitätsbestimmungen** . . . . . 244—259

Bestimmung der Capacität eines Condensators 247
Bestimmung der Capacität nach Klemenčič und Himstedt 249
Capacitätsbestimmung nach Maxwell 250
Messung der Capacität nach W. Siemens 251
Vergleichung zweier Capacitäten 253
Capacitätenvergleichung mittelst der Wheatstone'schen Brücke nach de Sauty 255
Methode von W. Thomson 257
Berechnung von Capacitäten aus den geometrischen Ausmessungen 258

IX. Kapitel. **Bestimmung von Inductionscoefficienten** . 259—272

Bestimmung des Selbstinductionscoefficienten durch Widerstands- und Zeitmessung 262
Vergleichung zweier Selbstinductionscoefficienten nach Maxwell 264
Bestimmung des Selbstinductionscoefficienten durch Capacitätsmessung 265
Bestimmung des gegenseitigen Inductionscoefficienten . 267
Maxwell's Methode zur Vergleichung eines Selbstinductionscoefficienten mit einem gegenseitigen Inductionscoefficienten 268
Vergleichung von gegenseitigen Inductionscoefficienten . 270
Berechnungsformeln der Inductionscoefficienten . . . 271

Anhang. **Photometrie** . . . . . 272—286

Einheiten der Lichtstärke 274
Photometer 278
Photometriren von Glüh- und Bogenlampen 282

Seite

Tabellen . . . . . 287—296

Quadrate, Quadratwurzel etc. 289

Trigonometrische Zahlen 291

Relatives Leitungsvermögen von wässerigen Lösungen bei 18° C auf Quecksilber von 0° C bezogen. Temperaturcoefficient 293

Specifischer Widerstand. Relatives Leitungsvermögen bei 0° C bezogen auf Quecksilber von 0° C. Temperaturcoefficient. Specifischer Widerstand von Isolatoren 294

Aequivalentgewichte und elektrochemische Aequivalente der einzelnen Elemente 294

Zahlen und Constanten 296

I. Kapitel.

Mechanik.

Die allgemeinste Naturerscheinung ist die Bewegung. Die Erde dreht sich um ihre Axe und somit drehen, das heisst bewegen sich alle auf ihr befindliche Körper im Raume. Wenn man von Ruhestand spricht, so kann dies nur ein relativer sein. So z. B. kann ein Körper zur Erde genommen sich in Ruhe befinden, trotzdem er an den Bewegungen der Erde theilnimmt. Zwei Körper sind relativ in Ruhe, wenn sich ihre gegenseitige Lage nicht ändert.

Die Bewegungen sind verschieden. Bewegen sich alle materiellen Punkte eines Körpers zu einander parallel in derselben Richtung, so ist die Bewegung eine fortlaufende. Bei der rotirenden oder drehenden Bewegung bewegen sich die materiellen Punkte des Körpers in solchen concentrischen Kreisen, deren gemeinsame Mittelpunkte in einer Geraden, in der sog. Drehungsaxe liegen. Diese zwei verschiedenen Bewegungen lassen sich combiniren. In diesem Falle verändert sich die Lage der Drehaxe und die Bewegung ist eine rollende.

Die Bewegung ist völlig bestimmt, wenn man den Weg s kennt, welchen der Körper im Zeitraume t beschreibt. Sind $t_1, t_2, t_3 \ldots$ verschiedene Zeiträume, unter welchen die zurückgelegten Wege durch $s_1, s_2, s_3 \ldots$ ausgedrückt sind, und ist

$$\frac{s_1}{t_1} = \frac{s_2}{t_2} = \frac{s_3}{t_3} = c \ldots$$

so ist die Bewegung eine gleichförmige. c ist die Geschwindigkeit des Körpers und ist sie numerisch mit dem Verhältnisse des Weges und des dazu nöthigen Zeitraumes gleich.

Sind die Zeitintervallen $t_1, t_2, t_3 \ldots$ einander gleich, die zurückgelegten Wege $s_1, s_2, s_3 \ldots$ aber verschieden, so sind die betreffenden Verhältnisse auch verschieden d. h.

$$c_1 = \frac{s_1}{t_1} \qquad c_2 = \frac{s_2}{t_2} \qquad c_3 = \frac{s_3}{t_3} \ldots$$

und die Bewegung ist eine ungleichförmige.

Ist überhaupt bei einer ungleichförmigen Bewegung für die Zurücklegung des Weges s eine Zeit von t nöthig, so ist

$$c = \frac{s}{t}$$

die mittlere Geschwindigkeit des Körpers. Diese Geschwindigkeit ist überhaupt sehr verschieden bei ein und demselben Körper, da man in der Wahl des Zeitraumes t willkürlich verfahren kann. Hat man aber schon einen Zeitraum gewählt, so ist der Weg s auch schon bestimmt, da s immer diesen Weg bedeutet, welchen der Körper unter der Zeit t zurücklegt.

Ist $\triangle s$ die Länge des unter dem Zeitraume $\triangle t$ zurückgelegten Weges, so ist die diesbezügliche mittlere Geschwindigkeit $\frac{\triangle s}{\triangle t}$. Wird der Werth von $\triangle t$ im Sinne der Differentialrechnung unendlich klein, dann ist der Grenzwerth von $\frac{\triangle s}{\triangle t}$ die Geschwindigkeit des Körpers am Ende des Zeitraumes t, d. h.

$$v = \text{limes} \frac{\triangle s}{\triangle t} = \frac{ds}{dt}$$

Aus dieser Gleichung bekommt man, dass

$$ds = v\,dt \text{ und integrirt}$$

$$\int_0^s ds = v \int_0^t dt + c, \text{ daraus folgt der Werth des}$$

zurückgelegten Weges:

$$s = vt + c, \text{ wo } c \text{ eine Constante bedeutet.}$$

c ist gleich Null, wenn der Körper ursprünglich in Ruhe war.

$$v = \frac{s}{t}$$

$v = 1$, wenn $s = 1$ und $t = 1$ ist, d. h. die Einheit der Geschwindigkeit besitzt dann ein Körper, wenn er in der Zeit-

einheit die Einheit des Weges zurücklegt. Im CGS-System ist die Längeneinheit das Centimeter, die Masseneinheit das Gramm und die Zeiteinheit die Secunde. Dies in Betracht nehmend, hat ein Körper die Einheit der Geschwindigkeit, wenn er in einer Secunde ein Centimeter Weglänge zurücklegt. Die Dimension der Geschwindigkeit kann demnach folgendermassen ausgedrückt werden:

$$[v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{1 \text{ Centimeter}}{1 \text{ Secunde}}$$

$$[v] = \text{cm sec}^{-1}.$$

Wenn die Geschwindigkeit v des Körpers constant ist, dann ist die Bewegung, wie wir schon gesehen haben, gleichförmig. Bei der ungleichförmigen Bewegung kann man zwei Fälle unterscheiden, je nachdem die Geschwindigkeit des Körpers während eines Zeitraumes zunimmt oder kleiner wird. Im ersten Falle ist von einer Beschleunigung, im zweiten aber von einer Verzögerung die Rede.

Verändert sich die Geschwindigkeit des Körpers im Zeitraume $\triangle t$ mit $\triangle v$, so ist der Grenzwerth von $\frac{\triangle v}{\triangle t}$ die Beschleunigung des Körpers, vorausgesetzt, dass $\triangle v$ positiv ist. Im entgegengesetzten Falle ist der obige Grenzwerth eine Verzögerung. Bezeichnet man die Beschleunigung mit p, dann steht

$$p = \text{limes} \frac{\triangle v}{\triangle t} = \frac{dv}{dt}.$$

Da aber

$$v = \frac{ds}{dt} \text{ ist}$$

$$p = \frac{d^2 s}{dt^2} \text{ im absoluten Werthe.}$$

Die Zeit eliminirt bekommt man folgenden Ausdruck:

$$dt = \frac{ds}{v},$$

$$\text{folglich} \quad p = \frac{dv}{dt} = \frac{v dv}{ds}.$$

Wenn $p = c$ wo c constant ist, dann ist die Bewegung eine gleichförmig beschleunigte.

Die Einheit der Beschleunigung besitzt der Körper in dem Falle, wenn seine Geschwindigkeit in der Zeiteinheit mit der Einheit grösser wird, d. h. im CGS-System, wenn die Geschwindigkeit per Secunde mit einem Centimeter wächst.

Bezeichnet man die Dimension der Beschleunigung mit $[p]$, so ist

$$[p] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{\text{cm sec}^{-1}}{\text{sec}} = \text{cm sec}^{-2}.$$

Die Bewegung des freifallenden Körpers ist eine gleichförmig beschleunigte. Diese Beschleunigung ist an verschiedenen Orten verschieden, an ein und demselben Orte aber constant. Die folgende Tabelle*) enthält die Werthe der Beschleunigungen, welche ein Körper an verschiedenen Punkten der Erde besitzt. Die Beschleunigung eines Körpers, welcher in Folge der Anziehungskraft der Erde frei fällt, wird allgemein durch g bezeichnet.

Ort	g	Ort	g	Ort	g
Aequator . .	978·10	München . .	980·81	Berlin . . .	981·28
Madrid . . .	980·10	Wien . . .	980·88	Christiania .	981·89
Neapel . . .	980·26	Budapest . .	980·88	Stockholm .	981·85
Konstantinopel	980·27	Paris . . .	980·96	St. Petersburg	981·89
Rom	980·36	Brüssel . . .	981·14	Pol	983·18
Bern	980·70	London. . .	981·21		

Aus dieser Tabelle sieht man, dass der Werth von g um so grösser wird, je grösser die geographische Breite des betreffenden Ortes ist. Ausserdem hängt dieser Werth von der Höhe ab, welche der Ort über der Meeresoberfläche besitzt.

Drehende Bewegung.

Dreht sich ein Körper um eine feste Axe, so bewegen sich seine materiellen Punkte in solchen Ebenen, welche auf die Axe senkrecht sind. Jeder materielle Punkt beschreibt bei

*) S. Grunmach: Lehrbuch der magn. u. el. Maasseinheiten etc.

dieser Bewegung eine Kreisbahn, deren Mittelpunkt in der Drehungsaxe liegt.

Betrachten wir einen materiellen Punkt, welcher um eine feste Axe in drehender Bewegung sich befindet.

Wenn die Axe senkrecht zur Papierebene steht, dann kann sie durch einen Punkt dargestellt werden. Sei dieser Punkt a in Fig. 1. Der materielle Punkt befinde sich in der Einheit der Entfernung senkrecht zur Axe gemessen. Es ist also $ab = 1$. b ist die Lage des Punktes in einem gewissen Zeitpunkte. Nehmen wir an, dass der Punkt sich gleichförmig bewegt, und dass er nach dem Zeitraume t in b_1 sich befindet. Der zurückgelegte Weg ist demnach $b\,b_1$. Da aber hier die Bahn eine kreisförmige ist, misst man den Weg in Graden, und zwar in unserem Falle ist der Weg durch diesen Winkel gegeben, welchen die Radien ab und ab_1 mit einander einschliessen. Nennen wir diesen Winkel α.

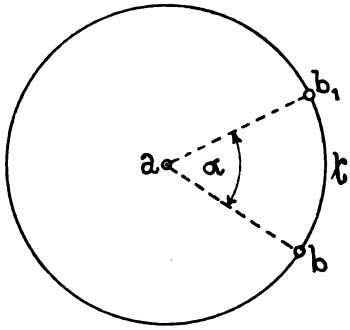


Fig. 1.

Die Winkelgeschwindigkeit nennt man nun jenes Verhältniss, welches zwischen α und t besteht, d. h.

$$\omega = \frac{\alpha}{t} = \text{const.},$$

wo ω die Winkelgeschwindigkeit bedeutet.

Wenn der Radius die Einheit ist, dann ist der Kreisumfang $2\,\pi$. Ist T Zeitraum nöthig, dass der materielle Punkt diese Kreisbahn beläuft, dann kann die Winkelgeschwindigkeit auch folgendermassen ausgedrückt werden:

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T} = \text{const.}$$

In diesen Fällen setzten wir voraus, dass die Bewegung eine gleichförmige ist.

Sind verschiedene materielle Punkte von der Drehungsaxe O r_1 r_2 r_3 ... entfernt, und ist die Winkelgeschwindigkeit ω constant (Fig. 2), dann ist die Geschwindigkeit der einzelnen Punkte

$$v_1 = r_1 \omega;\ v_2 = r_2 \omega;$$
$$v_3 = r_3 \omega;\ \ldots$$

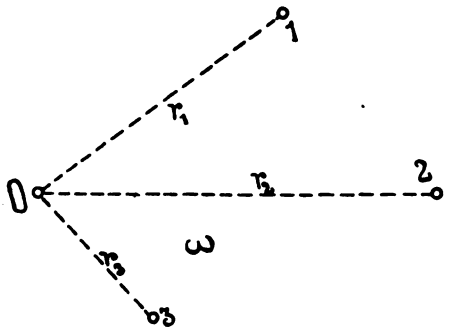


Fig. 2 u. 9.

Die rotirende Bewegung kann der fortlaufenden Bewegung ähnlich, auch ungleichförmig sein. In diesem Falle wird die Winkelgeschwindigkeit folgenden Ausdruck haben.

Ist bei einer ungleichförmigen drehenden Bewegung dt Zeit nöthig, um den Winkel $d\varphi$ zu beschreiben, dann ist die Winkelgeschwindigkeit durch

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

gegeben. Oder anders ausgedrückt, wenn zur Zurücklegung des Weges $\triangle\varphi$ die Zeit $\triangle t$ nöthig ist, dann nennt man Winkelgeschwindigkeit bei einer ungleichförmigen rotirenden Bewegung jenen Grenzwerth, welchen $\frac{\triangle\varphi}{\triangle t}$ annimmt, wenn $\triangle t$ unendlich klein wird:

$$\omega = \text{limes}\ \frac{\triangle\varphi}{\triangle t} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Wir sahen, dass

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

ist, wo die Bedeutung der einzelnen Buchstaben schon bekannt ist. Wenn wir nun die Dimension der Winkelgeschwindigkeit bilden wollen, dann sehen wir, dass 2π eine Zahl ist, welche keine Dimension hat, demzufolge im obigen Ausdrucke nur die Zeit T bleibt:

$$[\omega] = \frac{[2\pi]}{[T]} = T^{-1} = \text{sec}^{-1}$$

als Dimension der Winkelgeschwindigkeit.

Ebenso, wie bei der fortlaufenden ungleichförmigen Bewegung eine Beschleunigung resp. Verzögerung besteht, ist bei der rotirenden Bewegung eine Winkelbeschleunigung resp. Winkelverzögerung, welche folgendermassen ausgedrückt werden kann.

Ist ω die Winkelgeschwindigkeit und ändert sich diese während des Zeitraumes $\triangle t$ mit $\triangle \omega$, dann heisst der Grenzwerth von $\frac{\triangle \omega}{\triangle t}$, wenn $\triangle t$ unendlich klein wird, die Winkelbeschleunigung resp. Winkelverzögerung, je nachdem das Vorzeichen positiv oder negativ ist.

$$a = \text{limes} \frac{\triangle \omega}{\triangle t} = \frac{d\omega}{dt}.$$

Da aber

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

ist, folgt, dass

$$a = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Der Zähler ist hier auch ein Zahlenwerth, folglich ist die Dimension der Winkelbeschleunigung und Winkelverzögerung

$$[a] = T^{-2} = \text{sec}^{-2}.$$

Der obige Ausdruck der Beschleunigung bezieht sich auf einen solchen Punkt, welcher von der Drehungsaxe in der Einheit der Entfernung sich befindet. Beträgt die Entfernung eines Punktes von der Axe r, dann ist seine Geschwindigkeit $r\omega$ und seine Beschleunigung $r \frac{d\omega}{dt} = ar$.

Dreht sich ein ganzes Punktsystem um eine gemeinsame Axe, und sind die Entfernungen der einzelnen Punkte von der Axe $r_1\ r_2\ r_3 \ldots$, dann sind die Beschleunigungen der einzelnen Punkte durch die Ausdrücke

$$r_1 \frac{d\omega}{dt};\ r_2 \frac{d\omega}{dt};\ r_3 \frac{d\omega}{dt};\ \ldots$$

gegeben, wo ω die gemeinsame Winkelgeschwindigkeit des ganzen rotirenden Systems bedeutet.

Die Kraft und die Arbeit.

Wenn wir die Erscheinungen der Natur betrachten, dann sehen wir, dass jede Erscheinung ihre Ursache hat, welche mehr oder weniger auffallend zu Tage tritt. Wenn ein Körper in Ruhe ist, so trachtet er je länger in diesem Zustande zu verbleiben, und ändert sich einmal sein Zustand, nimmt er irgend eine Bewegung an, dann ist diese Bewegung auf eine Ursache zurückzuführen. Diese Ursache nennt man die Kraft.

Die Wirkung der Kraft besteht darin, dass sie einen Körper in Bewegung bringt, seine Bewegungsrichtung ändert oder aber seine Geschwindigkeit beeinflusst. Je grösser diese Wirkung ist, desto grösser die Kraft, letztere kann also durch die von ihr bewirkte Geschwindigkeitsänderung gemessen werden.

Wenn zwei ungleiche Kräfte auf dieselbe Masse wirken, dann ist diese Kraft grösser, welche der Masse eine grössere Beschleunigung ertheilt, vorausgesetzt, dass die Kräfte in verschiedenen Zeitpunkten von einander unabhängig wirken. Die Kräfte sind gleich, wenn sie derselben Masse dieselbe Geschwindigkeitsänderung beibringen.

Eine elementare Kraft ist durch den Angriffspunkt, durch die Richtung und durch ihre Grösse gegeben. Wenn auf denselben Punkt zwei gleich grosse, jedoch entgegengesetzte Richtungen besitzende Kräfte wirken, dann ist der Punkt in Gleichgewicht und ändert nicht seine Lage.

Wirken auf einen Körper zwei verschiedene Kräfte, dann entsteht eine solche Bewegung, deren Richtung der grösseren Kraft entspricht, deren Grösse aber durch die Differenz der beiden Kräfte gegeben ist, wenn diese Kräfte in derselben Geraden liegen. Wenn zwei Kräfte in verschiedenen Richtungen und Grössen auf denselben Punkt einwirken, dann entsteht eine Bewegung, welche ihre Richtung mit jener der resultirenden Kraft gemein hat. Die Resultante kann durch das Kräfteparallelogramm bestimmt werden.

Sind p_1 und p_2 (Fig. 3) gegebene Kräfte und wirken beide auf den Punkt P, dann bekommt man die Grösse und die

Richtung der Resultante R, indem man von den Endpunkten a und b parallele Linien zu p_2 bezw. p_1 zieht, wodurch man den Punkt c bekommt. Pc ist nun der Abstand, welcher mit der Grösse der resultirenden Kraft proportional ist. Die Richtung der Resultirenden ist durch die eingezeichnete Pfeilspitze gegeben.

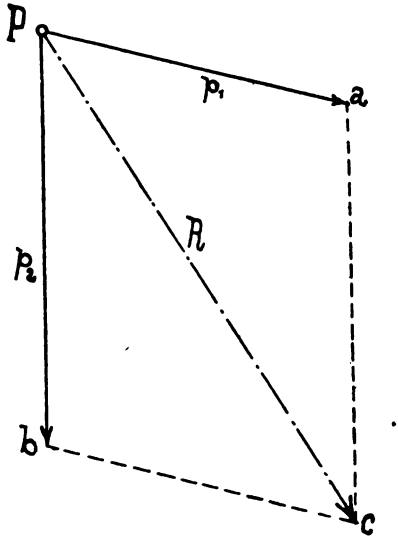


Fig. 3.

Die Richtung der Resultirenden kann geometrisch leicht bestimmt werden. Bei der Fig. 3 verbleibend sehen wir, dass

$$Pa = p_1$$

und $$Pb = p_2 = ac$$

ist. Zeichnen wir noch in ac die Pfeilrichtung der Kraft p_2 ein, dann sehen wir, dass im Vectordreieck Pac die Pfeilrichtung der Resultirenden R den Pfeilrichtungen der Componenten p_1 und p_2 entgegengesetzt ist. Die Richtung der Resultirenden im Vectordiagramm ist immer entgegengesetzt jener der Componentkräfte.

Dies wissend, kann man die Grösse der resultirenden Kraft und ihre Richtung immer bestimmen, wie gross auch die Zahl und wie beliebig auch die Richtung der Componenten sein mag.

Betrachten wir den Fall, bei welchem in einem Punkte mehrere Kräfte wirken, die zwar in einer Ebene liegen, jedoch verschiedene Richtungen und Grössen besitzen (Fig. 4).

Die Kräfte sind p_1, p_2, p_3, p_4, der gemeinsame Angriffspunkt O. Aufgabe ist, die resultirende Kraft R zu bestimmen.

Das Vectordiagramm zeichnen wir separat, indem wir aus einem beliebigen Anfangspunkte O_1 mit der Richtung der Kraft p_1 eine Parallele ziehen. Auf diese Parallele tragen wir die Länge $Oa = p_1$ auf, wodurch wir zum Punkte a_1 kommen. Das weitere Verfahren besteht darin, dass man mit der nächst-

folgenden Kraft $Ob = p_2$ genau wie mit p_1 weiterconstruirt. Jetzt ist der Endpunkt b_1. Diese Construction wird so lange fortgeführt, bis die Zahl der Kräfte ganz erschöpft ist. In

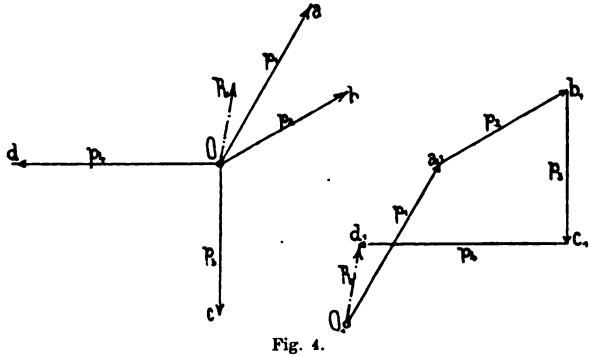


Fig. 4.

unserem Falle ist der letzte Punkt d_1 und die Resultante $O_1 d_1$. Mit der Resultante schliesst man das Vectordiagramm. Die Grösse der Resultante ist $O_1 d_1$, ihre Richtung aber mit jener der Componenten p_1, p_2, p_3, p_4 entgegengesetzt, also die eingezeichnete.

Im Allgemeinen besitzen die verschiedenen Kräfte verschiedene Angriffspunkte. In diesem Falle ist die Construction die folgende.

p_1, p_2, p_3, p_4 sind diejenigen Kräfte, deren Resultante bestimmt werden soll (Fig. 5). In erster Linie zeichnen wir das Kräfte- oder Vectorpolygon auf, wodurch man die Grösse der resultirenden Kraft und ihre Richtung bekommt. Nun wählen wir einen beliebigen o-Punkt und verbinden diesen mit den Punkten $a\ b\ c \ldots e$ des Kräftepolygons. Die betreffenden Verbindungslinien sind $s_1\ s_2 \ldots s_5$. Mit diesen Linien sind $s_1'\ s_2' \ldots s_5'$ parallel, und wo sich s_1' mit s_5' schneidet, liegt der Punkt P. Dieser P-Punkt ist ein Punkt der Resultante, wodurch die vollständige Lage der resultirenden Kraft bekannt ist.

Die Construction bleibt dieselbe, wenn die Kräfte verschiedene Richtungen haben und mit einander parallel sind.

Die resultirende Kraft kann auch durch Rechnung ermittelt werden. Wirken auf einen Punkt mehrere Kräfte, dann zerlegt

man diese Kräfte auf drei aufeinander senkrechte Componente, und bildet die algebraischen Summen der zusammengehörigen Componenten. Durch dieses Vorgehen erhält man drei aufeinander senkrechte Kräfte, deren Resultante zugleich die resultirende Kraft des ganzen Kräftesystemes ist.

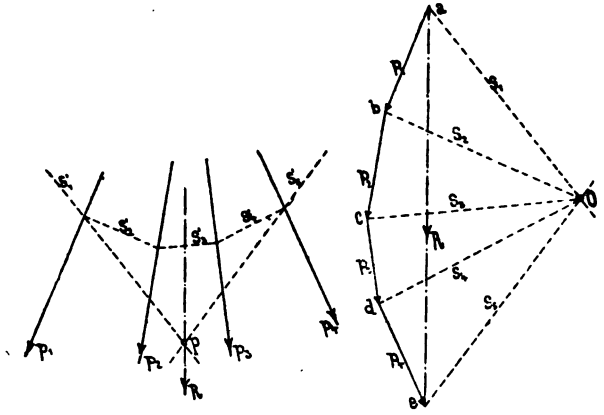


Fig. 5.

Nehmen wir an, dass die genannten Kräfte $p_1\ p_2 \ldots p_n$ seien. Diese Kräfte bezieht man auf ein Coordinatensystem, dessen drei Axen x, y, z aufeinander senkrecht sind. Die Componenten in diesen drei Richtungen sind bei den einzelnen Kräften:

$$p_1 \begin{cases} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{cases};\ p_2 \begin{cases} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{cases};\ \ldots\ p_n \begin{cases} x_n \\ y_n \\ z_n \end{cases}.$$

Die zusammengehörigen Componentkräfte sind demzufolge $(x_1,\ x_2 \ldots x_n)$, ferner $(y_1,\ y_2 \ldots y_n)$, und endlich $(z_1,\ z_2 \ldots z_n)$, welche algebraisch summirt drei aufeinander senkrechte Kräfte X, Y und Z geben. Wenn wir nun diese Kräfte in eine Resultante umwandeln, dann haben wir die resultirende Kraft des Systemes.

In Fig. 6 sind nur die Componenten X, Y, Z und die Resultante R eingezeichnet. Die zu bestimmende Resultante bilde mit den einzelnen Componenten die Winkel α, β, γ.

Der analytische Zusammenhang zwischen X, Y, Z und R ist der Folgende:

$$X = R \cos \alpha,$$
$$Y = R \cos \beta,$$
$$Z = R \cos \gamma.$$

Die Quadrate bildend und summirt, bekommt man den folgenden Ausdruck:

$$(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma)\ R^2 = X^2 + Y^2 + Z^2.$$

Da aber $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1,$

ist $R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}.$

Dies ist der Werth der resultirenden Kraft. Die Aufgabe ist aber noch nicht vollständig gelöst, da wir noch nicht die Lage der Resultante kennen.

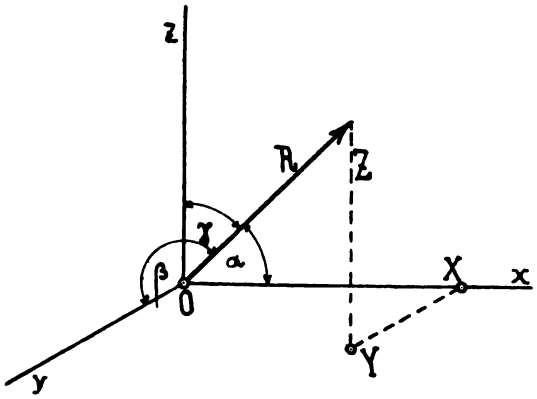


Fig. 6.

Wenn R schon bekannt ist, dann sind

$$\cos \alpha = \frac{X}{R},$$
$$\cos \beta = \frac{Y}{R},$$
$$\cos \gamma = \frac{Z}{R},$$

wodurch das Problem gelöst ist.

Ertheilt eine Kraft R der Masse M die Beschleunigung p, dann kann die Kraft folgendermassen ausgedrückt werden:

$$R = c\,M\,p,$$

wo c einen Proportionalitätsfactor bedeutet.

Die Einheit der Kraft ist $[R]$ und zwar:

$$[R] = [M]\,[p]$$

d. h. die Einheit der Kraft ist jene Kraft, welche der Masseneinheit die Einheit der Beschleunigung ertheilt. Im *CGS*-System ist die Einheit der Masse das Gramm, folglich ist in diesem Systeme die Dimension der Kraft

$$[R] = \text{cm gr sec}^{-2}.$$

Diese Dimension nennt man Dyne. Eine Dyne ist diejenige Kraft, welche der Masse von einem Gramm eine Beschleunigung von einem Centimeter ertheilt.

Die Kraft P wirkt auf einen frei beweglichen Punkt A (Fig. 7). Wenn keine störenden Kräfte mitwirken, dann wird der Punkt eine solche Bahn beschreiben, deren Richtung mit jener der Kraft übereinstimmt. Nach einer bestimmten Zeit legt der

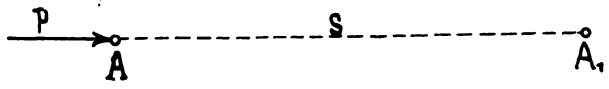


Fig. 7.

Punkt den Weg s zurück und befindet sich im Punkte A_1. Ist die Kraft constant, dann entsteht eine gleichförmig veränderte Bewegung, da die hervorgerufene Beschleunigung immer dieselbe bleibt. In diesem Falle kann die geleistete Arbeit folgendermassen ausgedrückt werden:

$$L = \psi P s,$$

wo ψ einen von den Maasseinheiten abhängenden Proportionalifactor bedeutet.

Im *CGS*-System ist die Einheit der Arbeit das Erg. Das Erg ist jene Arbeit, welche die Krafteinheit Dyne leistet, indem sie die Masse längs ihrer Bewegungsrichtung über den 1 cm langen Weg führt. Die Dimension der Arbeit ist

$$[L] = [P]\,[s] = \text{cm gr sec}^{-2}.\ \text{cm} = \text{cm}^2\ \text{gr sec}^{-2}.$$

Ein allgemeinerer Fall ist jener, bei welchem die Bewegungsrichtung der Masse mit der Richtung der Kraft nicht zusammenfällt. Dies ist in Figur 8 verdeutlicht. Die Kraft P wirkt im Punkte A auf die Masse, diese kann aber nur in der Richtung $A A_1$ sich bewegen. Die Länge des Weges sei s, die Grösse des Winkels, welchen P mit s einschliesst, α.

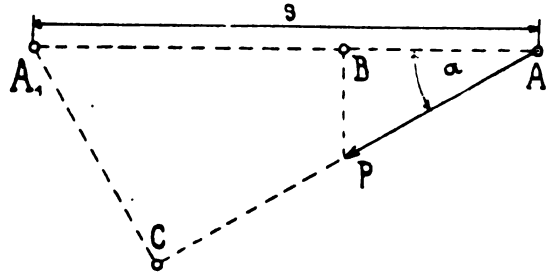


Fig. 8.

Um die Arbeit zu bestimmen, bildet man das Produkt des Weges und derjenigen Componente der Kraft, welche in die Richtung des Weges fällt. Diese Componente ist

$$\overline{AB} = P \cos \alpha$$

und die Arbeit

$$L = (P \cos \alpha)\ s = Ps \cos \alpha.$$

Man kann auch anders verfahren, indem man die Kraft mit der Projection des Weges auf ihre Richtung multiplicirt. Die Projection ist AC und zwar

$$\overline{AC} = s \cos \alpha$$

folglich die Arbeit

$$L = P \cdot \overline{AC} = Ps \cos \alpha$$

was mit dem obigen Ergebnisse vollständig übereinstimmt.

Wenn die Kraft veränderlich ist, dann kann nur von einer differentialen Arbeit die Rede sein, deren Grösse

$$dL = Pds$$

ist, wo die Kraft als eine Function des Weges ausgedrückt wird, d. h.

$$P = f(s).$$

Die gesammte Arbeit bekommt man durch Integration

$$L = \int P\,ds + C$$

wo C eine Constante bedeutet.

Endlich ist der allgemeinste Fall derjenige, bei welchem die Kraft veränderlich ist und die Bewegungsrichtung mit der Richtung der Kraft nicht zusammenfällt. Die geleistete Arbeit kann man nach dem Gesagten schon ausdrücken

$$L = \int P\,ds\,\cos\alpha + C$$

wo C wieder eine Constante bedeutet.

Energie.

Wir haben gesehen, dass die Kraft als Product der Masse und der ertheilten Beschleunigung ausgedrückt werden kann:

$$P = M \cdot p.$$

Da aber (Seite 3)

$$p = \frac{v\,dv}{ds}$$

ist, kann die Kraft auch folgendermassen geschrieben werden:

$$P = M\frac{v\,dv}{ds}$$

und die Arbeit

$$L = \int P\,ds = \int M\frac{v\,dv}{ds}\,ds$$

$$L = M\int v\,dv = M\frac{v^2}{2} + C$$

wo $C = o$, wenn die Masse ursprünglich keine Geschwindigkeit hatte. Der Körper hat also Arbeitsvermögen infolge seiner Geschwindigkeit.

Den Ausdruck $\frac{Mv^2}{2}$ heisst man die lebendige Kraft oder die kinetische Energie der bewegten Masse.

Wenn die Masse M die Geschwindigkeit v_0 besitzt, und ändert sich ihre Geschwindigkeit auf v, dann sind die den beiden Geschwindigkeiten entsprechenden kinetischen Energiegrössen

$$L_1 = \frac{M v_0^2}{2}$$

resp. $$L_2 = \frac{M v^2}{2}.$$

Wenn $v > v_0$, dann ist $L_2 > L_1$ und die Differenz

$$E = L_2 - L_1 = \frac{M}{2}(v^2 - v_0^2)$$

giebt die geleistete Arbeit. Die geleistete Arbeit ist demnach mit der Veränderung der lebendigen Kräfte oder mit der Aenderung der kinetischen Energie gleich.

Die kinetische Energie eines rotirenden Systems kann ausgedrückt werden, wenn man die Geschwindigkeiten der einzelnen Massensysteme in Betracht zieht. In Fig. 9 (Seite 6) ist O die Drehungsaxe, um welche sich die mit 1, 2, 3 bezeichneten Massen drehen. Die Entfernungen von der Axe sind r_1, r_2, r_3, die Winkelgeschwindigkeit ω. Die Geschwindigkeiten der einzelnen Massen sind, wie wir schon gesehen haben.

$$v_1 = r_1 \omega; \quad v_2 = r_2 \omega; \quad v_3 = r_3 \omega.$$

Die kinetische Energie aber

$$E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} m_3 v_3^2.$$

Die entsprechenden Werthe eingesetzt:

$$E = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_3 r_3^2 \omega^2$$

$$E = \frac{1}{2} \omega^2 (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2) = \frac{1}{2} \omega \Sigma m r^2.$$

Dies ist die lebendige Kraft oder die kinetische Energie eines aus drei Massenpunkten bestehenden rotirenden Systemes.

Besteht das System nicht aus einzelnen Massenpunkten, sondern hängt es continuirlich zusammen, dann tritt an Stelle der Summation eine Integration

$$E = \frac{1}{2} \omega \int r^2 \, dm$$

wo dm die Masse eines Körperelementes bedeutet.

Ist das System durch die Gleichung

$$F(x, y, z) = o$$

gegeben, wo x, y und z rechtwinklige Coordinaten bedeuten, und ist bei homogener Beschaffung die Dichte δ, dann kann dm folgendermassen ausgedrückt werden:

$$dm = dx\, dy\, dz\, \delta$$

und $$\int r^2\, dm = \iiint r^2\, dx\, dy\, dz$$

wo die Integration auf alle Punkte der Fläche $F(x, y, z) = o$ auszudehnen ist.

Betrachten wir ein System solcher Körper, welche aufeinander wirken. Diese können z. B. magnetische, elektrische oder aber schwere, d. h. der Gravitation unterstehende Körper sein. Können diese Körper den wirkenden Kräften nicht nachgeben, dann entsteht ein gewisser Spannungszustand, welcher von der relativen Lage der einzelnen Theile des Systemes abhängt. Dementsprechend besitzen diese Körper eine gewisse Energie, welche man potentielle Energie nennt.

Geschieht eine Verwandlung im Systeme, so dass die Kräfte wirken und Bewegung hervorbringen können, dann umwandelt sich, den Verhältnissen entsprechend, ein Theil der potentiellen Energie in kinetische Energie. Die Gesammtenergie eines Körpers oder eines Systemes setzt sich also aus zwei Theilen zusammen, nämlich aus der kinetischen und aus der potentiellen Energie. Diese zwei Energieformen können sich gegenseitig verwandeln, und ist die Summe der beiden in jeder Umstandsphase des Körpers gleich.

Zur Erläuterung diene folgendes Beispiel. Ein Körper, sagen wir ein Stein, ist über der Erdoberfläche in einer gewissen Höhe unterstützt. Bewegung kann in diesem Falle nicht zu Stande kommen, und der Stein besitzt eine potentielle Energie, welche von der Schwerkraft und von der Höhe seiner Lage abhängt. Verändern sich die Verhältnisse in dem Sinne, dass die Kräfte Bewegung hervorbringen können, verliert also der Stein in unserem Falle seine Unterlage, dann verwandelt sich seine potentielle Energie in kinetische, und zwar wird während

des Falles die potentielle Energie immer kleiner, dafür aber die kinetische Energie immer grösser und erreicht sein Maximum in jenem Punkte, in welchem er auf die Erde aufschlägt. Da die kinetische Energie während des Falles aus der potentiellen Energie entsteht, da ferner die Summe der beiden Energieformen in jeder Lage des Körpers gleich ist, folgt, dass die kinetische Energie im Aufschlagspunkte gerade so gross ist, als die Differenz der potentiellen Energien zwischen den Abgangs- und Aufschlagspunkten des Steines. Aus dem bisher Gesagten geht hervor, dass, wenn man denselben Stein mit derselben Geschwindigkeit, als er aufgeschlagen ist, nach aufwärts wirft, er dieselbe Höhe erreicht, wovon er hinuntergefallen ist. In diesem Falle verwandelt sich die kinetisehe Energie des Körpers in potentielle Energie, welche letztere so lange anwächst, bis die kinetische Energie Null wird, das heisst, bis die Aufwärtsbewegung des Körpers aufhört.

Ist die Geschwindigkeit des Körpers am Anfange der Aufwärtsbewegung v, seine Masse aber m, dann besitzt er die kinetische Energie

$$E = \frac{1}{2} m v^2.$$

Beim Aufwärtsbewegen wird die Geschwindigkeit v immer kleiner, das heisst, die kinetische Energie immer geringer. Wenn $v = o$ ist, dann befindet sich der Körper im höchsten Punkte seiner Bahn, und die kinetische Energie ist gleich Null.

Da im Sinne des Principes der Erhaltung der Energie die Gesammtenergie eines Körpers zwar in verschiedene Formen gebracht, aber durch keine Wechselwirkung vergrössert noch verkleinert werden kann, muss in unserem Fall die kinetische Energie in eine andere Energieform übergegangen sein. Diese andere Energieform ist die potentielle Energie.

Die Lage des höchsten Punktes der Aufwärtsbewegung ist durch die Formel

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

gegeben, wo g die Beschleunigung der Schwere, h aber die Höhe vom Ausgangspunkte aus gerechnet bedeutet.

In dieser Höhe ist das Maximum der potentiellen Energie mgh.

Der Arbeitseffect.

Die Arbeit einer gegebenen Kraft bekommt man, wenn man die Kraft mit der Weglänge multiplicirt, welche der Angriffspunkt der Kraft zurücklegt, vorausgesetzt, dass die Bewegungsrichtung mit der Richtung der Kraft zusammenfällt. Sind die Richtungen verschieden, dann bildet man das Product der Kraft mit jener Weglänge, welche man bekommt, wenn man die wahre Weglänge auf die Richtung der Kraft proicirt.

Die Zeit ist in diesen Fällen nicht in Betracht gezogen, woraus folgt, dass eine kleine Kraft dieselbe Arbeit unter Umständen leisten kann als eine grössere, nur braucht die geringere Kraft einen grösseren Zeitraum dazu. Was wir in diesem Falle in Kraft gewinnen, das verlieren wir anderseits in der Zeit.

Auf die Zeiteinheit bezogene Arbeit ist der sog. Arbeitseffect. Hier findet man schon bei verschiedenen Kräften Unterschiede. Ist die Zeiteinheit dieselbe, dann kann die kleinere Kraft einen geringeren Arbeitseffect hervorbringen als eine grössere. Die Dimension der Arbeit war im *CGS*-System cm^2 gr sec^{-2}, folglich ist die Dimension des Arbeitseffectes in demselben Maassystem cm^2 gr sec^{-3}.

In diesem Systeme ist die Arbeitseinheit das Erg, und die Einheit des Arbeitseffectes Erg pro Secunde.

Das Kilogrammeter per Secunde ist jener Arbeitseffect, welcher geleistet wird, indem man ein Kilogramm Gewicht in einer Secunde einen Meter hoch hebt. Der Arbeitseffect bleibt natürlich derselbe, wenn $^1/_2$ Kilogramm in einer Sekunde zwei Meter hoch oder 2 Kilogramm Gewicht in demselben Zeitraum $^1/_2$ Meter hoch gehoben wird.

Die Pferdekraft ist 75 Kilogrammeter per Secunde. Da die Masse von 1 Kilogramm tausendmal so gross ist als diejenige von 1 Gramm, und da die Beschleunigung durch die Schwere 981 cm beträgt, darum ist

1 gr = 981 Dynen oder 1 kg = 981 000 Dynen.

Das Erg ist diejenige Arbeit, welche geleistet wird, wenn die Kraft von 1 Dyne einen Körper über eine Weglänge von 1 cm fortbewegt, folglich ist

$$1 \text{ kgm} = 981\,000 \cdot 100 = 9{,}81 \cdot 10^7 \text{ Erg.}$$

Nehmen wir statt obigem Werthe rund:

$$1 \text{ kgm} = 10^8 \text{ Erg,}$$

dann ist 1 Pferdekraft = 7 500 000 gr Erg per Secunde.

Pünktlicher: 1 Pferdekraft $= 736 \cdot 10^7$ Erg per Secunde.

Umgekehrt ist $1 \text{ Erg} = 1 \text{ Dyn} \cdot 1 \text{ cm}$

oder 1 Erg per sec $= \frac{1}{981 \cdot 10^3}$ kg $\frac{1}{10^2}$m $= \frac{1}{9{,}81 \cdot 10^7}$ kgm per sec

und 1 Erg per sec $= \frac{1}{9{,}81 \cdot 10^7 \cdot 75} = \frac{1}{736 \cdot 10^7}$ Pferdekräfte.

Drehungsmoment und Trägheitsmoment.

Ist m ein Massenpunkt, welcher sich in drehender Bewegung um die Drehungsaxe O befindet (Figur 10), und ist r seine kürzeste Entfernung von der Axe, dann nennt man das Produkt der wirkenden Kraft P mit der Entfernung r das statische oder das Drehungsmoment der Kraft mit Bezug auf die Rotationsaxe. r ist der sog. Hebelarm der Kraft. Der Ausdruck des Drehungsmomentes besteht aus zwei Factoren, nämlich aus der Kraft und aus ihrem Hebelarme. Zwei verschieden grosse Kräfte können also auf dieselbe Drehungsaxe bezüglich dasselbe Drehungsmoment haben, wenn nur die Hebelarme im entsprechenden Verhältniss zu einander stehen.

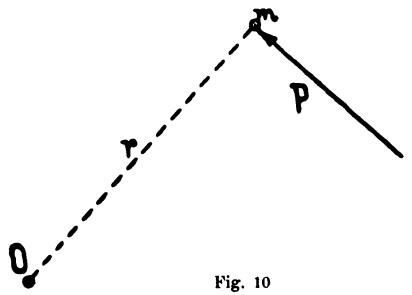


Fig. 10

Sind P_1 und P_2 verschieden grosse Kräfte und sind ihre Hebelarme s_1 und s_2, dann sind die Drehungsmomente gleich, wenn

$$D = P_1 s_1 = P_2 s_2$$

ist, d. h. wenn s_2 dem Ausdrucke

$$s_2 = s_1 \frac{P_1}{P_2}$$

Genüge leistet, vorausgesetzt, dass s_1 und die Kräfte bekannt sind.

Liegt die Kraft nicht in der Drehungsebene des Massenpunktes, dann bildet man jene Componente der Kraft, welche in die genannte Ebene fällt, diese Componente und der entsprechende Hebelarm geben dann das Drehungsmoment der Kraft auf die Drehungsaxe.

Wenn in der Drehungsebene mehrere Kräfte wirken, deren Richtungen aber verschieden oder sogar entgegengesetzt sind, dann bildet man die Resultante sämmtlicher Kräfte, und das Drehungsmoment dieser Resultante in Bezug auf die Drehungsaxe ist gleich der algebraischen Summe der Drehungsmomente sämmtlicher Kräfte.

Die Einheit des Drehungsmomentes ist jenes Drehungsmoment, welches ausgeübt wird, indem die Einheit der Kraft in der Einheit der Entfernung von der Rotationsaxe wirkt.

Zwei gleich grosse parallele, aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte bilden ein sogenanntes Kräftepaar. Ein Kräftepaar bringt eine solche Drehung hervor, deren Axe senkrecht zur Ebene des Kräftepaares liegt. Sind die zwei Kräfte, welche ein Kräftepaar bilden, $+P$ und $-P$ und ist ihr gegenseitiger kürzester Abstand s, dann kann das Drehungsmoment des Kräftepaares folgendermassen ausgedrückt werden: $D = Ps$, d. h. das Drehungsmoment des Kräftepaares bekommt man, wenn man das Product der einen Kraft in den gegenseitigen senkrechten Abstand bildet.

Dreht sich ein starres Massensystem (Fig. 9 S. 6) um eine Axe, und sind die einzelnen Entfernungen der Massenpunkte von der Axe r_1, r_2, r_3, ... r_n, dann sind bei einer Winkelgeschwindigkeit ω die Geschwindigkeiten der einzelnen Punkte

$$v_1 = r_1\omega;\ v_2 = r_2\omega;\ v_3 = r_3\omega;\ \ldots;\ v_n = r_n\omega$$

und sind die Massen in den einzelnen Punkten m_1, m_2, m_3, ..., m_n, so ist die lebendige Kraft

$$E = \frac{1}{2} m_1 r_1^2\omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2\omega^2 + \frac{1}{2} m_3 r_3^2\omega^2 + \ldots + \frac{1}{2} m_n r_n^2\omega^2$$

oder $E = \frac{1}{2}\omega^2\,[m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots + m_n r_n^2]$.

Da aber $m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots + m_n r_n^2 = \Sigma m r^2 = K$ ist, folgt, dass $E = \frac{1}{2} \omega^2 K$.

Den Ausdruck $K = \Sigma m r^2$

das heisst die Summe der Produkte der einzelnen Massenpunkte mit den Quadraten der betreffenden Entfernungen nennt man das Trägheitsmoment des Massensystemes in Bezug auf die Drehungsaxe.

Bei continuirlich zusammenhängendem Massensysteme hat das Trägheitsmoment folgenden Ausdruck:

$$K = \int r^2 \, dm$$

in Bezug auf die Drehungsachse.

Oberfläche, Inhalt und Trägheitsmoment verschiedener Körper.

Bezeichnung	Oberfläche	Inhalt	Trägheitsmoment
Gerader Cylinder s. Fig. 11.	$d = 2r$ $F = 2r\pi [r + h]$ $F = d\pi \left[\frac{d}{2} + h\right]$	$I = r^2 \pi h$ $I = \frac{d^2 \pi}{4} h$	$K = \frac{1}{2} M r^2$
Hohlcylinder s. Fig. 12.	$D = 2R;\ d = 2r$ $F = \pi \left[\frac{1}{2}(D^2 - d^2) + h(D - d)\right]$ $F = 2\pi [(R^2 - r^2) + h(R - r)]$	$I = \frac{h\pi}{4} [D^2 - d^2]$ $I = h\pi [R^2 - r^2]$	$K = \frac{1}{2} M [R^2 + r^2]$
Liegender Cylinder s. Fig. 13.	$F =$ wie bei Figur 11	$I =$ wie bei Figur 11	$K = \frac{1}{12} M(3r^2 + l^2)$
Liegender Hohlcylinder s. Fig. 14.	$F =$ wie bei Figur 12	$I =$ wie bei Figur 12	$K = \frac{1}{12} M [3(R^2 + r^2) + l^2]$
Prisma s. Fig. 15.	$F = 2 [a(b + c) + bc]$	$I = abc$	$K = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2)$

Bezeichnung	Oberfläche	Inhalt	Trägheitsmoment
Rechtwinklige Pyramide s. Fig. 16.	—	$I = \frac{1}{3} a b h$	$K = \frac{1}{20} M (a^2 + b^2)$
Kreiskegel s. Fig. 17.	$F = r\pi (r + h)$	$I = \frac{1}{3} r^2 \pi h$	$K = \frac{3}{10} M r^2$
Kugel s. Fig. 18.	$F = 4 r^2 \pi$ $F = d^2 \pi$	$I = \frac{4}{3} r^3 \pi$	$K = \frac{2}{5} M r^2$
Dreiachsiges Ellypsoid s. Fig. 19.		$I = \frac{4}{3} \pi a b c$	$K = \frac{1}{5} M (a^2 + b^2)$
Ring s. Fig. 20.	$F = 4 \pi^2 R a$	$I = 2 \pi^2 R a^2$	$K = M(R^2 + \frac{1}{4} a^2)$

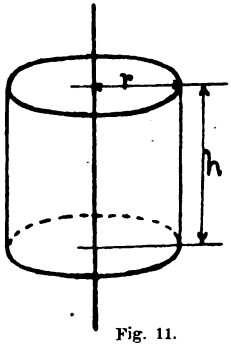


Fig. 11.

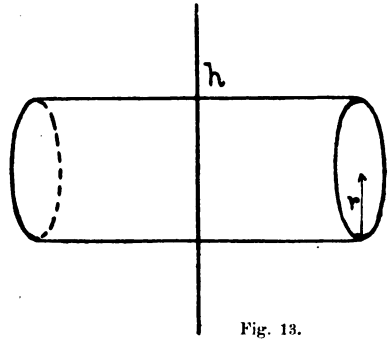


Fig. 13.

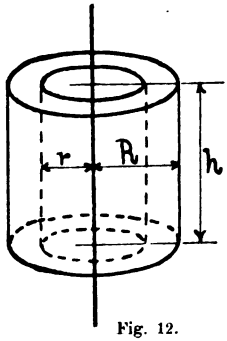


Fig. 12.

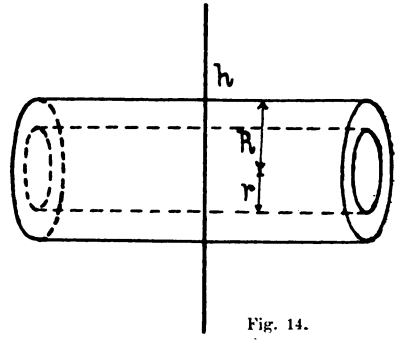


Fig. 14.

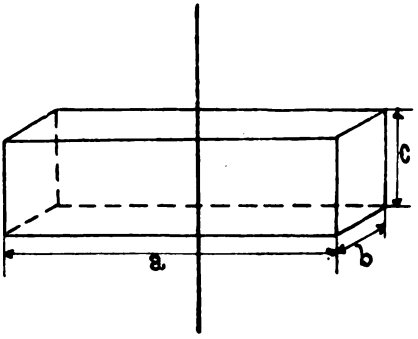


Fig. 15.

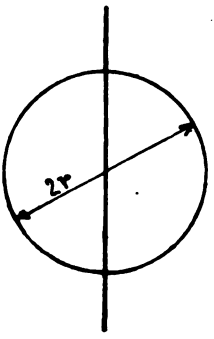


Fig. 18.

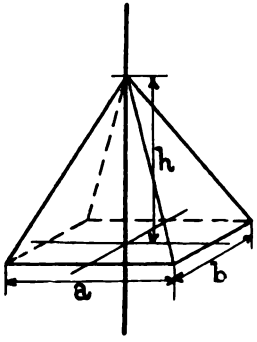


Fig. 16.

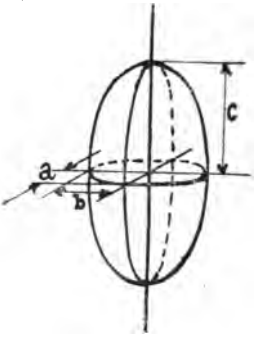


Fig. 19.

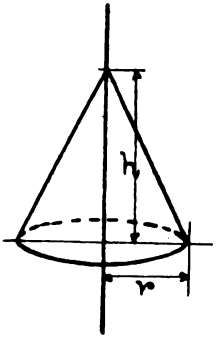


Fig. 17.

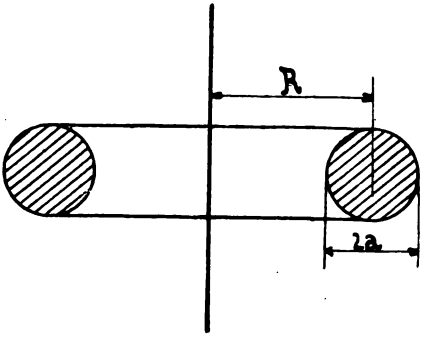


Fig. 20.

Wenn das Trägheitsmoment auf eine Axe bekannt ist, dann kann man das Trägheitsmoment auf eine parallele Axe folgendermassen bestimmen.

Sei das Trägheitsmoment auf die Axe Z (Fig. 21) gegeben, und zwar durch folgenden Ausdruck

$$K = \Sigma m r^2.$$

Ein Massenpunkt sei m_1. Bilden wir nun ein rechtwinkliges Coordinatensystem mit den Axen X, Y, Z, dann sind die Coordinaten des Massenpunktes m_1, x, y und z. Die Entfernung des Massenpunktes von der Axe Z ist r, und zwar

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

folglich $K = \Sigma m\,(x^2 + y^2)$.

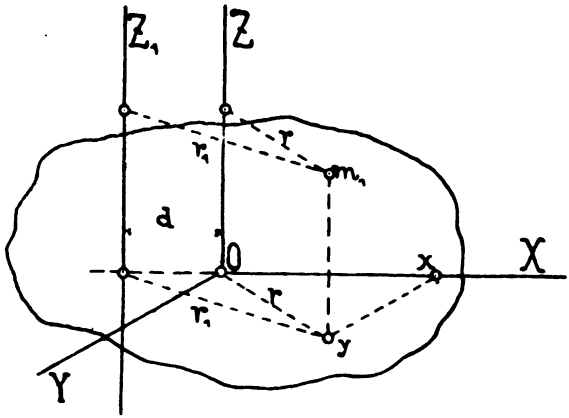


Fig. 21.

Liege die neue Axe Z_1 in der Ebene XZ und sei ihre Entfernung von der Z-Axe d. Dann ist die Entfernung des Massenpunktes von Z_1 gleich r_1

$$r_1^2 = (x + d)^2 + y^2$$

und das Trägheitsmoment

$$K_1 = \Sigma m r_1^2 = \Sigma m\,[(x + d)^2 + y^2].$$

Aus dieser Gleichung ist

$$K_1 = \Sigma m\,[x^2 + 2\,d\,x + d^2 + y^2]$$

oder $K_1 = \Sigma m\,(x^2 + y^2) + 2\,d\,\Sigma m\,x + d^2\,\Sigma m$

das heisst $K_1 = K + 2\,d\,\Sigma m\,x + d^2\,\Sigma m.$

In diesem Ausdrucke ist $2\,d\Sigma mx$ das statische Moment des Körpers, welches gleich Null ist, wenn die Z-Axe durch den Massenmittelpunkt oder Schwerpunkt des Körpers geht.

In diesem Falle ist

$$K_1 = K + d^2 \Sigma m.$$

Die Massenpunkte m_1, m_2, ..., m_n bilden untereinander ein starres System und drehen sich mit einer gemeinsamen Winkelgeschwindigkeit ω um eine feste Axe. Die kürzesten Entfernungen von der Drehungsaxe sind r_1, r_2, ..., r_n. Die Geschwindigkeiten der einzelnen Massenpunkte sind demzufolge

$$v_1 = r_1 \omega;\ v_2 = r_2 \omega;\ \ldots;\ v_n = r_n \omega$$

und die Beschleunigungen

$$p_1 = r_1 \frac{d\omega}{dt};\ p_2 = r_2 \frac{d\omega}{dt};\ \ldots;\ p_n = r_n \frac{d\omega}{dt}.$$

Die Massen sind bekannt, wir können also die Grösse der wirkenden Kräfte ausdrücken und zwar

$$P_1 = m_1 r_1 \frac{d\omega}{dt};\ P_2 = m_2 r_2 \frac{d\omega}{dt};\ \ldots;\ P_n = m_n r_n \frac{d\omega}{dt}.$$

Die Drehungsmomente dieser Kräfte bekommt man, wenn man die einzelnen Kräfte mit den betreffenden Hebelarmen multiplicirt, also

$$D_1 = m_1 r_1^2 \frac{d\omega}{dt};\ D_2 = m_2 r_2^2 \frac{d\omega}{dt};\ \ldots;\ D_n = m_n r_n^2 \frac{d\omega}{dt}.$$

Das gesammte Drehungsmoment bekommt man durch Summation, d. h.:

$$D = \frac{d\omega}{dt} \Sigma (m r^2).$$

In diesem Ausdrucke ist

$$\Sigma (m r^2) = K$$

folglich $$D = K \frac{d\omega}{dt}$$

oder $$\frac{D}{K} = \frac{d\omega}{dt}.$$

Dies ist der Zusammenhang zwischen dem gesammten Drehungsmomente der wirkenden Kräfte, dem Trägheitsmomente des Systemes auf die Drehungsaxe und der Winkelbeschleunigung.

Pendelnde Bewegungen.

Ein Körper, welcher über seinem Schwerpunkte so aufgehängt ist, dass er sich in gewissen Richtungen frei bewegen kann, bildet ein sog. Pendel. Bringt man einen solchen Körper aus seiner Ruhelage und lässt ihn dann sich frei bewegen, dann schwingt er um seine Ruhelage mehrere Male hin und her. Die so entstandene Bewegung ist eine pendelnde Bewegung.

Man unterscheidet mathematische und physische Pendel. Ein mathematisches Pendel bildet ein solcher Massenpunkt, welcher sich auf einer Kreisbogenbahn ohne jedes Bewegungshinderniss in pendelnder Bewegung befindet. Physisches Pendel ist jeder über seinem Schwerpunkte aufgehängte Körper, wenn er sich um seinen Aufhängepunkt frei bewegen kann.

Die grösste Winkelabweichung des Pendels von seiner Ruhelage aus gemessen nennt man die Amplitude. Ist die Länge eines mathematischen Pendels l, die Beschleunigung der Schwere g, dann ist die Schwingungsdauer des Pendels, vorausgesetzt, dass die Amplitude sehr klein ist,

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Bei dem physischen Pendel kann diese Schwingungsdauer folgendermassen ausgedrückt werden:

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{G\,d}}$$

wo K das Trägheitsmoment des Pendels in Bezug auf seine Drehungsaxe, G das Gewicht des Pendels, d die kürzeste Entfernung des Schwerpunktes von dem Aufhängepunkte bedeutet. $G\,d$ ist demnach das statische Moment des Pendels in Bezug auf die Drehungsaxe. Man kann nämlich das Gewicht des Pendels als eine concentrirte Kraft denken, welche im Schwerpunkte wirkt. Die letzte Formel der Schwingungszeit ist nur dann giltig, wenn die Amplitude sehr klein ist.

Beträgt der Werth der Amplitude α, dann ist die Schwingungszeit des Pendels

$$T_1 = \pi \sqrt{\frac{K}{G\,d}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right) \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \ldots\right]$$

Wenn $\alpha < 5^0$

ist, dann kann man statt $\sin \frac{\alpha}{2}$ den Werth des Winkels $\frac{\alpha}{2}$ nehmen, d. h. in diesem Falle ist

$$\sin \frac{\alpha}{2} \; (=) \; \frac{\alpha}{2}$$

und demnach $T_1 = \pi \sqrt{\frac{K}{G\,d}} \left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right)$

Da aber $T = \pi \sqrt{\frac{K}{G\,d}}$

ist, steht, dass $T_1 = T \left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right)$

oder $T = T_1 \left(1 - \frac{\alpha^2}{16}\right)$

da $\frac{1}{1 + \frac{\alpha^2}{16}} \; (=) \; 1 - \frac{\alpha^2}{16}$

Aus obiger Formel sieht man, dass die Schwingungszeit eine Function der Winkelabweichung ist.

Das Torsionspendel besteht aus einem stabförmigen Körper, welcher über seinem Schwerpunkte auf einen elastischen Faden aufgehängt ist. Der Stab kann sich in einer horizontalen Ebene bewegen. Bringt man ihn aus seiner Ruhelage heraus, dann bekommt der Faden Torsion und trachtet den Stab in seine ursprüngliche Lage zurück zu bringen. Lässt man nun dem Stab freie Bewegung, dann bewegt er sich nach seiner Ruhelage, kann aber dort in Folge seiner Trägheit nicht stehen bleiben, sondern muss in entgegengesetzter Richtung weiter schwingen, wodurch der Faden negative Torsion bekommt. In solcher Weise entsteht beim Torsionspendel eine pendelartige Bewegung. Bei dieser Bewegung wird die kinetische Energie des Stabes fortwährend in potentielle Energie durch die Torsion umgewandelt und umgekehrt.

Der Ausschlagwinkel eines Torsionspendels sei u, nachdem ein Zeitraum t, vom Anfange der Bewegung aus gerechnet, verstrichen ist. Nach einem unendlich kleinen Zeitraume dt verändert sich die Grösse des Ausschlages mit du.

Bezeichnet man die Winkelgeschwindigkeit mit ω, dann ist

$$\omega = \frac{du}{dt}$$

und die Winkelbeschleunigung

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2u}{dt^2} = \frac{D}{K}$$

$$\text{da } \frac{d\omega}{dt} = \frac{D}{K} \text{ ist.}$$

Coulomb fand, dass zwischen den Grenzen der Elasticität das Drehungsmoment der wirkenden Kräfte proportional dem Ausschlage ist, d. h. $D = Cu$

wo C den Torsionscoefficient des elastischen Fadens bedeutet. Der Werth von C hängt vom Materiale, von der Dicke und von der Länge des elastischen Fadens ab.

Ist die Dicke des Fadens d, seine Länge l, dann ist

$$C = K_1 \frac{d^4}{l}$$

$$\text{oder } \frac{d^2u}{dt^2} = -\frac{C}{K}u$$

wo das negative Vorzeichen dahin zu deuten ist, dass die wirkenden Kräfte den Weg des Stabes zu verringern trachten.

Bei ein und demselben Pendel sind C und K constant,

$$\text{so dass } \frac{C}{K} = A$$

auch constant ist.

Jetzt nimmt unsere Gleichung folgende Form an:

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -Au$$

mit du beiderseits multiplicirt

$$\frac{d^2u}{dt^2}\,du = -Au\,du$$

$$\text{oder} \quad \frac{1}{2} d \left(\frac{du}{dt}\right)^2 = - A u \, du$$

$$\text{da} \quad \frac{1}{2} d \left(\frac{du}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2} 2 \frac{du}{dt} \frac{d^2 u}{dt^2} dt = \frac{d^2 u}{dt^2} du$$

ist. Wenn man integrirt, dann steht:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{du}{dt}\right)^2 = - \frac{A u^2}{2} + \frac{c_1}{2}$$

$$\left(\frac{du}{dt}\right)^2 = - A u^2 + c_1$$

wo c_1 eine Constante bedeutet.

Beim maximalen Ausschlag ist die Geschwindigkeit des Körpers Null, das heisst, wenn

$$u = a$$

$$\text{dann ist} \quad o = - A a^2 + c_1$$

$$\text{wovon} \quad c_1 = A a^2.$$

Nun ist der Werth der Constante c_1 bekannt, daher

$$\left(\frac{du}{dt}\right)^2 = A (a^2 - u^2)$$

$$\text{und hieraus} \quad dt = \frac{du}{\sqrt{A} \sqrt{a^2 - u^2}}.$$

Integrirt man, dann ist

$$t = \frac{1}{\sqrt{A}} \arcsin \frac{u}{a} + c_2$$

wo c_2 wieder eine Constante bedeutet.

Der Werth dieser Constante kann folgendermassen bestimmt werden. Ist $t = o$, dann ist auch $u = o$, und in diesem Falle

$$o = o + c_2$$

$$\text{oder} \quad c_2 = o.$$

Dies wissend ist die Gleichung

$$t \sqrt{A} = \arcsin \frac{u}{a}$$

$$\text{und} \quad u = a \sin t \sqrt{A}.$$

Durch diese Gleichung ist die Lage des Stabes nach dem Zeitraume t gegeben. Wir sehen, dass der Ausschlag eine Sinusfunction der Zeit ist, d. h. die Bewegung des Stabes ist eine periodische.

Die obige Gleichung kann auch nachstehend geschrieben werden:

$$u = a \sin [t \sqrt{A} + 2 n\pi]$$

wo n eine willkürliche ganze Zahl bedeutet.

$$u = a \sin \sqrt{A} \left[t + \frac{2 n\pi}{\sqrt{A}}\right].$$

Die in Klammer befindlichen Grössen bedeuten Zeiträume. Der Zeitraum $\frac{2 n\pi}{\sqrt{A}}$ ist minimal, wenn $n = 1$ ist. In diesem Falle ist

$$\frac{2\pi}{\sqrt{A}} = T$$

wo T die doppelte Schwingungszeit bedeutet.

Die Schwingungszeit ist also

$$T = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{A}}$$

$$\text{oder } T = \pi \sqrt{\frac{K}{C}}$$

wo vorausgesetzt war, dass $D = Cu$ ist.

Aus der obigen Formel kann der Werth von C bestimmt werden, und zwar

$$\frac{T^2}{\pi^2 K} = \frac{1}{C}$$

$$\text{und } C = \frac{\pi^2 K}{T^2}$$

$$C = K_1 \frac{d^4}{l}.$$

Wenn d und l in cm gegeben sind, dann ist

$$C = K_1 \text{ Erg.}$$

Die folgende Tabelle giebt die Werthe von C in Erg auf einige Materialien.

Material	$C = K_1$ in Erg
Aluminium . . .	$260 \cdot 10^8$
Silber	$266 \cdot 10^8$
Metall	$343 \cdot 10^8$
Neusilber	$483 \cdot 10^8$
Platin	$679 \cdot 10^8$
Eisen	$758 \cdot 10^8$

Bifilarpendel. Bei diesem Pendel tragen zwei elastische Fäden einen Stab, dessen Gewicht auf die Empfindlichkeit des Apparates von Einfluss ist. In der Ruhelage sind beide Fäden in derselben vertikalen Ebene. Stört irgend eine Ursache den Gleichgewichtszustand des Stabes, dann entsteht eine Bewegung, bis die dadurch entstehenden Kräfte mit der störenden Kraft Gleichgewicht halten.

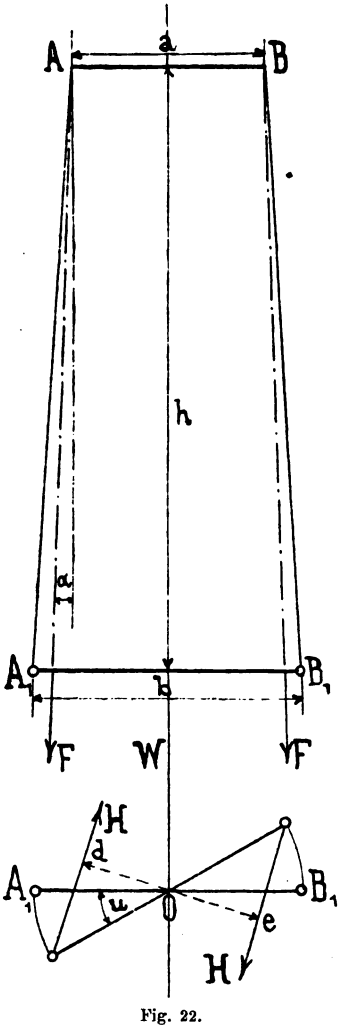


Fig. 22.

In Fig. 22 ist ein Bifilarpendel schematisch dargestellt. Die Aufhängepunkte sind A und B, während der Stab mit den Fäden in den Punkten A_1 und B_1 verbunden ist. Die Länge des Stabes sei b, seine Entfernung von der die Aufhängepunkte verbindenden Geraden h.

Auf den Stab wirkt die Schwerkraft, weshalb die beiden Fäden, bei gleicher Länge, gleich stark ausgespannt sind. Wird der Stab aus seiner Lage mit dem Winkel u verdreht, dann entstehen verschiedene Kräfte. Wenn das Gesammtgewicht des Stabes durch G ausgedrückt wird, dann wirken bei symmetrischer Disposition auf beiden Enden des Stabes die Kräfte $\frac{G}{2}$. Diese Kräfte sind vertikal und können in solche zwei Componentkräfte zerlegt werden, deren eine F in der Richtung des verdrehten Fadens, die andere H aber in jener horizontalen Ebene

wirkt, in welcher der Stab liegt. Diese Horizontalcomponenten bilden ein Kräftepaar und sind bestrebt, den Stab in seine ursprüngliche Lage zurückzubringen. Die Componenten, welche in die Richtungen der beiden Fäden fallen, rufen in den Fäden Spannungen hervor. Der frei gelassene Stab bewegt sich um die Drehaxe W und hat eine pendelnde Bewegung.

Die wirkenden Kräfte können bestimmt werden, wenn man die Dimensionen des Pendels und die Grösse des Ausschlagwinkels kennt.

Das in Folge der Torsion der Fäden entstehende Drehungsmoment D_2 ist dem Ausschlagwinkel proportional, d. h.

$$D_2 = Cu.$$

Die Grösse des Drehungsmomentes durch die zur Wirkung kommende Schwerkraft sei D_1. Nachdem

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{D}{K}$$

$$\text{wo} \quad \omega = \frac{du}{dt}$$

$$\text{und} \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2u}{dt^2}$$

ist in unserem Falle $D = D_1 + D_2$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2u}{dt^2} = \frac{D_1 + D_2}{K}.$$

In erster Reihe ist D_1 zu bestimmen.

$$D_1 = F \sin \alpha \cdot 2\,\overline{od}$$

wo α die Grösse jenes Winkels ist, welchen die Richtung des verdrehten Fadens mit der Vertikalen bildet.

Da aber $$\frac{G}{2} = F \cos \alpha$$

$$\text{oder} \quad F = \frac{G}{2 \cos \alpha}$$

ist, folgt, dass

$$D_1 = \frac{G}{2 \cos \alpha} \sin \alpha.\ 2\,\overline{od}$$

$$D_1 = G\, tg\, \alpha.\, \overline{od}.$$

Weiter steht, dass $$tg\,\alpha = \frac{\overline{xy}}{h}.$$

Der Flächeninhalt des Dreieckes xyo ist

$$f = \frac{\overline{xy} \cdot \overline{od}}{2}$$

oder hieraus $$2f = \overline{xy} \cdot \overline{od} = \frac{a}{2}\,\frac{b}{2}\sin u$$

$$D_1 = \frac{G}{h}\,\overline{xy} \cdot \overline{od}$$

woraus $$D_1 = \frac{G}{h}\,\frac{ab}{4}\sin u.$$

Dies ist der Werth des Drehungsmomentes D_1.

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \frac{D_1 + D_2}{K} = -\frac{G\,\frac{ab}{4h}\sin u + C\,u}{K}.$$

Das negative Zeichen zeigt, dass die wirkenden Kräfte die Bewegung zu verhindern suchen.

Bei Messungen sind gewöhnlich nur kleine Ausschläge, weshalb man statt $\sin u$ den Werth u nehmen kann. In diesem Falle werden unsere Formeln einfacher:

$$D_1 (=)\, G\,\frac{ab}{4h}\,u$$

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -\left(\frac{G\,\frac{ab}{4h} + C}{K}\right)u.$$

Die in Klammer befindliche Grösse ist für ein und dasselbe Bifilarpendel constant, und zwar:

$$\frac{G\,\frac{ab}{4h} + C}{K} = A$$

womit $$\frac{d^2u}{dt^2} = -Au.$$

Die Schwingungszeit T ist $$T = \frac{\pi}{\sqrt{A}}$$

demnach $T = \pi \sqrt{\frac{K}{G\frac{a\,b}{4\,h} + C}}$

womit die Schwingungszeit eines Bifilarpendels völlig bestimmt ist.

Wenn irgend eine äussere Kraft das Bifilarpendel mit einem bestimmten Winkel verdreht hat, dann ist im Gleichgewichtszustande das Drehungsmoment der Kraft $D_1 + D_2$. In solcher Weise kann das Bifilarpendel zur Messung des Drehungsmomentes benutzt werden.

Das Potential.

Sind μ_1 und μ_2 (Fig. 23) zwei Massenpunkte, deren gegenseitige Entfernung r beträgt, dann ist nach dem Newton'schen Gravitationsgesetz die Grösse der gegenseitigen Anziehungskraft P

$$P = c\,\frac{\mu_1\,\mu_2}{r^2}$$

d. h. die Grösse der Anziehungskraft ist direct proportional dem Producte der Massen und umgekehrt proportional dem Quadrate ihrer Entfernung. Die Richtung der Kraft fällt in die kürzeste Verbindungslinie der beiden Massenpunkte.

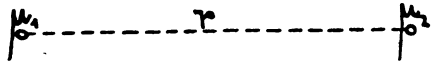


Fig. 23 u. 30.

Im obigen Ausdrucke ist c ein Proportionalitätsfactor, dessen Werth von der Wahl der Maasseinheiten abhängt. Besitzen die Massenpunkte die Einheit der Masse, und liegen sie von einander in der Einheit der Entfernung, dann ziehen sie sich mit der Einheit der Kraft an. In diesem Falle ist $c = 1$ und der Ausdruck wird einfacher:

$$P = \frac{\mu_1\,\mu_2}{r^2}.$$

Ist $\mu_2 = 1$, dann ist die wirkende Kraft

$$P = \frac{\mu_1}{r^2}.$$

Sind die auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem bezüglichen Coordinaten des Massenpunktes μ_1 gleich a, b, c, jene der Masseneinheit x, y und z (Fig. 24), dann sind die Com-

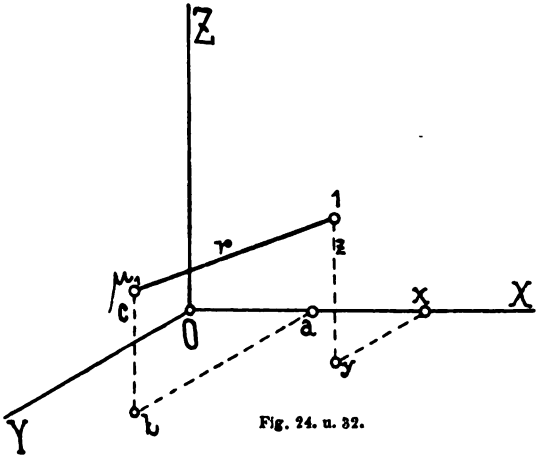


Fig. 24. u. 32.

ponenten der wirkenden Kraft in den Richtungen der Coordinatenaxen, wenn die Entfernung des Massenpunktes von der Einheit der Masse r beträgt

$$X = \frac{\mu_1}{r^2}\,\frac{x-a}{r}$$

$$Y = \frac{\mu_1}{r^2}\,\frac{y-b}{r}$$

$$Z = \frac{\mu_1}{r^2}\,\frac{z-c}{r}$$

da die Cosinuse der Winkel, welche die Richtung der wirkenden Kraft mit den Coordinatenaxen bildet

$$\cos\alpha = \frac{x-a}{r}$$

$$\cos\beta = \frac{y-b}{r}$$

und $\cos\gamma = \dfrac{z-c}{r}$ sind.

Ferner $\cos^2\alpha = \dfrac{(x-a)^2}{r^2}$

$$\cos^2\beta = \frac{(y-b)^2}{r^2}$$

$$\cos^2\gamma = \frac{(z-c)^2}{r^2}$$

Summirt bekommt man

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = \frac{(x-a)^2}{r^2} + \frac{(y-b)^2}{r^2} + \frac{(z-c)^2}{r^2}.$$

Da aber $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

ist $r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2$.

In unserem Falle bilden die Masse μ_1 und die von ihr in der Entfernung r liegende Masseneinheit ein System, in welchem eine Kraft von der Grösse

$$P = \frac{\mu_1}{r^2}$$

wirkt. Sind die Verhältnisse solche, dass ein Theil dieses Systemes in Bewegung kommen kann, dann entsteht in Folge obiger Kraftwirkung eine beschleunigte Bewegung, währenddessen die Kraft eine bestimmte Arbeit leistet. Da die wirkende Kraft mit dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist, hängt die Grösse der geleisteten Arbeit bei gleichen Weglängen von der Lage des sich bewegenden Punktes ab, d. h. ist einmal die Entfernung der Masseneinheit von der Masse μ gleich r_1, ein andermal r_2, wo $r_1 > r_2$ ist, und sind in beiden Fällen die Weglängen einander gleich, dann ist die geleistete Arbeit im zweiten Falle grösser als im ersteren.

Jene Arbeit, welche von der wirkenden Kraft geleistet werden muss, um die Masseneinheit von einem bestimmten Punkte des Systemes ins Unendliche zu bringen, heisst das Potential im betreffenden Punkte des Systemes. Ist die wirkende Kraft in einem bestimmten Punkte P, und bewegt diese Kraft die Masseneinheit durch den unendlich kleinen Weg dr, dann ist die geleistete Arbeit

$$dL = Pdr.$$

Dauert die Bewegung so lange, bis die Einheit der Masse ins Unendliche kommt, dann giebt sich die geleistete gesammte Arbeit aus obiger Formel durch Integration, und zwar

$$L = \int_r^\infty P\,dr = \mu_1 \int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = -\frac{\mu_1}{r}\Big|_r^\infty = \frac{\mu_1}{r}\Big|_\infty^r$$

$$L = \frac{\mu_1}{r}.$$

Das ist der Werth des Potentials in jenem Punkte des Systemes, welcher von der Masse μ_1 in der Entfernung r liegt.

Den Werth des Potentials können wir nun in unsere Formeln hineinbringen. Bezeichnen wir das Potential im Allgemeinen mit V:

$$V = \frac{\mu}{r}$$

Den Differentialquotient $\frac{\partial V}{\partial x}$ können wir auch folgendermassen schreiben:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial r}\,\frac{\partial r}{\partial x}$$

weiters

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial r}\,\frac{\partial r}{\partial y}$$

und

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial V}{\partial r}\,\frac{\partial r}{\partial z}.$$

Die einzelnen Factoren dieser Ausdrücke in Betracht ziehend, finden wir, dass

$$\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{\mu}{r^2}$$

und

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x-a}{r}$$

folglich

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\mu}{r^2}\,\frac{x-a}{r}$$

und durch Analogie

$$\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\mu}{r^2}\,\frac{y-b}{r}$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{\mu}{r^2}\,\frac{z-c}{r}.$$

Wenn wir diese Ausdrücke mit jenen auf Seite 36 vergleichen, finden wir, dass

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$Y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$Z = -\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Die Componenten der Kraft, welche zwischen dem Massenpunkte μ und der Einheit der Masse wirkt, lassen sich also als die negativen Differentialquotienten des Potentiales ausdrücken.

Bilden das System die Massenpunkte μ_1 und μ_2 und ist ihre kürzeste Entfernung r, dann ist das Potential

$$V = \frac{\mu_1 \mu_2}{r}.$$

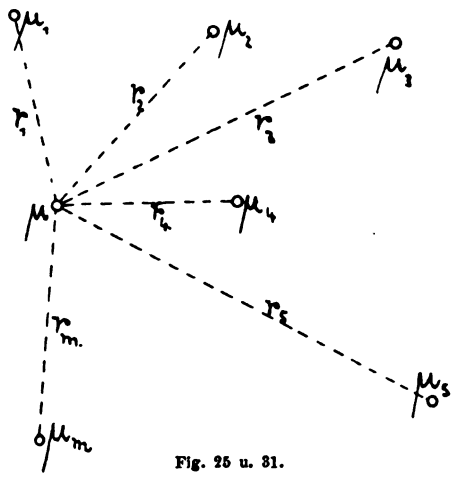


Fig. 25 u. 31.

Ein System kann auch aus mehreren Massen bestehen. Sind diese Massen $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_m$ (Fig. 25) und sind ihre Entfernungen von der Masse μ gleich $r_1, r_2, \ldots, r_m$, dann ist der Werth des Potentiales in Bezug auf die Masse μ

$$V = \frac{\mu \mu_1}{r_1} + \frac{\mu \mu_2}{r_2} + \ldots + \frac{\mu \mu_m}{r_m}$$

oder allgemein $V = \sum_{n=1}^{n=m} \left(\frac{\mu \mu_n}{r_n}\right)$.

Die Kraftwirkung ist die Resultante von den einzelnen Kraftwirkungen zwischen der Masse μ und den Massen $\mu_1 \mu_2 \ldots \mu_m$, und die Grössen ihrer Componenten in den Richtungen der rechtwinkligen Coordinatenaxen sind

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \sum_{n=1}^{n=m} \left(\frac{\mu \mu_n}{r_n}\right)$$

$$Y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \sum_{n=1}^{n=m} \left(\frac{\mu \mu_n}{r_n}\right)$$

$$Z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} \sum_{n=1}^{n=m} \left(\frac{\mu \mu_n}{r_n}\right)$$

vorausgesetzt, dass der Werth des Potentials bekannt ist.

Wenn das System nicht aus einzelnen Massenpunkten besteht, sondern aus continuirlich zusammenhängenden Massen gebildet wird, dann tritt im Ausdrucke des Potentials an Stelle der Summation die Integration. Ist die Oberfläche eines solchen Systemes durch die Gleichung $F(x, y, z) = o$ gegeben, dann ist ein Volumelement des Systemes $dx\,dy\,dz$. Die Dichte an einer bestimmten Stelle sei γ, dann ist die Masse an dieser Stelle

$$dm = dx\,dy\,dz\,\gamma,$$

wo γ im Allgemeinen eine Funktion der Coordinaten x, y und z ist. Das Potential kann nun auch ausgedrückt werden, und ist

$$V = \iiint \frac{dx\,dy\,dz\,\gamma}{r}.$$

Die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten eines Systemes, wenn das System nur aus der Masse μ und der Masseneinheit besteht, ist durch jene Arbeit numerisch ausgedrückt, welche geleistet wird, indem die Kraft die Masseneinheit aus dem einen Punkte in den anderen bringt.

Sei die Entfernung des einen Punktes von der Masse μ gleich r_1, jene des zweiten Punktes r_2, dann ist die geleistete Arbeit, während die Masseneinheit von einem Punkte zum anderen wandert, durch die Gleichung

$$L = \int_{r_1}^{r_2} P\,dr$$

gegeben, wo P die wirkende Kraft bedeutet.

Im Allgemeinen ist $P = \frac{m}{r^2}$

$$\text{folglich} \quad L = m \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2}.$$

Diese Gleichung aufgelöst bekommt man

$$L = \frac{m}{r_1} - \frac{m}{r_2}$$

$$\text{oder} \quad L = V_1 - V_2$$

wo V_1 und V_2 die Potentiale in den beiden Punkten bedeuten. Die geleistete Arbeit ist von der Bahn des sich bewegenden Punktes unabhängig.

Eine hohle Kugel (Fig. 26) vom inneren Radius r wirkt auf die Masseneinheit, deren Entfernung vom Mittelpunkte der Kugel A beträgt. Um das Potential der Kugel auf die Masseneinheit bestimmen zu können, theilt man die Kugel in un-

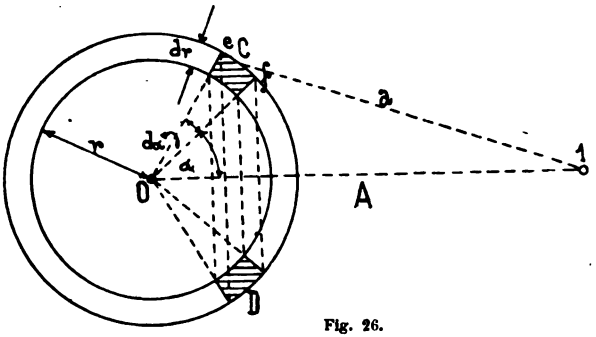


Fig. 26.

endlich kleine Massen dm und summirt die so erhaltenen Potentiale. Das Potential der Kugel ergiebt sich also als

$$V = \int \frac{dm}{r}.$$

Die Rechnungsweise kann dadurch vereinfacht werden, dass man die Kugel durch Parallelschnitte in Zonen theilt und diese Zonen in Betracht zieht. Die Mittelebenen der Zonen müssen senkrecht auf der Linie A stehen, weil nur in diesem Falle die Entfernungen der verschiedenen Punkte derselben Zone von der Masseneinheit gleich sind.

Betrachten wir die Zone CD. Sie entsteht, indem man durch zwei parallele Ebenen, welche zur Verbindungslinie A senkrecht stehen, die Kugel schneidet. Verbindet man die Punkte e und f mit dem Mittelpunkt O, dann ist der durch die Radien gebildete Winkel $d\alpha$. Die Entfernung des mittleren Zonenkreises von der Masseneinheit sei a.

Das Volum der Zone CD sei V_o. Dies kann folgendermassen ausgedrückt werden:

$$V_o = r\,d\alpha \cdot dr\, 2\pi r \sin \alpha.$$

Wenn die Dichte γ ist, wobei wir annehmen, dass der Körper völlig homogen, also $\gamma = \text{Const.}$ ist, dann wird der Ausdruck der Masse folgender sein:

$$M_o = V_o \gamma$$

$$M_o = r^2 dr\, 2\pi \sin \alpha\, d\alpha\, \gamma$$

und das Potential der Zone auf die Masseneinheit in der Entfernung a

$$V_1 = \frac{M_o}{a} = \frac{2\pi r^2\, dr \sin \alpha\, d\alpha \gamma}{a}.$$

In diesem Ausdrucke sind r, dr und γ Constante, während α und a verschiedene Werthe annehmen, je nachdem die Zone liegt.

Der obige Ausdruck kann auf eine Veränderliche gebracht werden, wenn man α durch a ausdrückt.

Nach Carnot's Regel ist $a^2 = r^2 + A^2 - 2Ar \cos \alpha$.
Weiters durch Differentiation $2a\, da = 2Ar \sin \alpha\, d\alpha$.

Und hieraus $\sin \alpha\, d\alpha = \frac{a\, da}{Ar}$

folglich $V_1 = 2\pi r^2\, dr \frac{a\, da}{Ar} \frac{\gamma}{a}$

oder $V_1 = \frac{2\pi r\, dr\, \gamma}{A}\, da.$

Das Potential der ganzen Kugel

$$V = \frac{2\pi r\, dr\, \gamma}{A} \int da.$$

Man kann nun zwei Fälle unterscheiden. Im ersten Falle sei die Masseneinheit ausser der Kugel und betrage ihre Entfernung vom Mittelpunkte der Kugel A. In diesem Falle ist das Potential der Kugel

$$V_a = \frac{2\pi r\, dr \gamma}{A} \int_{A-r}^{A+r} da.$$

Die Integration vollführt

$$V_a = \frac{4r^2 \pi\, dr\, \gamma}{A} = \frac{M}{A}$$

wo M die ganze Masse der Kugel bedeutet. Wir ersehen aus letzter Formel, dass die ganze Masse der Kugel in ihren

Mittelpunkt verlegt werden kann, ohne dass der Werth des Potentials dadurch verändert würde.

Zweiter Fall. Die Masseneinheit befindet sich im Innern der Kugel (Fig. 27). Das Potential sei V_i

$$V_i = \frac{2\pi r\, dr\, \gamma}{A} \int_{r-A}^{r+A} da$$

$$V_i = 4\pi r\, dr\, \gamma.$$

Mit $\frac{r}{r}$ multiplicirt $V_i = \frac{4 r^2 \pi\, dr\, \gamma}{r} = \frac{M}{r}$

d. h. in diesem Falle ist der Werth des Potentials von der Lage der Masseneinheit unabhängig.

Die Grösse der wirkenden Kraft

$$P = -\frac{\partial V_i}{\partial A} = 0$$

da r constant ist. Auf die Masseneinheit im Innern der Kugel wirken gleich grosse aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte, so dass die resultirende Kraft Null wird.

Bis jetzt betrachteten wir solche Fälle, in denen die Kugel nur eine differentiale Wandstärke hatte. Sei nun eine Kugel mit endlicher Wandstärke gegeben und betrage der innere Radius R_1, der äussere R_2. Die Einheitsmasse ist von dem Mittelpunkte der Kugel in der Entfernung A. Die Dichte γ in jedem Falle constant.

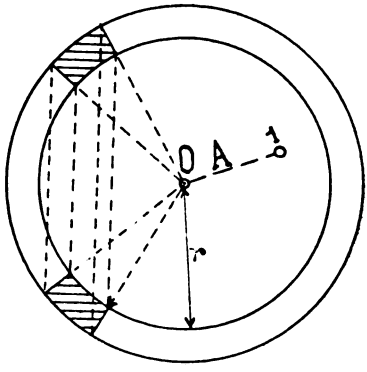


Fig. 27.

Bei der analytischen Behandlung theilen wir die Kugel auf differentiale Kugelflächen und bestimmen das Potential durch Integration, wobei sich das Integral von R_1 bis R_2 erstreckt:

$$V_a = \frac{4\pi\gamma}{A}\int_{R_1}^{R_2} r^2\,dr = \frac{4\pi\,(R_2^3 - R_1^3)\,\gamma}{3\,A}$$

$$V_a = \frac{M_1}{A},$$

da die Masse der Kugel

$$\frac{4}{3}\pi\,(R_2^3 - R_1^3)\,\gamma = M_1$$

ist. In diesem Falle kann auch die Masse der Kugel in ihren Mittelpunkt verlegt werden.

Die Masseneinheit ist in der Kugel. Aufgabe ist, den Werth des Potentials zu bestimmen. Sei das Potential V_i:

$$V_i = 4\pi\gamma\int_{R_1}^{R_2} r\,dr = 2\pi\gamma\,(R_2^2 - R_1^2)$$

$V_i = \text{Const.}$

und die auf die Masseneinheit wirkende Kraft:

$$P = -\frac{\partial V_i}{\partial A} = o.$$

Eine massive Kugel mit dem Radius R wirkt auf die Masseneinheit aus der Entfernung A. Die Masse sei gleichmässig vertheilt, somit $\gamma = \text{Const.}$ Das Potential ist zu bestimmen in Bezug auf die Masseneinheit.

$$V_a = \frac{4\pi\gamma}{A}\int_{o}^{R} r^2\,dr = \frac{4\pi\gamma}{3A}\,R^3$$

$$V_a = \frac{M}{A}.$$

Befindet sich die Masseneinheit in der Kugel, von dem Mittelpunkte in der Entfernung ϱ, dann besteht der Werth des Potentials aus zwei Theilen, und zwar

$$V_i = V_1 + V_2$$

wo V_1 das Potential der Kugel mit dem Radius ϱ, V_2 aber jenes der hohlen Kugel mit der Wandstärke $R - \varrho$ (Fig. 28) ist.

Diese zwei Potentiale können selbständig behandelt werden. V_1 ist das Potential einer Kugel auf die Masseneinheit, wenn diese Masseneinheit auf der Oberfläche der Kugel, also ausser-

halb der Kugel sich befindet. Diesen Fall haben wir schon gehabt, und zwar haben wir gefunden, dass

$$V_1 = \frac{\frac{4}{3}\varrho^3 \pi \gamma}{\varrho} = \frac{4}{3}\varrho^2 \pi \gamma.$$

V_2 ist hingegen das Potential der hohlen Kugel auf eine Masseneinheit, welche im Innern der Kugel sich befindet. Diesen Potentialwerth können wir auch ausdrücken:

$$V_2 = 2\pi\gamma(R^2 - \varrho^2)$$

laut einer schon früher abgeleiteten Formel.

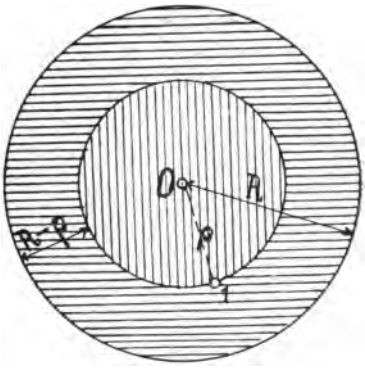


Fig. 28.

Nun ist das Potential der ganzen Kugel

$$V_i = V_1 + V_2 = \frac{4}{3}\varrho^2 \pi \gamma + 2\pi\gamma(R^2 - \varrho^2)$$

oder $$V_i = 2\pi\gamma R^2 - \frac{2}{3}\pi\gamma\varrho^2$$

$$V_i = 2\pi\gamma\left(R^2 - \frac{\varrho^2}{3}\right).$$

Die Grösse der auf die Masseneinheit wirkenden Kraft

$$P = -\frac{\partial V_i}{\partial \varrho} = \frac{4}{3}\pi\gamma\varrho$$

mit $\frac{\varrho^2}{\varrho^2}$ multiplicirt

$$P = \frac{4}{3}\varrho^3 \frac{\pi\gamma}{\varrho^2}.$$

Da aber $$\frac{4}{3}\varrho^3 \pi\gamma = m_1$$

die Masse der Kugel mit dem Radius ϱ ist, bekommen wir, dass die wirkende Kraft:

$$P = \frac{m_1}{\varrho^2}$$

d. h. befindet sich die Masseneinheit im Innern einer massiven Kugel, dann wirkt auf sie eine Kraft, deren Grösse mit der

Masse jener massiven Kugel proportional ist, deren Radius gleich jener Entfernung ist, welche zwischen der Masseneinheit und dem Mittelpunkte der ursprünglichen Kugel besteht. Hieraus folgt zugleich, dass die Kraftwirkung einer massiven Kugel auf die in ihrem Mittelpunkte sich befindende Masseneinheit gleich Null ist.

Wir haben gesehen, dass bei einem Systeme, welches aus der Masse μ und aus der, von ihr in der Entfernung A liegenden Masseneinheit besteht, der Werth des Potentials durch die Formel

$$V = \frac{\mu}{A}$$

ausgedrückt werden kann.

Ist in der genannten Entfernung nicht die Masseneinheit, sondern die Masse μ_1, dann wird der obige Ausdruck folgende Gestalt annehmen:

$$V_1 = \frac{\mu\,\mu_1}{A}.$$

Ein weiterer, allgemeinerer Fall ist derjenige, bei welchem mehrere Massen auf einander wirken. Sind diese Massen μ, μ', μ'', . . . und stehen ihnen die Massen μ_1, μ_2, μ_3 . . . gegenüber, wobei die einzelnen Entfernungen r_1, r_2, r_3, . . . sind, dann werden die Potentiale

$$\frac{\mu\,\mu_1}{r_1};\ \frac{\mu'\,\mu_2}{r_2};\ \frac{\mu''\,\mu_3}{r_3};\ \ldots$$

und das gesammte Potential kann dadurch ausgedrückt werden, dass man die Massen μ, μ', μ'', . . . einerseits, die Massen μ_1, μ_2, μ_3, . . . andererseits durch je eine Masse ersetzt und das Potential der beiden so gewonnenen Massen aufeinander bestimmt, wobei man die Entfernung der letztgenannten Massen von einander in Betracht zieht.

Wenn die Massen μ_1, μ_2, μ_3, . . . μ_m auf die Masse μ aus den Entfernungen r_1, r_2, r_3, . . . r_m wirken, dann ist das Potential

$$V = \frac{\mu\,\mu_1}{r_1} + \frac{\mu\,\mu_2}{r_2} + \frac{\mu\,\mu_3}{r_3} + \ldots + \frac{\mu\,\mu_m}{r_m}$$

oder

$$V = \mu \sum_{n=1}^{n=m} \left(\frac{\mu_n}{r_n}\right).$$

Bei continuirlich zusammenhängenden Massen

$$V = \mu \int \frac{dm}{r}$$

wo dm einen unendlich kleinen Theil der continuirlich zusammenhängenden Masse, r aber ihre Entfernung von der Masse μ bedeutet.

Stehen zwei continuirlich zusammenhängende Massensysteme einander gegenüber, dann ist das Potential beider Systeme auf einander $W = \int \frac{dm\, d\mu}{r}$

wo dm einen unendlich kleinen Theil des einen continuirlich zusammenhängenden Massensystemes, $d\mu$ jenen des anderen Massensystemes, r die Entfernung dieser beiden unendlich kleinen Massen von einander bedeuten.

Wenn V das Potential des ersteren Systemes auf $d\mu$, V_1 das Potential des zweiten Massensystemes auf dm bedeuten, dann ist das Potential beider Systeme

$$W = \int V \, d\mu$$

und $$W = \int V_1 \, dm.$$

Nehmen wir den Fall, dass zwei massive Kugeln einander gegenüber stehen, und bestimmen wir das Potential dieser

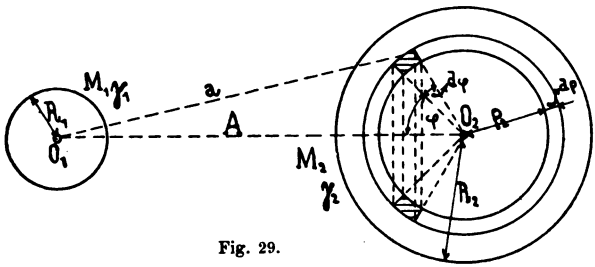


Fig. 29.

Kugeln auf einander. Die Radien sind R_1 und R_2 (Fig. 29), die Substanzen verschieden, daher die Dichten γ_1 und γ_2. Die Entfernung der beiden Mittelpunkte von einander sei A. Wir

setzen voraus, dass beide Körper homogen, also dass γ_1 und γ_2 constant sind.

Wir betrachten zunächst die Masse M_1 der Kugel R_1 in ihren Mittelpunkt O_1 concentrirt und bestimmen das Potential der Kugel R_2 auf diese Masse. Zu diesem Behufe bilden wir in letzterer Kugel eine hohle Kugel, deren Radius ϱ, und deren Wandstärke $d\varrho$ beträgt. Wenn die Winkel eines Parallelschnittes φ bezw. $d\varphi$ sind, dann ist die Masse der durch den Parallelschnitt gebildeten Zone

$$dM = \varrho\, d\varphi\, d\varrho\, 2\pi\, \varrho \sin\varphi\, \gamma_2$$

und das Potential dieser Zone auf die Masse M_1

$$V = \frac{dM \cdot M_1}{a} = \frac{\varrho\, d\varphi\, d\varrho\, 2\pi\, \varrho \sin\varphi\, \gamma_2\, M_1}{a}$$

wo a die Entfernung des Mittelkreises der obengenannten Zone von der Masse M_1 bedeutet.

Nach Carnot's Regel ist

$$a^2 = A^2 + \varrho^2 - 2A\varrho\cos\varphi$$

woraus $2a\, da = 2A\varrho \sin\varphi\, d\varphi$

und $$\frac{\sin\varphi\, d\varphi}{a} = \frac{da}{A\varrho}$$

folglich $$V = M_1\, \gamma_2\, \frac{2\pi\, \varrho^2\, d\varrho}{A\varrho}\, da$$

oder $$V = M_1\, \gamma_2\, \frac{2\pi\, \varrho\, d\varrho}{A}\, da.$$

Das Potential der Masse M_1 vom Punkte O_1 auf die Masse der Hohlkugel mit dem Radius ϱ beträgt nun den Werth

$$W = \int W_1\, dm$$

$$W_1 = \frac{M_1\, \gamma_2\, 2\pi\, \varrho\, d\varrho}{a} \int_{A-\varrho}^{A+\varrho} da = \frac{M_1\, \gamma_2\, 4\pi\, \varrho^2\, d\varrho}{A}$$

daher $$W = \frac{M_1\, \gamma_2}{A}\, 4\pi \int_0^{R_2} \varrho^2\, d\varrho = \frac{M_1}{A}\left[\frac{4}{3} R_2^3\, \pi\, \gamma_2\right].$$

Die in den Klammern befindliche Grösse ist die Masse der Kugel mit dem Radius R_2, d. h.

$$\frac{4}{3} R_2^3 \pi \gamma_2 = M_2$$

es ist folglich der Werth des Potentials der beiden Kugel

$$W = \frac{M_1 M_2}{A}$$

d. h. man kann in diesem Falle die Massen der beiden Kugeln in ihren Mittelpunkt verlegen, ohne dass der Werth des Potentials sich verändern würde.

Die in einem Körper sich befindenden Massentheilchen wirken aufeinander anziehend, wodurch ein Potential des Körpers auf sich selbst entsteht. Wenn die Masse in einem gewissen Punkte durch dm ausgedrückt wird, dann sei das Potential des ganzen Körpers auf diese differentiale Masse V. Das Potential des Körpers auf sich selbst ist demnach

$$W = \frac{1}{2} \int V \, dm$$

wo das Integral mit dem Factor $\frac{1}{2}$ darum zu multipliciren ist, weil ein jedes Massenelement auf ein jedes andere Massenelement wirkt und somit bei dem Integriren zweimal gezählt wird, weshalb der Werth des Potentials doppelt so gross sich ergiebt, als es in der Wirklichkeit ist.

Das Potential einer Kugel auf sich selbst kann folgendermassen bestimmt werden.

Die Dichte der Kugel sei Constant und bezeichnen wir es mit γ. Der Halbmesser sei R. Denken wir uns nun eine kleinere Kugel mit dem Radius x concentrisch in der gegebenen Kugel, und bestimmen wir das Potential auf einen Punkt, welcher auf der Oberfläche der kleineren Kugel liegt. Einen analogen Fall haben wir schon einmal behandelt, und sahen, dass der Werth des Potentials durch die Formel

$$V = 2\pi\gamma \left(R^2 - \frac{x^2}{3}\right)$$

ausgedrückt wird (s. Seite 45).

Wenn wir nun auf der Oberfläche der kleineren Kugel eine Masse gleichförmig vertheilt denken, so dass die Dicke der so entstehenden Massenschicht überall dx beträgt, dann ist die Menge dieser Masse

$$dm = 4x^2\pi\, dx\, \gamma$$

und $$Vdm = 2\pi\gamma\left(R^2 - \frac{x^2}{3}\right) 4\pi x^2\, dx\, \gamma.$$

Weiters $$W = \frac{1}{2}\int Vdm$$

$$W = \frac{1}{2}\, 2\pi\gamma\, 4\pi\gamma\left[\int_0^R R^2x^2\, dx - \frac{1}{3}\int_0^R x^4\, dx\right]$$

$$W = 4\pi^2\gamma^2\left[\frac{R^5}{3} - \frac{1}{3}\,\frac{R^5}{5}\right]$$

oder $$W = 4\pi^2\gamma^2\frac{4}{3\cdot 5}R^5 = \frac{4^2\pi^2\gamma^2\, 3\, R^6}{3\cdot 3\cdot \mathrm{R}\cdot 5} = \left[\frac{4}{3}R^3\pi\gamma\right]^2\frac{3}{5}\,\frac{1}{R}.$$

Da aber $$\frac{4}{3}R^3\pi\gamma = M$$

die Masse der gegebenen Kugel ist, wird das gesuchte Potential

$$W = \frac{3}{5}\,\frac{M^2}{R}$$ sein.

Niveauflächen und Kraftlinien.

Besteht ein System aus mehreren Massen, dann ist das Potential dieses Massensystemes in Bezug auf einen Punkt

$$V = \sum_{n=1}^{n=p}\left(\frac{m_n}{r_n}\right)$$

wo p jene Zahl ist, welche anzeigt, aus wie vielen Massen das Massensystem gebildet ist.

Jener Raum, auf welchen die Kraftwirkung einer Masse oder eines Massensystems sich erstreckt, heisst das Kraftfeld der Masse bezw. des Massensystemes. Die Ausdehnung des Kraftfeldes hängt von gewissen Umständen ab, sie kann unendlich gross sein, in gewissen Fällen aber auch endliche Grenzen haben.

Im Kraftfelde sind unzählige solche Punkte, in welchen der Werth des Potentials derselbe ist. Die Gesammtheit dieser Punkte bildet die sogenannte Niveaufläche. Auf der Niveaufläche ist der Werth des Potentials also constant, und je nachdem die das System bildenden Massen vertheilt sind, ist ihre Gestalt sehr verschieden.

Besteht das System nur aus einer punktförmigen Masse, dann sind die Niveauflächen solche concentrische Kugelschalen, deren gemeinsamer Mittelpunkt mit der Lage der punktförmigen Masse zusammenfällt.

Die Zahl der Niveauflächen ist unendlich gross, da das Potential eines Systemes unendlich viele Zahlenwerthe annehmen kann. Nimmt der Werth des Potentials bei einer punktförmigen Masse an verschiedenen Stellen des Kraftfeldes nach einer arithmetischen Progression ab, dann entfernen sich die aus concentrischen Kugelschalen bestehenden Niveauflächen von einander immer mehr. Je näher man zur Masse kommt, desto dichter werden die Niveauflächen.

Die Bahn, welche die Einheitsmasse unter dem Einflusse der wirkenden Kräfte im Massensysteme frei beschreibt, ist die Kraftlinie. Die Kraftlinie ist im Allgemeinen eine gekrümmte Linie und wird die Richtung der in einem ihrer Punkte wirkenden Kraft durch die Richtung jener Tangente gegeben, welche zum betreffenden Punkte gehört.

Da das Potential auf derselben Niveaufläche constant ist, wird durch das Bewegen eines Punktes auf einer Niveaufläche keine Arbeit geleistet. Der Ausdruck der Arbeit hat als Factoren die Weglänge und die in ihre Richtung fallende Kraft. Die Arbeit ist Null, wenn einer dieser Factoren Null ist. Bewegt sich der Punkt auf einer Niveaufläche, dann beschreibt er eine gewisse Weglänge, da aber die geleistete Arbeit in diesem Falle Null ist, muss im Ausdrucke der Arbeit der Kräftefactor Null sein. Hieraus folgt, dass die wirkende Kraft in jedem Punkte der Niveaufläche senkrecht auf die Niveaufläche steht.

Bei einer punktförmigen Masse sind die Niveauflächen

concentrische Kugelschalen, folglich sind die Kraftlinien Radien dieser Kugelschalen.

Bei zwei punktförmigen Massen sind die Kraftlinien gekrümmt und von verschiedener Gestalt. Je grösser die Zahl der ein Massensystem bildenden Massen ist, desto complicirtere Gestalt hat im Allgemeinen die Kraftlinie.

Die Intensität des Kraftfeldes in einem gegebenen Punkte ist jene Kraft, welche auf die Masseneinheit im betreffenden Punkte wirkt. Diese Kraft ist desto grösser, je näher der Punkt zur wirkenden Masse liegt, da die Grösse der wirkenden Kraft umgekehrt proportional mit dem Quadrate der Entfernung ist. In einer unendlich grossen Entfernung wird die Kraftwirkung Null, d. h. die Intensität des Kraftfeldes in einer unendlichen Entfernung von der wirkenden Masse ist Null.

Nehmen wir eine punktförmige Masse in Anbetracht, dann sind die Niveauflächen concentrische Kugelschalen und die Kraftlinien Halbmesser dieser Kugelschalen. Die Kraftlinien dringen jede Niveaufläche durch, folglich müssen sie bei einer Niveaufläche, welche zur Masse näher liegt, dichter sein als bei einer entfernter gelegenen. In diesem Sinne aufgefasst, kann man von der Zahl der Kraftlinien sprechen, welche durch die Flächeneinheit der Niveauflächen gehen. Je grösser diese Zahl, desto grösser ist die Kraftwirkung, es ist folglich die Intensität des Kraftfeldes in einem Punkte mit der im betreffenden Punkte durch die Flächeneinheit dringenden Zahl der Kraftlinien proportional.

Schneidet man eine kleine Fläche aus einer Niveaufläche heraus und bildet in allen Punkten der Begrenzungslinie die Kraftlinien, dann entsteht der sogenannte Kräftefaden. Man kann den Kräftefaden auch zur Bestimmung der Intensität des Kraftfeldes benutzen, wenn man in Betracht zieht, dass bei punktförmiger wirkender Masse der Kräftefaden desto breiter wird, je grösser seine Länge ist. Die Intensität des Kraftfeldes in einem bestimmten Punkte ist umgekehrt proportional dem Durchmesser der Kraftfäden am fraglichen Orte.

II. Kapitel.

Magnetismus.

Der in der Natur vorkommende Magneteisenstein ($Fe_3 O_4$) besitzt die Eigenschaft, Eisentheilchen anzuziehen und festzuhalten. Diese Eigenschaft ist in diesem Falle natürlichen Ursprungs, kann aber gewissen Körpern auch durch künstliche Behandlung ertheilt werden. Solche Körper sind die verschiedenen Eisensorten, Nickel, Kobalt, und wenn sie durch die genannte Behandlung magnetisch geworden sind, nennt man sie künstliche Magnete.

Die magnetischen Körper können durch verschiedene Behandlungen in Magnete verwandelt werden. Wenn man einen gewöhnlichen Stahlstab, welcher keine bemerkbare magnetische Eigenschaft besitzt, mit einem Magnete mehrere Male in derselben Richtung bestreicht oder ihn mit mehreren Drahtwindungen versieht und durch diese Windungen einen gleichgerichteten elektrischen Strom sendet, so wird er zu einem Magnet. Weiches Eisen kann nur vorübergehend Magnet werden, denn sobald die magnetisirende Ursache aufhört, verliert das Eisenstück auch seine anziehende magnetische Eigenschaft.

Bestreut man einen Magnetstab mit Eisenfeilspähnen, so findet man, dass die Spähne an beiden Enden des Stabes am dichtesten sich anhäufen, während die Mitte ganz frei bleibt. Die ersteren Stellen sind die Pole des Magnets, der mittlere Theil aber die neutrale Zone. Hängt man den Stab so auf, dass er sich in der horizontalen Ebene frei bewegen kann, so nimmt er nach einigen Oscillationen eine bestimmte Lage ein, welche er ständig zu behalten strebt. Bringt man den Stab in eine andere Lage und lässt man ihn dann frei, so dreht er sich so lange, bis die Pole in ihre ursprüngliche Lage zurück gekommen sind. Hierbei nimmt der Stab eine Nord-Süd-Richtung ein, und darum nennt man den gegen Norden zugekehrten Pol Nordpol, den anderen aber Südpol.

In Wirklichkeit sind die Pole keine Punkte, nur in der mathematischen Behandlung werden sie als solche betrachtet. Die Verbindungslinie solcher Punkte heisst die magnetische Axe des Magnets.

Hängt man einen Magnet in der schon beschriebenen Weise auf und bringt in die Nähe des Nordpols den Nordpol eines anderen Magnets, so findet man, dass sich beide Pole abstossen. Südpol und Nordpol ziehen sich dagegen an, Südpol und Südpol stossen sich ab.

Gleichnamige Pole stossen sich ab, ungleichnamige Pole ziehen sich an.

Die zwischen zwei magnetischen Massen wirkende Kraft kann durch das Coulomb'sche Gesetz ausgedrückt werden. Nehmen wir an, dass in einem Punkte die magnetische Menge μ_1 ist, in einem anderen Punkte μ_2, und sei der geradlinige Abstand beider Punkte r, dann ist die Grösse der wirkenden Kraft, deren Richtung mit der Richtung der Verbindungslinie beider Punkte zusammenfällt (Fig. 30, S. 35)

$$P = \pm c \frac{\mu_1 \mu_2}{r^2}$$

d. h. die Grösse der wirkenden Kraft zwischen zwei magnetischen Mengen ist direkt proportional dem Produkte der magnetischen Mengen und umgekehrt proportional dem Quadrate ihrer gegenseitigen kürzesten Entfernung.

Im obigen Ausdrucke bedeutet c eine Constante, deren Grösse von den Maasseinheiten abhängt. Das positive Zeichen ist giltig, wenn μ_1 und μ_2 magnetische Mengen gleichnamig sind, im entgegengesetzten Falle ist das negative Vorzeichen in Betracht zu ziehen.

Wenn zwei gleichnamige magnetische Einheitsmengen aus der Einheit der Entfernung auf einander wirken, dann ist die Kraft die Einheit und die Formel

$$P = \pm c \frac{\mu_1 \mu_2}{r^2}$$

nimmt folgende Form an $1 = c \frac{1 \cdot 1}{1^2}$

d. h. bei obiger Wahl der Einheiten ist die Constante c die Einheit.

Jetzt wird der Ausdruck der wirkenden Kraft auch einfacher, nämlich

$$P = \pm \frac{\mu_1 \mu_2}{r^2}.$$

Besteht die magnetische Disposition aus mehreren magnetischen Mengen $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \ldots, \mu_m$ (Fig. 31, S. 39) und wirken diese Mengen auf die magnetische Menge μ aus den Entfernungen $r_1, r_2, r_3, \ldots, r_m$, dann sind die einzelnen Kraftwirkungen

$$p_1 = \pm \frac{\mu \mu_1}{r^2_1}; \quad p_2 = \pm \frac{\mu \mu_2}{r^2_2}; \quad p_3 = \pm \frac{\mu \mu_3}{r^2_3}; \ldots; \quad p_m = \pm \frac{\mu \mu_m}{r^2_m}$$

wobei die Maasseinheiten so gewählt sind, dass die Constante $c = 1$ ist.

Die Gesammtwirkung des ganzen magnetischen Systemes auf die magnetische Menge μ ist die Resultante der einzelnen Kraftwirkungen. Die Resultante kann berechnet werden, indem man die einzelnen Kräfte in drei, auf einander senkrechte Componentkräfte zerlegt, und die Resultanten der gleichgerichteten Componenten bildet. So bekommt man drei, auf einander senkrechte Kräfte, deren Resultante die Gesammtwirkung des magnetischen Systems giebt.

Wir werden diese Berechnungsweise in einem solchen Falle durchführen, bei welchem die magnetische Menge μ_1 auf die Einheit wirkt (Fig. 32, S. 36). Der geradlinie Abstand dieser magnetischen Mengen von einander sei r, die Coordinaten der magnetischen Menge μ_1, in Bezug auf die senkrechten Coordinaten seien a, b, c jene der Einheitsmenge x, y, z. Die wirkende Kraft fällt in die Richtung der Verbindungslinie r, und ihre Componenten parallel mit den Richtungen der Coordinaten sind

$$X = \frac{\mu_1}{r^2} \frac{x - a}{r}$$

$$Y = \frac{\mu_1}{r^2} \frac{y - b}{r}$$

$$Z = \frac{\mu_1}{r^2} \frac{z - c}{r}.$$

Bildet die Richtung der wirkenden Kraft mit den Richtungen der Coordinatenaxen die Winkel α, β und γ, dann sind die Cosinuse dieser Winkel

$$\cos\alpha = \frac{x-a}{r} \qquad \cos\beta = \frac{y-b}{r} \qquad \cos\gamma = \frac{z-c}{r}.$$

Die Quadrate

$$\cos^2\alpha = \left(\frac{x-a}{r}\right)^2 \qquad \cos^2\beta = \left(\frac{y-b}{r}\right)^2 \qquad \cos^2\gamma = \left(\frac{z-c}{r}\right)^2.$$

Ferner

$$X^2 = \left(\frac{\mu_1}{r^2}\right)^2 \cos^2\alpha \qquad Y^2 = \left(\frac{\mu_1}{r^2}\right)^2 \cos^2\beta \qquad Z^2 = \left(\frac{\mu_1}{r^2}\right)^2 \cos^2\gamma.$$

Die gesuchte Grösse der wirkenden Kraft ist daher

$$P^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 = \left(\frac{\mu_1}{r^2}\right)^2 (\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma)$$

da aber $$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

ist, folgt, dass $$P = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \frac{\mu_1}{r^2}.$$

Wenn man auf einen Magnet eine Glasscheibe oder ein Blatt Papier legt, und es mit feinen Eisenspähnen bestreut, so ordnen sich diese bei leisem Rütteln in krumme Linien. Diese Linien entstehen durch die gegenseitige Wirkung der Magnetpole auf die einzelnen Eisenspähne. Denken wir nun in die Nähe der Magnetpole einen magnetischen Pol gebracht, so dass er sich frei bewegen kann, so wird er eine gekrümmte Bahn beschreibend von einem Pol zum anderen sich bewegen. Die Bewegung erfolgt zufolge der gegenseitigen magnetischen Wirkungen.

Die wirkende Kraft wechselt ihre Richtung, je nachdem der bewegliche Pol seine Lage ändert. Die Bahn dieses Poles heisst Kraftlinie. Kraftlinie nennt man also jene, im Allgemeinen gekrümmte Linie, deren Tangenten in jedem einzelnen Punkte die Richtung der wirkenden Kraft geben.

Nachdem die magnetische Wirkung eines Poles in jeder Richtung bemerkbar ist, kann man annehmen, dass aus dem Pole Kraftlinien nach jeder Richtung austreten.

Der Raum des Wirkungskreises bei einem Pole ist das magnetische Feld des Poles. Wenn man den Ausdruck der wirkenden Kraft

$$P = \pm \frac{\mu \mu_1}{r^2}$$

in Anbetracht nimmt, so findet man, dass P desto kleiner ist, je grösser r wird. Wenn $r = \infty$ ist, so giebt sich für $P = o$, das heisst die wirkende gegenseitige Kraft ist dann Null, wenn die magnetische Menge μ_1 von der magnetischen Menge μ unendlich weit entfernt ist. Das magnetische Feld eines jeden Poles dehnt sich also bis ins Unendliche.

Die Kraftlinien eines Poles füllen, theoretisch genommen, den Raum bis ins Unendliche aus. Wenn im magnetischen Felde nicht ein Einheitspol, sondern eine grössere magnetische Masse sich befindet, so giebt sich die wirkende Kraft als die Resultante jener Kräftewirkungen, deren Zahl gleich der der Kraftlinien ist, welche von der magnetischen Masse am betreffenden Orte geschnitten werden.

Nachdem die wirkende Kraft in der Nähe der Pole grösser ist, als in weiteren Entfernungen, kann man nach dem Vorhergesagten annehmen, dass die Kraftlinien in der Nähe des Poles dichter sind als irgendwo. In solchem Sinne aufgefasst, kann man von der Zahl der Kraftlinien reden.

Die Intensität des magnetischen Feldes in einem gegebenen Punkte ist jene Kraftwirkung, welche im betreffenden Punkte vom Magnetpol auf die gleichnamige magnetische Einheitsmenge ausgeübt wird. Die Intensität des Feldes ist daher verschieden, je nachdem der Punkt dem Pole näher liegt oder von ihm weiter fällt. Es leuchtet ein, dass die Intensität im unendlich weit liegenden Punkte des magnetischen Feldes gleich Null ist.

Nehmen wir an, dass der Einheitspol von der magnetischen Menge μ in der Entfernung r_1 liegt. Vorausgesetzt, dass diese magnetischen Mengen gleichnamig sind, ist die Grösse der wirkenden Kraft

$$P = \frac{\mu \cdot 1}{r_1^2}.$$

Diese Kraft wirkt auf den Einheitspol abstossend. Wenn der Pol sich ganz frei bewegen kann, so lässt er der Kraftwirkung nach und entfernt sich von der Menge μ immer mehr. Da aber die wirkende Kraft, wie wir schon gesehen haben, erst dann Null wird, wenn der Einheitspol von μ sich unendlich weit entfernt, kommt die magnetische Einheit nur in dem Unendlichen zur Ruhe.

Die wirkende Kraft leistet aber in diesem Falle eine Arbeit, deren Grösse folgendermassen ausgedrückt werden kann.

Es bewege sich die Einheitsmenge nur durch die Weglänge dr, dann ist die Arbeit $P\,dr$. Wenn sich der Einheitspol bis ins Unendliche bewegt, dann ist die gesammte Arbeit L_1

$$L_1 = \int_{r_1}^{\infty} P\,dr.$$

Da aber $P = \frac{\mu}{r_1^2}$ ist, folgt, dass

$$L_1 = \mu \int_{r}^{\infty} \frac{dr}{r_1^2} = -\frac{\mu}{r_1}\Big|_{r_1}^{\infty} = \frac{\mu}{r_1}\Big|_{\infty}^{r_1} = \frac{\mu}{r_1}.$$

Den Ausdruck $L_1 = \frac{\mu}{r_1}$

nennt man das magnetische Potential des Einheitpoles im magnetischen Felde von μ bei einer Entfernung r_1.

Ist der Einheitspol von der magnetischen Menge μ in der Entfernung r_2, so ist das magnetische Potential in diesem Falle

$$L_2 = \frac{\mu}{r_2}$$

Die Differenz dieser beiden magnetischen Potentiale ist jene Arbeit, welche von der magnetischen Kraft geleistet wird, wenn die magnetische Einheit von einem Punkte sich zum zweiten Punkte bewegt. Mathematisch ausgedrückt steht die Formel

$$L_1 - L_2 = L = \frac{\mu}{r_1} - \frac{\mu}{r_2} = \mu\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Ist $r_2 > r_1$, so ist $L_2 < L_1$ und die geleistete Arbeit ist positiv. Im Allgemeinen, wenn im magnetischen Felde von μ

nicht der Einheitspol, sondern eine andere magnetische Menge μ_1 sich befindet, so ist das Potential zwischen zwei Punkten

$$L_1 = \frac{\mu\,\mu_1}{r_1} \text{ respective}$$

$$L_2 = \frac{\mu\,\mu_2}{r_2}.$$

Die geleistete Arbeit aber

$$L = L_1 - L_2 = \mu\,\mu_1 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

L ist jene Arbeit, welche geleistet werden muss, um die magnetische Menge μ_1 im magnetischen Felde von μ gegen die magnetischen Kräfte durch die Weglänge $r_2 - r_1$ zu führen.

Nachdem das magnetische Feld um den Pol in jeder Richtung sich ausbreitet, kann man unzählige solche Punkte im Raume finden, in welchen der Werth des magnetischen Potentials derselbe ist. Die Gesammtheit dieser Punkte bildet eine sogenannte Niveaufläche.

Die Zahl der Niveauflächen bei einem magnetischen Pole ist unendlich gross. Die Richtung der wirkenden Kraft in einem beliebigen Punkte der Niveaufläche ist immer senkrecht zum Flächenelemente in dem betreffenden Punkte.

Was die Form der Niveauflächen betrifft, ist sie sehr verschieden und hängt von der Form des magnetischen Poles und von der Nähe anderer gleichnamiger oder entgegengesetzter magnetischen Pole ab. Bei einem punktförmigen Pole sind die Niveauflächen solche concentrische Kugelschalen, deren gemeinsamer Mittelpunkt mit dem punktförmigen Pole zusammenfällt. Die Grösse der wirkenden Kraft ist bei einer Niveaufläche constant und senkrecht auf alle Flächenelemente, demzufolge keine Arbeit geleistet wird, wenn ein magnetischer Pol auf derselben Niveaufläche sich bewegt. Arbeit wird nur dann geleistet, wenn der Pol von einem Punkte nach einem solchen sich bewegt, welcher auf einer anderen Niveaufläche liegt. Daraus folgt, dass die geleistete Arbeit nur von den magnetischen Massen und von der Potentialdifferenz abhängt, von der Bahn

der Bewegung der Pole aber unabhängig ist (Fig. 33). Es ist egal, ob die magnetische Menge μ_1 im magnetischen Felde von μ, vom Punkte *a* nach dem Punkte *b* sich bewegend, die Bahn *a c b* oder *a d b* oder *a e b* beschreibt, die geleistete Arbeit bleibt immer dieselbe. Es entstehen in letzteren Fällen positive und negative Arbeiten, deren algebraische Summe gleich dieser Arbeit ist, welche geleistet wird, wenn μ_1 vom Punkte *a* sich zum Punkte *b* in gerader Linie bewegt.

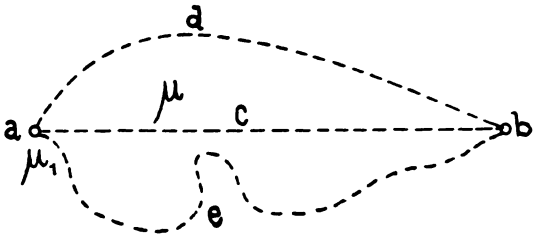


Fig. 33.

Wenn das magnetische Feld durch die magnetischen Massen μ_1, μ_2, μ_3, . . . hervorgerufen wird, so ist das Potential in einem gewissen Punkte in Bezug auf die magnetische Einheit

$$L = \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2} + \frac{\mu_3}{r_3} + \ldots$$

wo r_1, r_2, r_3, . . . die Entfernungen des Einheitspunktes von jeder einzelnen magnetischen Masse bedeuten.

Wir haben gesehen, dass die Zahl der durch die Flächeneinheit gehenden Kraftlinien verschieden ist, je nachdem die Flächeneinheit zu dem magnetischen Pole liegt. Auch ist die wirkende Kraft in den verschiedenen Entfernungen verschieden. Man kann nun festsetzen, dass die magnetische Feldstärke in einem gegebenen Punkte mit der Zahl der Kraftlinien gemessen wird, welche im betreffenden Punkte die Flächeneinheit durchsetzen. Das magnetische Feld besitzt in diesem Falle die Einheit der Intensität, wenn durch die Flächeneinheit senkrecht zur Richtung der Kraftlinien nur eine Kraftlinie geschnitten wird.

In diesem Sinne genommen, sendet die Einheit der magnetischen Masse soviel Kraftlinien aus, als jene Flächeneinheitszahl ist, welche die Kugel mit dem Einheitsradius besitzt. Da aber die Fläche einer Kugel mit dem Radius r gleich $4r^2\pi$ ist, bekommt man die Fläche der obengenannten Kugel, wenn man $r = 1$ setzt. Dieser Werth ist demnach 4π. Dies giebt zugleich die Zahl der vom Einheitspol ausgesendeten Kraftlinien.

Besteht der Pol aus der magnetischen Menge μ, das heisst, ist er μ-mal stärker als die Einheit, so sendet er auch μ-mal mehr Kraftlinien aus, demzufolge die gesammte Zahl der Kraftlinien $4\pi\mu$ beträgt.

Die positive Richtung der Kraftlinie ist jene vom Nordpol nach dem Südpol gerichtete.

Die Pole des Magnets können folgendermassen bestimmt werden. Ein Magnet befindet sich in einem homogenen magnetischen Felde (Fig. 34). Ein magnetisches Feld ist homogen, wenn in jedem seiner Punkte die magnetische Intensität gleich ist. Als homogenes Feld kann ein kleiner Theil des Kraftfeldes vom Erdmagnetismus betrachtet werden. Im homogenen Felde sind die Kraftlinien parallel.

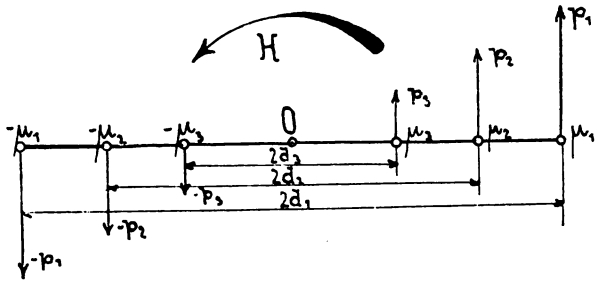


Fig. 34.

Sei der genannte Magnet stabförmig und besitze er an verschiedenen Punkten seiner Länge die freien magnetischen Mengen $+\mu_1$, $+\mu_2$, $+\mu_3$, denen symmetrisch an der anderen Hälfte des Stabes die gleich grossen, aber entgegengesetzt polarisirten magnetischen Mengen $-\mu_1$, $-\mu_2$, $-\mu_3$ entsprechen.

Da die freien magnetischen Mengen desto grösser sind, je näher sie dem Pole liegen, ist

$$\mu_1 > \mu_2 > \mu_3$$

und dementsprechend sind die auf die einzelnen magnetischen Mengen wirkenden Kräfte verschieden und zwar ist

$$p_1 > p_2 > p_3.$$

Wenn H die constante magnetische Intensität bedeutet, dann sind die Grössen dieser Kräfte

$$+p_1 = +\mu_1 H; \quad +p_2 = +\mu_2 H; \quad +p_3 = +\mu_3 H$$

und $$-p_1 = -\mu_1 H; \quad -p_2 = -\mu_2 H; \quad -p_3 = -\mu_3 H.$$

Diese Kräfte trachten den Magnetstab um die Axe O in eine mit den Kraftlinien parallele Lage zu drehen. Die Drehung erfolgt im Sinne der in die Figur eingezeichneten Pfeilrichtung.

Wenn die Entfernungen der zusammengehörigen, gleich grossen magnetischen Mengen $2d_1$, $2d_2$ und $2d_3$ sind, dann werden die Ausdrücke der Momente der Kräftepaare

$$\mu_1 H \cdot 2d_1; \quad \mu_2 H \cdot 2d_2; \quad \mu_3 H \cdot 2d_3 \text{ sein.}$$

Bezeichnen wir die Poldistanz mit a, dann ist im Allgemeinen

$$\sum_{n=1}^{n=m} \mu_n H\, 2d_n = 2H \sum_{n=1}^{n=m} \mu_n d_n = 2a\, H\mu$$

wo μ jene freie magnetische Menge bedeutet, welche in den Polen des Magnets herrscht.

Aus obigem Ausdrucke bekommt man

$$2a = \frac{2 \sum_{n=1}^{n=m} \mu_n d_n}{\mu}$$

welcher Werth die gesuchte Poldistanz giebt.

$M = 2a \cdot \mu = 2d_1\, \mu_1 + 2d_2\, \mu_2 + 2d_3\, \mu_3 + \ldots + 2d_m\, \mu_m$ ist das magnetische Moment des Magnets.

Wenn der Magnetstab in seiner Ruhelage ist, dann nimmt seine magnetische Axe die Nord-Süd Richtung ein. Bringt man ihn aus dieser Lage und lässt ihn dann frei, dann kommt er in eine oscillirende Bewegung. Die Schwingungszeit dieser oscillirenden Bewegung kann durch die bei der pendelnden Bewegung abgeleiteten Formeln bestimmt werden.

Es sei der Ausschlagwinkel eines Magnets von seiner Ruhelage u, der freie Magnetismus in seinen Polen $+\mu$ und $-\mu$, die Poldistanz aber d. Das Drehungsmoment der wirkenden Kräfte ist bei einer constanten Feldintensität H

$$D = H\mu d \sin u = HM \sin u$$

da der Hebelarm des Kräftepaares

$$r = d \sin u \text{ ist.}$$

Wenn der Ausschlagwinkel u klein ist, dann kann man statt sin u den Winkelwerth u nehmen, und in diesem Falle ist

$$D\,(=)\,MHu.$$

Bei pendelnder Bewegung fanden wir, dass (Seite 29)

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -\frac{D}{K}$$

wo D das Drehungsmoment, K das Trägheitsmoment des sich bewegenden Systemes auf die Drehungsaxe bedeuten.

In unserem Falle wird

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -\left(\frac{MH}{K}\right)u$$

und die Schwingungszeit

$$T = \pi\sqrt{\frac{K}{MH}} \text{ sein.}$$

Wenn der Magnet an elastischem Faden hängt, dann wirken auch Torsionskräfte und ist infolgedessen

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \frac{D_1 + D_2}{K}.$$

Da aber $D_2 = Cu$

wird $$\frac{d^2u}{dt^2} = -\left[\frac{MH + C}{K}\right]u$$

und $$T = \pi\sqrt{\frac{K}{MH + C}}$$

C ist der Torsionscoefficient des Fadens.

Eine andere Form des Ausdruckes der Schwingungszeit ist nach Gauss folgende

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{MH\left(1 + \frac{C}{MH}\right)}}$$

wo $\frac{C}{MH} = \vartheta$

das Torsionsverhältniss der Disposition ist.

Der Werth von ϑ ist durch Experiment zu bestimmen, und geschieht dies nach Gauss folgendermassen.

Der Faden ist auf einem Torsionskopf befestigt und kann durch eine Spindel verdreht werden. Die Grösse der Verdrehung der Spindel kann auf einer Gradskala abgelesen werden. Wenn der Magnetstab in Ruhelage ist, dann hat der Faden keine Torsion und der Index der Spindel steht auf Null. Wird die Spindel mit dem Winkel ω verdreht, dann bekommt der Faden Torsion und der Magnetstab verlässt seine Ruhelage.

Der Stab kommt erst dann in Ruhe, wenn die Torsions- und die magnetischen Kräfte in Gleichgewicht sind. Da die letzteren den ersteren gegenüber eine negative Wirkung haben, wird der Winkel, den der Stab in seiner neuen Ruhelage mit der ursprünglichen bildet, kleiner als ω sein. Sei dieser Winkel α.

In der Gleichgewichtslage sind die Drehungsmomente gleich, daher $MH \sin \alpha = C(\omega - \alpha)$

α ist klein, folglich $\sin \alpha (=) \alpha$

und $MH\,\alpha = C(\omega - \alpha)$

hieraus $\frac{C}{MH} = \frac{\alpha}{\omega - \alpha} = \vartheta.$

Dieser Werth ist nur bei sehr kleiner Amplitude richtig. Wenn der Ausschlagwinkel eines Magnetstabes grösser als 5^0 ist, dann ist die Schwingungszeit

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{MH(1+\vartheta)}} \left[1 + \frac{\gamma^2}{16}\right]$$

wo γ den Ausschlagbogen bezeichnet.

Permeabilität. Die magnetomotorische Kraft. Magnetische Induction.

Wird ein gleichgerichteter elektrischer Strom durch mehrere Windungen um einen Eisenkern geführt, dann nimmt dieser Kern magnetische Eigenschaften an. Es entstehen magnetische Kraftlinien und der Kern hat einen Nord- und einen Südpol. Die Wirkung des elektrischen Stromes auf den Eisenkern war also eine magnetische.

Wir sahen, dass jede Kraftlinie ein in sich geschlossenes Ganzes bildet und aus dem Nordpole austretend, beim Südpol wieder in den Eisenkern tritt, um in demselben zu seinem ursprünglichen Ausgangspunkt zurückzukehren. Man kann solchermassen eine Kraftlinienströmung annehmen, welche durch den Eisenkern und den die Pole umgebenden Raum fliesst.

Die verschiedenen Körper verhalten sich den magnetischen Kraftlinien gegenüber verschieden. Jene Körper, welche von den Polen eines Magnets angezogen werden, sind sogenannte paramagnetische Körper, jene dagegen, welche abgestossen werden, diamagnetische. Bringt man einen paramagnetischen Körper, z. B. ein Eisenstück, in ein magnetisches Feld, dann findet man, dass sich die Kraftlinien in der Nähe des Eisenstückes verdichten und im Eisenstücke dichter verlaufen als an einem anderen Orte des magnetischen Feldes. Das Eisenstück übt eine zusammenziehende Wirkung auf die Kraftlinien aus und zwingt sie, einander näher zu kommen. Die Flächeneinheit des Eisenstückes. senkrecht zu den Kraftlinien genommen, schneidet also mehr Kraftlinien, als jene unter denselben Bedingungen liegende des Raumes. Man sieht hieraus, dass die Leitungsfähigkeit oder das Durchlassvermögen des Eisenstückes in Bezug auf die Kraftlinien grösser ist als jene des umgebenden Raumes, in unserem Falle also der Luft. Diese Eigenschaft der Körper nennt man die Permeabilität. Das Eisen hat eine grössere Permeabilität als die Luft.

Die Ursache, in Folge deren eine Kraftlinienströmung zu Stande kommt, nennt man die magnetomotorische Kraft. Wirkt

die magnetomotorische Kraft in einem magnetischen Kreise, dann entsteht eine Kraftlinienströmung, deren Stärke von der Grösse der magnetomotorischen Kraft und von dem Widerstande des magnetischen Strömungskreises abhängt. Es kann ein magnetischer Kreis aus mehreren, verschiedene Permeabilität besitzenden Medien gebildet werden, und dementsprechend ist auch der Widerstand des magnetischen Kreises von seinen Bestandtheilen abhängig. Je grösser die Permeabilitäten der verschiedenen Medien sind, desto kleiner ist der Gesammtwiderstand des magnetisehen Kreises und desto stärker ist der entstehende Kraftlinienstrom.

Der reciproke Werth der Permeabilität ist der specifische magnetische Widerstand, und bezeichnen wir mit μ die Permeabilität, dann wird der specifische magnetische Widerstand

$$\varrho = \frac{1}{\mu} \text{ sein.}$$

Die Stärke des magnetischen Kraftfeldes an einem bestimmten Orte hängt von jener Anzahl der Kraftlinien ab, welche am fraglichen Orte durch die Flächeneinheit, senkrecht zu den Kraftlinien genommen, dringen. Diese Zahl der Kraftlinien heisst die magnetische Induction und wird gewöhnlich mit B bezeichnet.

Der Werth der magnetischen Induction ist sehr verschieden und hängt von dem Material des Körpers und von der Grösse der magnetomotorischen Kraft ab. Während die gesammte Anzahl der Kraftlinien längs des Kraftlinienstromes in senkrechten Querschnitten auf die Kraftlinien immer constant ist, wird die magnetische Induction sehr verschiedene Werthe annehmen, je nachdem die Verhältnisse an einzelnen Stellen des magnetischen Kreises verschieden sind.

Bedeutet H die magnetomotorische Kraft, B die Induction, dann ist die Permeabilität

$$\mu = \frac{B}{H}$$

oder der specifische magnetische Widerstand

$$\varrho = \frac{1}{\mu} = \frac{H}{B}.$$

Ist bei einem gegebenen Körper die Grösse der magnetomotorischen Kraft bekannt, und ist seine Permeabilität μ, dann wird bei einem auf die Richtung der Kraftlinien senkrechten Querschnitte S die gesammte Anzahl der entstehenden Kraftlinien $N = \mu H S$ sein.

Hieraus kann die Induction im betreffenden Querschnitte berechnet werden, und zwar

$$B = \frac{N}{S} = \mu H.$$

Die Permeabilität des leeren Raumes ist die Einheit. Die Luft und die diamagnetischen Körper besitzen eine Permeabilität, welche sehr nahe zur Einheit steht, und wird diese bei praktischen Berechnungen immer als die Einheit genommen.

Wenn die Permeabilität die Einheit ist, dann wird

$$B = H$$

sein, d. h. in solchem Falle ist die magnetische Induction mit der magnetomotorischen Kraft numerisch gleich.

Die Permeabilität desselben Materiales ist keine Constante, sondern hängt von der Induction ab. Je grösser die Induction, desto grösser wird der Werth der Permeabilität bis zu einer gewissen Grenze, dann nimmt bei weiter wachsender Induction der Werth der Permeabilität ab. Die graphische Darstellung dieses Zusammenhanges ist in Figur 35 sichtbar. Das Material ist in diesem Falle weicher Eisendraht.

Zickler drückt den Zusammenhang zwischen der Permeabilität und der magnetischen Induction durch folgende empirische Formel aus:

$$\mu = \alpha + \beta B + \gamma B^2 + \delta B^3$$

wo α, β, γ und δ Constante bedeuten.

Die Differenz zwischen den so berechneten und den beobachteten Werthen beträgt ca. 8 — 10 Procent.

Die beste Permeabilität besitzt das Eisen, jedoch muss man die verschiedenen Eisensorten von einander in dieser Hinsicht unterscheiden. Die grösste Permeabilität unter den Eisensorten hat das weiche Schmiedeisen, während das Gusseisen weit kleinere Permeabilität besitzt.

Durch Vergrösserung der magnetomotorischen Kraft wächst die Induction bis zu einer gewissen Grenze bedeutend, dann wird der Zuwachs der Kraftlinien immer spärlicher, je mehr das Medium mit Kraftlinien gesättigt wird. Theoretisch genommen hat die Induction keine obere Grenze und kann man bei hohen Kraftlinienzahlen durch entsprechende Steigerung der magnetomotorischen Kraft noch immer neue Kraftlinien erzeugen, im praktischen Gebrauch nimmt man aber einen oberen Grenzwerth an. Dieser obere Grenzwerth ist für Schmiedeisen pro cm^2 Querschnitt 18000 Kraftlinien, bei Gusseisen dagegen nur 12000 Kraftlinien, bei Gussstahl 16000 Kraftlinien.

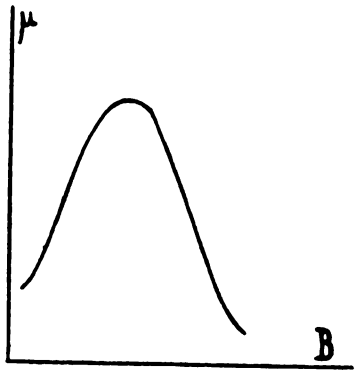


Fig. 35.

Der Zusammenhang zwischen der magnetischen Induction und der magnetomotorischen Kraft kann graphisch durch die Inductionscurve dargestellt werden, wobei die Abscissen durch die Werthe der magnetomotorischen Kraft, die Ordinaten dagegen durch jene der magnetischen Induction gegeben sind. Diese Curven können auch zur Vergleichung der magnetischen Eigenschaften der verschiedenen Eisenmaterialien dienen, da jene Eisensorte bessere magnetische Eigenschaften hat, deren Inductionscurve höher verläuft. In Fig. 36 sind diese Curven für Guss-, Schmiedeisen und Gussstahl eingezeichnet und es ist daraus ersichtlich, dass durch dieselbe magnetomotorische Kraft im Schmiedeisen mehr Kraftlinien erzeugt werden können als im Gusseisen, d. h. dass Schmiedeisen für magnetische Zwecke besser verwendbar ist, als das Gusseisen.

Die Inductionscurven werden durch Experimental-Untersuchungen bestimmt. Zu diesem Zwecke wird das Eisen demagnetisirt, d. h. der Wirkung veränderlicher magnetomotorischer Kraft unterworfen. Es ist am zweckmässigsten,

zu diesem Behufe Wechselstrom zu benutzen, da in diesem Falle die magnetomotorische Kraft von Null auf ein positives Maximum wächst, dann fällt es wieder auf Null herab und erreicht ein negatives Maximum, um bald darauf wieder den Werth von Null anzunehmen. Diese Schwankungen folgen einander sehr rasch und kann durch sie eine vollständige Demagnetisirung erreicht werden. Wenn man keinen Wechselstrom zur Verfügung hat, so kann man zum Demagnetisiren auch Gleichstrom verwenden, indem man durch Commutiren seine Richtung fortwährend ändert. Allerdings ist diese Methode viel umständlicher als die erstere.

Das Eisenstück wird bei diesen Untersuchungen als Stab oder als Ring ausgebildet und mit isolirten Drahtwindungen versehen. Zwischen den Dimensionen des Eisens und dessen Bewickelung einerseits und den messbaren elektrischen Grössen andererseits bestehen solche Beziehungen, welche auf die Grösse der magnetomotorischen Kraft und der Induction schliessen lassen.

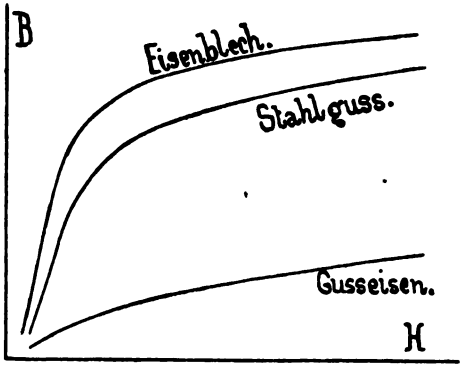


Fig. 36.

Die Inductionscurve geht aus dem Nullpunkte des Coordinatensystemes aus, hebt sich steil, verläuft dann später immer flacher, je mehr das Eisen durch Kraftlinien gesättigt wird. Bis die Curve sich steil erhebt, ist eine kleine Zunahme der magnetomotorischen Kraft genügend, um in der Zahl der Kraftlinien, d. h. im Werthe der magnetischen Induction eine erhebliche Veränderung herbeizuführen. Später wird das Verhältniss umgekehrt, da zu einer Steigerung der Kraftlinienzahl mit einem gewissen Werthe eine namhafte magnetomotorische Kraftsteigerung nöthig ist.

Aus der Inductionscurve kann man auch den jeweiligen Werth der magnetischen Permeabilität bestimmen, man braucht nur den Werth der magnetischen Induction mit demjenigen der dazugehörigen magnetomotorischen Kraft zu dividiren, da der Zusammenhang

$$\mu = \frac{B}{H}$$ besteht.

Ist B gross, dann braucht man zur weiteren Vergrösserung ihres Werthes eine unverhältnissmässig grosse magnetomotorische Kraft H, das heisst μ wird desto kleiner, je grösser die magnetische Induction ist, oder anders gesagt, die magnetische Leitfähigkeit des Eisens wird desto kleiner, je mehr sie mit Kraftlinien gesättigt wird.

Die Zahl der Kraftlinien ist längs des ganzen Kraftlinienweges constant, nur die Induction wechselt mit der Grösse des Querschnittes. Ist bei einem Querschnitte q die Induction B, bei einem anderen Querschnitte q_1 die Induction B_1 und beträgt die gesammte Anzahl der Kraftlinien den Werth N, dann wird

$$N = B\,q = B_1\,q_1$$

oder

$$\frac{B}{B_1} = \frac{q_1}{q}$$

sein, d. h. die Inductionen verhalten sich umgekehrt, wie die betreffenden Querschnitte.

Hysteresis. Remanenter Magnetismus. Coercitivkraft.

Wird ein demagnetisirtes Eisenstück der Wirkung wachsender magnetomotorischer Kraft unterworfen, dann nimmt die magnetische Induction an Grösse anfangs sehr rasch zu, später langsamer, bis die Zunahme ganz minimal wird. Wenn nun die magnetomotorische Kraft abnimmt, dann wird auch die Induction kleiner, jedoch nicht in dem Maasse als bei entsprechender zunehmender magnetomotorischer Kraft, so dass bei ganz verschwundener magnetisirender Kraft das Eisen noch eine beträchtliche Induction aufweisen kann. Diese zurück-

bleibende Stärke der Magnetisirung heisst remanenter Magnetismus, und beträgt ihr Werth einige Procente weniger, als jener der Maximalmagnetisirung.

Nehme nun die magnetomotorische Kraft negative Werthe an, und zwar von Null bis auf ein gewisses negatives Maximum, und untersuchen wir die Inductionsverhältnisse in diesem Falle. Bei Null magnetomotorischer Kraft war die Induction, dem remanenten Magnetismus entsprechend, noch beträchtlich. Wächst die magnetisirende Kraft in negativem Sinne jetzt nur wenig, fällt schon der Werth der magnetischen Induction sehr herab und wird bald Null. Um also den remanenten Magnetismus verschwinden lassen zu können, musste man eine gewisse negative magnetomotorische Kraft wirken lassen. Diese Kraft ist nach Hopkinson die sog. Coercitivkraft. Ihre Grösse ändert sich mit dem Materiale, gerade wie auch die Grösse des remanenten Magnetismus von der Beschaffenheit des Materiales abhängt.

Wenn die magnetomotorische Kraft in negativem Sinne weiter anwächst, dann wird die magnetische Induction auch negativ und verhält sich zur magnetisirenden Kraft ähnlich wie bei positiven Werthen. Die Induction hat auch in negativem Sinne eine Grenze, der eine bestimmte maximale magnetomotorische Kraft entspricht. Nimmt diese Kraft nun wieder Werthe an, welche von dem Maximum ausgehend gegen Null abfallen, dann wird bei Null wieder eine beträchtliche magnetische Induction zurückbleiben. Dieser Fall ist mit dem erwähnten remanenten Magnetismus analog, nur entgegengesetzten Sinnes. Um diese zurückbleibende Induction zu vernichten, ist eine bestimmte positive magnetomotorische Kraft anzuwenden, welche der schon genannten Coercitivkraft entspricht.

Wir ersehen aus alledem, dass die magnetischen Körper dem Magnetisiren einen gewissen Widerstand entgegensetzen, d. h. das Bestreben haben, in dem Zustande zu verbleiben, welchen sie durch eine vorhergegangene Magnetisirung bereits erhalten haben. Hieraus folgt, dass die Aenderungen des Magnetismus hinter den Aenderungen der magnetisirenden

Kraft bleiben, oder aber dass die magnetischen Körper eine gewisse magnetische Trägheit aufweisen.

Durch die magnetische Untersuchung eines Materials müssen diejenigen Grössen gewonnen werden, welche zur Beurtheilung der magnetischen Güte des Materiales nothwendig und von Wichtigkeit sind. Um dies zu erreichen, muss mit dem Material ein vollständiger magnetischer Kreisprocess ausgeführt werden, zu welchem Behufe man vom demagnetisirten Eisen ausgehend nach schon bekannter Weise die magnetisirende Kraft verändert. Ein vollständiger magnetischer Kreisprocess besteht also aus fünf Theilen und zwar:

I. Die magnetomotorische Kraft wird von Null auf ein positives Maximum vergrössert, welches Maximum von der Sättigungsgrenze des Materiales abhängt. Dieses ist bei Schweisseisen, Gussstahl, Flusseisen und Walzeisen ca. 150 *CGS*-Einheiten, bei hartem Stahl ca. 300 *CGS*-Einheiten. Die Magnetisirungscurve steigt im Anfang rapid, später langsamer, und ist ihre Höhe für die Verwendbarkeit des Materiales von Bedeutung.

II. Die magnetomotorische Kraft wird vom positiven Maximum auf Null heruntergebracht. In Folge der schon vorher besprochenen magnetischen Trägheit des Materials fällt die Curve langsamer, als sie gestiegen war, so dass bei Null magnetisirender Kraft noch eine beträchtliche magnetische Induction zurückbleibt. Dies giebt ein Maass zur Beurtheilung des remanenten Magnetismus.

III. Die magnetomotorische Kraft wird weiter vermindert, oder mit anderen Worten, sie wird negativ. Die Veränderung im negativen Sinne geht bis zu einem negativen Maximum, welches mit dem positiven gleichwerthig ist. Die Curve fällt rasch und bald wird die Induction negativ. Jene magnetisirende Kraft, bei welcher die Induction Null wird, d. h. bei welcher der remanente Magnetismus gänzlich verschwindet, giebt die Grösse der Coercitivkraft. Bei maximaler negativer magnetisirender Kraft erreicht die Induction ihr negatives Maximum. Wenn keine störenden Einflüsse wirken, dann ist dieses Maximum mit dem positiven Maximum gleichwerthig.

IV. Bei dem vierten Theile des vollständigen magnetischen Kreisprocesses wird die magnetisirende Kraft vom negativen Maximum auf Null allmählich vermindert. Die Curve fängt an zu steigen, jedoch unter der Abfallscurve, aus denselben Gründen, als bei allmählichem Schwächen der positiven magnetisirenden Kraft im II. Theile des Kreisprocesses. Bei Null ist noch eine beträchtliche negative magnetische Induction wahrzunehmen, welche mit dem remanenten Magnetismus identisch ist und von dem im II. Theile besprochenen nur im Vorzeichen verschieden ist.

V. Jetzt wird die magnetisirende Kraft wieder von Null auf das frühere positive Maximum gebracht, wobei die Curve vom negativen remanenten Magnetismus in der bereits besprochenen Weise zum positiven Maximum emporsteigt.

In Fig. 37 sind diese Theile:

I. *Oa*; II. *ab*; III. *bcd*; IV. *de*; V. *efa*.

$\overline{Ob}$ giebt den remanenten Magnetismus, $\overline{Oc}$ den Werth der Coercitivkraft.

Durch den vollständigen magnetischen Kreisprocess bekommen wir also die schon bezeichneten Curven. Die Gestalt der aus diesen Curven gebildeten Schleife ist bei verschiedenen Materialien verschieden. Sie ist bei Schmiedeisen schmal, dagegen bei gehärtetem Stahl verhältnissmässig sehr breit. Die Curvenschleife giebt das Zurückbleiben der Induction hinter der magnetisirenden Kraft; dieses Zurückbleiben heisst die magnetische Hysteresis, die Curvenschleife aber die Hysteresisschleife.

Die magnetische Hysteresis ist als ein Widerstand zu betrachten, welcher Widerstand dem erregenden magnetischen Felde entgegengesetzt wirkt. Bei einem vollständigen magnetischen Kreisprocess ist also zur Ueberwindung dieses Widerstandes eine gewisse Grösse von Energie nöthig, welche für die Magnetisirung verloren geht. Diese Energie verwandelt sich in Wärme, und ist ihre Grösse desto bedeutender, je grösser die Anzahl der vollständigen Kreisprocesse ist. Bei Transformatoren z. B. ist die Anzahl dieser Kreisprocesse sehr beträchtlich, da der zu transformirende Wechselstrom gewöhnlich eine hohe

Periodenzahl hat. Die in Wärme umgesetzte Energie spielt hier also eine grosse Rolle und hat auf den Wirkungsgrad des Transformators beträchtlichen Einfluss.

Die Grösse der Arbeit ist jene, welche aufgewendet werden muss, um die Volumeinheit des Materiales vom positiven Maximum zum negativen Maximum und umgekehrt zu magneti-

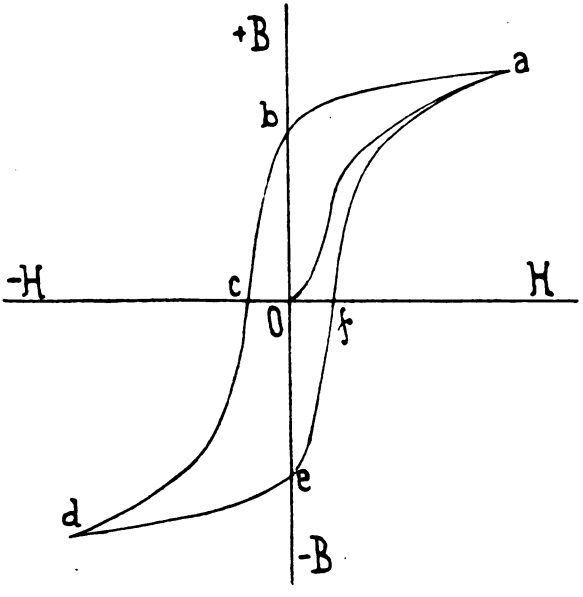


Fig. 37.

siren. Diese Arbeit ist nach Warburg mit dem Flächeninhalte der Hysteresisschleife proportional, und zwar ist der Energieumsatz durch Hysteresis durch folgende Formel gegeben:

$$W = \frac{1}{4\pi} \int B\,d\,H.$$

Sind alle Grössen in *CGS* Einheiten ausgedrückt, dann bedeutet W den Energieumsatz für ein Kubikcentimeter Volum des Materials in Ergs.

Wollen wir verschiedene Materialien auf ihre magnetische Güte untersuchen, dann bilden wir bei gleichen Sättigungsgraden

die Hysteresisschleifen und vergleichen diese mit einander. Je breiter diese Schleife ist, desto ungünstiger das Material, da desto mehr Energie durch Hysteresis vergeudet wird.

Steinmetz fand, dass zwischen der Energievergeudung durch Hysteresis und der maximalen Induction der folgende Zusammenhang besteht:

$$W = \eta B_{\text{max.}}^{1 \cdot 6}$$

wo η eine von der Beschaffenheit des Materiales abhängende Constante bedeutet. Ihr Werth wechselt für die verschiedenen Materialien zwischen $0 \cdot 002$ und $0 \cdot 025$.

Die verschiedenen Eisensorten können ihren magnetischen Eigenschaften nach in magnetisch weiche und magnetisch harte Materialien getheilt werden. Bei der Beurtheilung dieses Unterschiedes nimmt man die Grösse der Permeabilität und die der Coercitivkraft in Betracht.

Ein magnetisch weiches Eisen besitzt eine, selbst bei schwachen Feldstärken schon beträchtliche Permeabilität, nimmt also Magnetismus sehr leicht an, die Coercitivkraft ist dagegen gering, weshalb es den magnetischen Zustand sehr schnell verliert. Hierher gehören Schweisseisen, Stahlguss, Flusseisen und Walzeisen, und eignen sich diese Eisensorten besonders für Elektromagneten, Transformatoren- und Dynamomaschinentheile.

Solchen Materialien sind die magnetisch harten Eisensorten entgegengesetzt. Ihre Haupteigenschaften sind: schwere Magnetisirbarkeit, d. h. bei hohen Feldstärken eine verhältnissmässig geringe Permeabilität, sie verlieren sehr schwer den schon erhaltenen Magnetismus oder mit anderen Worten, sie besitzen eine grosse Coercitivkraft. Solches Material ist der gehärtete Stahl, welcher besonders für permanente Magneten sich eignet.

Die Ursachen dieser Verschiedenheiten bei den Eisensorten sind zunächst in ihrer chemischen Zusammensetzung zu suchen. Hauptrolle spielt der Kohlenstoff nicht nur quantitativ sondern auch qualitativ. Ausser dem Kohlenstoff sind auch Phosphor, Mangan, Silicium, Wolfram und Chrom auf die magnetischen Eigenschaften der Eisensorten von Einfluss.

III. Kapitel.

Der elektrische Strom und seine Wirkungen.

Wenn sich zwei verschiedene Metalle in einer Flüssigkeit befinden und wenn man die herausstehenden Enden mit einem Draht verbindet, dann entsteht ein elektrischer Strom, welcher von einem Metalle ausgehend, durch den Verbindungsdraht zum anderen Metall fliesst und dann durch die Flüssigkeit wieder zum ersteren Metall zurückkehrt. Der Strom entstand dadurch, dass sich die zwei Metalle mit der Flüssigkeit berührten, weshalb man diese Elektricität Berührungs- oder Contactelektricität nennt.

Die Ursache, welche die besprochene elektrische Strömung hervorbringt, nennt man elektromotorische Kraft, deren Grösse nur von der Natur der Metalle und der Flüssigkeit abhängt, von der Grösse der Berührungsfläche aber ganz unabhängig ist. Die beschriebene Zusammenstellung bildet ein galvanisches Element, der entstandene Strom den galvanischen Strom. Mehrere galvanische Elemente können untereinander verbunden werden, wodurch eine galvanische Kette entsteht.

Die Richtung des Stromes hängt von den Metallen und der Flüssigkeit ab, auch ist die Grösse der elektromotorischen Kraft dementsprechend verschieden. Die herausragenden Enden der Metalle nennt man die Pole des galvanischen Elementes. Durch die Berührung entstehen an den Polen des Elementes verschiedene Potentiale, deren grösseres den positiven, das kleinere aber den negativen Pol beherrscht. Verbindet man nun die Pole mit einem Drahte untereinander, dann entsteht eine Strömung von dem Orte des höheren Potentials nach jenem des niedrigeren Potentials. Dies giebt zugleich die Richtung des Stromes an. Der elektrische Strom fliesst daher immer vom positiven Pole nach dem negativen oder anders gesagt, vom höheren Potential nach dem niedrigeren, um dann in der Flüssigkeit wieder zum Orte des höheren Potentials zu gelangen.

Auf solche Weise entsteht ein stationärer galvanischer Strom, welcher so lange andauert, bis im Elemente chemische Wirkungen sind. Der die Pole verbindende Leitungsdraht führt den elektrischen Strom von dem Orte höchsten Potentials nach einem Orte niedrigeren Potentials, folglich sind an dem Drahte solche Punkte, in denen die Werthe der Potentiale zwischen jenen die beiden Pole beherrschenden Potentiale liegen. Das Potential fällt also längs des Drahtes nach gewissen Gesetzen, welche näher zu untersuchen nun unsere Aufgabe ist.

Nehmen wir an, dass in einem Punkte das Potential V_1, in einem anderen Punkte V_2 ist. Die Potentialdifferenz zwischen diesen Punkten wird demnach $V_1 - V_2$ sein, vorausgesetzt, dass der Werth von V_1 grösser als jener von V_2 ist. Bedeutet r den Leitungswiderstand zwischen diesen beiden Punkten, i die Intensität des galvanischen Stromes, dann kann man zwischen diesen Grössen folgenden Zusammenhang feststellen:

$$i = \frac{V_1 - V_2}{r}.$$

i ist die Intensität des Stromes, d. h. jene Elektricitätsmenge, welche bei der gegebenen Potentialdifferenz in jedem Querschnitte des Leiters in der Zeiteinheit durchfliesst. Der Widerstand r hängt vom Materiale des Drahtes, von dessen Länge und von der Grösse des Querschnittes ab.

Die obige Formel giebt das Ohm'sche Gesetz, laut welchem die Intensität des galvanischen Stromes im Leiterstücke gleich dem Quotienten aus der betreffenden Potentialdifferenz an den Enden des Leiterstückes und dem Widerstande des Leiterstückes ist.

Setzen wir $V_1 - V_2 = e$,

dann nimmt obige Formel die einfache Form an:

$$i = \frac{e}{r}.$$

Der Schliessungsdraht kann aber aus mehreren Theilen auch bestehen; in diesem Falle nimmt man den Werth des resultirenden Widerstandes in Betracht, dessen Ausdruck, je

nachdem die Widerstände nacheinander oder nebeneinander geschaltet sind, verschiedene Formen annimmt.

Bei nacheinander geschalteten Widerständen summiren sich die Widerstände wie arithmetische Grössen; bei Nebeneinanderschaltung dagegen ist der Ausdruck des resultirenden Widerstandes etwas complicirter.

Die Grösse des Widerstandes ist

$$r = \beta \frac{l}{q},$$

wo l die Länge des Leiters, q aber dessen Querschnitt bedeutet. β ist ein Factor, welcher von dem Materiale des Leiters abhängt. Der reciproke Werth des Widerstandes ist die Leitungsfähigkeit, d. h. bezeichnet man die Leitungsfähigkeit mit ϱ, dann wird

$$\varrho = \frac{1}{r}.$$

Sind die verschieden grossen Widerstände r_1, r_2, r_3 nacheinander geschaltet, dann ist der resultirende oder gesammte Widerstand dieses Kreises

$$R = r_1 + r_2 + r_3$$

und die Stromstärke in diesem Kreise, wenn zwischen den Endpunkten die Potentialdifferenz e besteht,

$$i = \frac{e}{R} = \frac{e}{r_1 + r_2 + r_3}.$$

Bei nebeneinander geschalteten Widerständen ist die resultirende Leitungsfähigkeit gleich der Summe der einzelnen Leitungsfähigkeiten: $\varrho = \varrho_1 + \varrho_2$
wenn zwei Leiter nebeneinander geschaltet sind. Da aber

$$\varrho_1 = \frac{1}{r_1}$$

und $$\varrho_2 = \frac{1}{r_2},$$

wird $$\varrho = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2}$$

und die Intensität des Stromes in solchem Kreise

$$i = \frac{e}{\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2}} = r_1 r_2 \frac{e}{r_1 + r_2}.$$

In Fig. 38 ist ein einfacher Stromkreis dargestellt. Ein Element aus der *Zn* Zink- und *Cu* Kupferplatte und einer Flüssigkeit gebildet, besitzt an den Polen die Potentiale v_o und v. Die Kupferplatte hat ein höheres Potential, bildet also den positiven Pol. Ein Leitungsdraht, in der Figur kreisrund gezeichnet, verbindet die beiden Pole mit einander. Der Werth des Potentials fällt längs des Drahtes in der Richtung von der Kupferplatte nach der Zinkplatte, und beträgt ihr Werth an den verschiedenen Punkten der Leitung $v_1, v_2, v_3, \ldots v_{n-1}, v_n$, wobei $v_1 > v_2 > v_3 > \ldots > v_{n-1} > v_n$ ist.

Bezeichnen wir die Widerstände zwischen zwei benachbarten Punkten mit $r_1, r_2, r_3, \ldots r_{n-1}, r_n$, dann kann man Ohm's Gesetz anwendend folgende Zusammenhänge aufstellen

$$v - v_o = i\,\varrho$$
$$v_o - v_1 = i\,r_1$$
$$v_1 - v_2 = i\,r_2$$
$$v_{n-1} - v_n = i\,r_n$$

wenn ϱ den inneren (Flüssigkeits-)Widerstand des Elementes bedeutet.

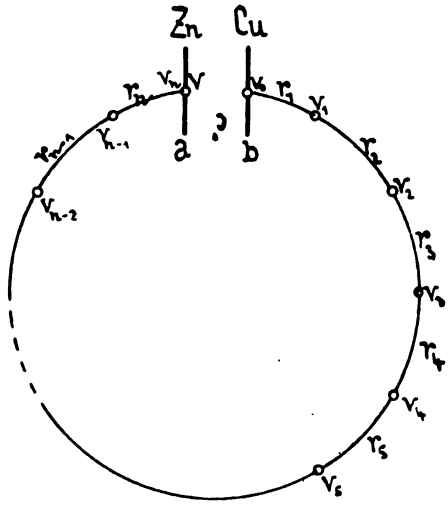


Fig. 38.

Die ganze Potentialdifferenz zwischen dem Ende der Leitung und der einen Platte bekommt man durch Summiren, d. h.

$$v - v_n = i\,(\varrho + r_1 + r_2 + \ldots + r_n) = i\,(\varrho + \Sigma\,[r]).$$

Die Intensität des Stromes ist immer stets dasselbe, da derselbe Strom alle Leiterstücke und auch das Element durchfliesst.

Im obigen Ausdrucke ist $\Sigma(r) = R$ der gesammte äussere Schliessungswiderstand, daher

$$v - v_n = i(\varrho + R),$$

$v - v_n$ ist die Potentialdifferenz zwischen der Flüssigkeit und der chemisch angegriffenen Platte. Das ist demnach die elektromotorische Kraft E:

$$E = i(\varrho + R).$$

Zwischen den Polen herrscht eine gewisse Potentialdifferenz, welche kleiner als die elektromotorische Kraft ist. Bezeichnen wir diese Potentialdifferenz, die Klemmenspannung mit ε, dann ist $\varepsilon = iR$

und daher $E = i\varrho + iR = \varepsilon + i\varrho.$

Aus beiden Gleichungen bekommt man

$$\frac{\varepsilon}{E} = \frac{R}{\varrho + R} = \frac{1}{\frac{\varrho}{R} + 1}.$$

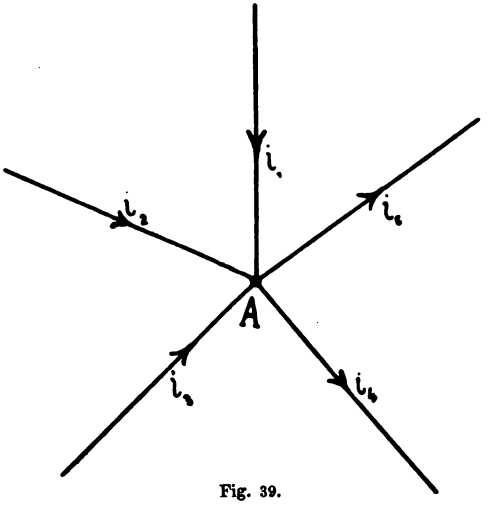


Fig. 39.

Man sieht hieraus, dass die Klemmenspannung sich mit dem äusseren Widerstande verändert.

Fünf Leiter schneiden sich in einem Punkte A (Fig. 39). In einem Theile derselben fliesst der Strom zu dem Verzweigungspunkte, in dem anderen Theile fliesst er von diesem Punkte weg. Nach Kirchhoff's erstem Satze ist in einem Verzweigungspunkte die algebraische Summe der Stromintensitäten gleich Null. Wenn nun die Strominten-

sitäten in den einzelnen Leitungen i_1, i_2, i_3, i_4 und i_5 sind, und wenn man den zufliessenden Strömen ein positives Vorzeichen giebt, dann ist nach Kirchhoff's Satze

$$i_1 + i_2 + i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

oder $$\sum_{n=1}^{n=5} (i)_n = 0.$$

Nach Kirchhoff's zweitem Satze ist in einem Kreise, welcher aus mehreren Leitern gebildet ist, die Summe der Producte aus den Widerständen der einzelnen Leiter mit den sie durchfliessenden Stromintensitäten gleich Null.

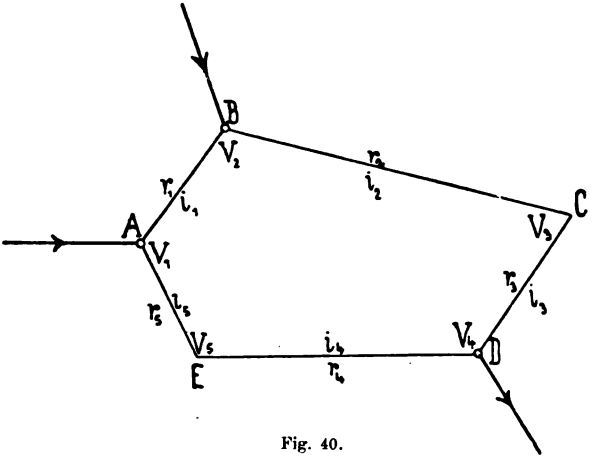


Fig. 40.

Sei in Fig. 40 ein Kreis aus mehreren Leitern gebildet. Die Widerstände der einzelnen Theile seien r_1, r_2, r_3, r_4 und r_5, die Stromintensitäten i_1, i_2, i_3, i_4, i_5. In den Punkten A, B, C, D und E herrschen die Potentiale V_1, V_2, V_3, V_4 und V_5, welche nach dem Ohm'schen Gesetze als Potentialdifferenzen folgendermassen bestimmt werden können:

$$i_1 r_1 = V_1 - V_2$$
$$i_2 r_2 = V_2 - V_3$$
$$i_3 r_3 = V_3 - V_4$$
$$i_4 r_4 = V_4 - V_5$$
$$i_5 r_5 = V_5 - V_1.$$

Die Summe bildend:

$$i_1 r_1 + i_2 r_2 + i_3 r_3 + i_4 r_4 + i_5 r_5 = 0$$

$$\text{oder} \quad \sum_{n=1}^{n=5} (i_n r_n) = 0.$$

Nach dem Ohm'schen Gesetze sind die obigen Producte Spannungen $i_1 r_1 = e_1$; $i_2 r_2 = e_2$; . . . $i_5 r_5 = e_5$

$$\text{und somit} \quad \sum_{n=1}^{n=5} (i_n r_n) = \sum_{n=1}^{n=5} (e_n).$$

Fliesst ein elektrischer Strom von geeigneter Stärke durch einen dünnen Draht, dann erwärmt sich dieser Draht, kann sogar auch schmelzen. Muss der Strom eine Flüssigkeit durchsetzen, dann findet man auch, dass neben anderen Erscheinungen die Flüssigkeit sich erwärmt. Die Ursache dieser Erwärmung ist in dem elektrischen Strome zu suchen, da die elektrische Energie sich in Wärmeenergie umwandelt. Je grösser die Stromstärke ist, desto grösser die Wärmewirkung, desto intensivere Wärmeerzeugung entsteht.

Es sei der Widerstand des stromdurchflossenen Leiters r, die Stromintensität i. An den beiden Enden des Leiters herrsche die Potentialdifferenz e, dann ist nach dem schon bekannten Ohm'schen Gesetze

$$e = ir.$$

Die Stromintensität kann aber auch durch die Elektricitätsmenge Q ausgedrückt werden, wenn man die Zeitdauer t des Strömens in Betracht nimmt, und zwar ist

$$i = \frac{Q}{t}.$$

Hieraus ist die durch die elektromotorische Kraft e durch den Leiter geführte Elektricitätsmenge

$$Q = it.$$

Wenn diese Elektricitätsmenge durch den Leiter geführt wird, dann muss eine Arbeit geleistet werden. Die Grösse dieser Arbeit kann folgendermassen ausgedrückt werden

$$W = e \cdot Q$$

$$\text{oder} \quad W = e \cdot i \cdot t.$$

Die erste Formel in diese Gleichung eingesetzt, bekommt man:

$$W = i^2 r t.$$

Sei das mechanische Wärmeäquivalent $\frac{1}{A}$, dann wird die in der Zeitdauer t, bei einer Stromintensität i und einem Leitungswiderstande r entwickelte Wärmemenge

$$U = \frac{1}{A} i^2 r t.$$

Diese Formel giebt das Joule'sche Gesetz, die Wärmewirkung des elektrischen Stromes betreffend.

Ist der Zeitraum die Einheit, dann wird obige Formel einfacher, indem man darin $t = 1$ setzt:

$$W_1 = i^2 r.$$

Aus diesen Formeln ersieht man, dass die Erwärmung eines Leiters proportional dem Quadrate der Stromintensität, der Grösse des Widerstandes und jener Zeitdauer ist, während welcher der Strom den Leiter durchfliesst. Ist die Oberfläche des Leiters gross genug dazu, um die sich entwickelnde Wärmemenge abzuleiten, dann erhöht sich die Temperatur des Leiters nicht, auch dann nicht, wenn die abgeleitete Wärmemenge gleich gross mit der entstehenden ist. Im entgegengesetzten Falle erwärmt sich der Leiter umsomehr, je ungünstiger das Verhältniss zwischen der abgeleiteten und der entstehenden Wärmemenge ist.

Die Leiter des elektrischen Stromes können in zwei Gruppen getheilt werden und zwar unterscheidet man Leiter erster Klasse und Leiter zweiter Klasse. Alle Leiter erster Klasse können in eine Reihe derart geordnet werden, dass ein jedes Glied mit einem vorhergehenden Gliede berührt, negativ elektrisch wird, mit einem nachfolgenden Gliede aber sich positiv elektrisch zeigt. Die Potentialdifferenz zwischen zwei sich berührenden Gliedern ist desto grösser, je weiter sie von einander in der Reihe stehen. Diese Reihe nennt man die Spannungsreihe, ihre Glieder bilden sämmtliche Metalle und die Kohle.

In nachstehender Tabelle ist die Spannungsreihe der Metalle in verschiedenen Flüssigkeiten nach Wüllner zusammengestellt.

Spannungsreihe der Metalle in

Wasser	verdünnter Schwefelsäure	verdünnter Salpetersäure	conc. Salpetersäure	Cyankalium
Zink	Zink	Zink	Cadmium	Amalgam. Zink
Blei	Cadmium	Cadmium	Zink	Zink
Zinn	Eisen	Blei	Blei	Kupfer
Eisen	Zinn	Zinn	Zinn	Cadmium
Antimon	Blei	Eisen	Eisen	Zinn
Wismuth	Aluminium	Nickel	Wismuth	Silber
Kupfer	Nickel	Wismuth	Kupfer	Nickel
Silber	Antimon	Antimon	Antimon	Antimon
Gold	Wismuth	Kupfer	Silber	Blei
	Kupfer	Silber	Nickel	Quecksilber
	Silber			Palladium
	Platin			Wismuth
				Eisen
				Platin
				Gusseisen
				Kohle

Jene Leiter des elektrischen Stromes, welche dem Spannungsgesetze nicht unterliegen, sind die Leiter zweiter Klasse. Hierher gehören überhaupt die Flüssigkeiten und die Lösungen verschiedener Salze. Die Leiter zweiter Klasse lassen sich in keine Spannungsreihe ordnen.

Fliesst ein elektrischer Strom von genügender Stärke durch einen Leiter erster Klasse, dann erwärmt sich dieser Leiter umso mehr, je grösser die Stromstärke und je grösser der elektrische Widerstand des Leiters ist. Bei den Leitern zweiter Klasse entsteht auch eine Erwärmung, wenn der Strom sie durchfliesst, es entstehen aber auch andere Erscheinungen, auf welche wir nun näher eingehen wollen.

Der elektrische Strom zersetzt den Leiter zweiter Klasse in seine Bestandtheile, d. h. der Strom übt eine chemische

Wirkung aus. Ist der Leiter zweiter Klasse z. B. Wasser, welches durch Zugabe von etwas verdünnter Schwefelsäure besser leitend gemacht worden ist, und fliesst ein elektrischer Strom durch dieses Wasser, dann bemerkt man, dass an den Ein- und Austrittstellen des Stromes feine Gasblasen entstehen und genügend angewachsen entweichen. Der Strom zersetzt also das Wasser in seine Bestandtheile, in Sauerstoff und Wasserstoff. Dass thatsächlich Sauerstoff und Wasserstoff entweichen, kann man dadurch beweisen, dass man die aufsteigenden Blasen in zwei Probirröhrchen auffängt und sie dann auf ihre physischen und chemischen Eigenschaften prüft.

Die chemische Wirkung des elektrischen Stromes zeigt sich aber nicht nur in der Zersetzung der zusammengesetzten Körper, sondern auch in der Bildung neuer Verbindungen. So werden aus einfachen Gasen andere zusammengesetzte Verbindungen gebildet, wobei auch andere Erscheinungen als Nebenerscheinungen auftreten.

Faraday hat einige Benennungen, die chemische Wirkung des elektrischen Stromes betreffend, vorgeschlagen, welche auch allgemein benützt werden. Jene Stelle, wo der elektrische Strom in eine Flüssigkeit tritt, heisst Anode, die Austrittstelle Kathode. Bei der Zersetzung des Wassers scheidet sich der Sauerstoff an der Anode, der Wasserstoff aber an der Kathode aus. Die Zersetzungsproducte sind die Jonen und zwar nennt man jenes, welches sich an der Kathode ausscheidet, Kation, und das an der Anode sich ausscheidende Anion. Die Flüssigkeit selbst heisst man den Elektrolyten und den Zersetzungsprocess Elektrolyse. Jene Enden der Leitung, bei welchen der Strom in den Elektrolyt ein- resp. austritt, sind die Elektroden, es giebt daher eine positive und eine negative Elektrode.

Die chemischen Wirkungen des elektrischen Stromes vollziehen sich nach bestimmten Gesetzen, welche von Faraday entdeckt worden sind. Diese Gesetze sind die folgenden:

Die von dem elektrischen Strom abgeschiedene Menge der Jonen ist proportional der Stromstärke und jener Zeit, während welcher die Zersetzung gedauert hat, oder aber, da die Strom-

stärke und die Zeit die Elektricitätsmenge geben, die abgeschiedene Menge der Ionen ist proportional mit der Elektricitätsmenge.

Nach Faraday's zweitem Gesetze sind die durch denselben galvanischen Strom zersetzten Mengen der Jonen verschiedener Elektrolyten einander chemisch äquivalent oder die Mengen der Jonen aus verschiedenen Elektrolyten durch dieselbe Stromstärke zersetzt, sind den Atomgewichten proportional.

Das elektrochemische Aequivalent einer Substanz ist jene Menge Jonen, welché in der Zeiteinheit durch die Einheit der Stromstärke aus der Substanz ausgeschieden werden. Der Werth des elektrochemischen Aequivalentes ist durch Versuch zu bestimmen und ist für die verschiedenen Substanzen verschieden. Dieses Aequivalent kann in Grammen ausgedrückt werden, und ist es bekannt, so kann die Menge der durch eine gewisse Stromstärke ausgeschiedenen Jonen voraus berechnet werden, wenn man auch die Zeit noch in Betracht zieht, während welcher die Zersetzung geschieht. Das elektrochemische Aequivalent ist für ein und dieselbe Substanz constant und kann demnach zur Messung der Stromstärke benützt werden. Die Messapparate, welche auf solche Weise zur Messung der Stromstärke dienen, heissen Voltameter.

Senden wir einen elektrischen Strom durch eine Flüssigkeit, also durch einen Leiter zweiter Klasse, und nehmen wir an, dass beide Elektroden aus demselben Materiale, z. B. aus Platin bestehen. Ist die Flüssigkeit mit Schwefelsäure angesäuertes Wasser, dann entsteht während des Strömens elektrischer Energie an der Anode Sauerstoff, an der Kathode aber Wasserstoff. Ein Theil der ausgeschiedenen Gase wird von den Platinelektroden absorbirt, wodurch auf ihrer Oberfläche eine chemische Zusammensetzung der Gase und des Metalles entsteht. Durch diesen Vorgang sind nun in der verdünnten Schwefelsäure zwei verschiedene Metallplatten, es entsteht folglich eine elektromotorische Kraft, deren Grösse von der Beschaffenheit der Oberfläche der beiden Platten abhängt. Diese elektromotorische Kraft erzeugt an den Endpunkten der

Elektroden eine Potentialdifferenz, und verbindet man diese Elektroden durch einen Draht mit einander, nachdem man die erstere Stromquelle abgeschaltet hatte, so entsteht eine elektrische Strömung im Schliessungsdrahte. Zahlreiche Versuche haben gezeigt, dass die Richtung des so entstandenen Stromes entgegengesetzt der Richtung des zersetzenden Stromes ist.

Die nun beschriebene Erscheinung heisst die Polarisation, und bildet den Grundgedanken der elektrischen Accumulatoren. Nachdem die Richtung des Gegen- oder polarisirten Stromes mit der Richtung des zersetzenden oder polarisirenden Stromes entgegengesetzt ist, muss der erstere den letzteren in seiner Wirkung schwächen.

Die durch Polarisation entstehende elektromotorische Kraft hat eine bestimmte Grösse, über welche sie nicht mehr vergrössert werden kann. Fliesst der Strom im genannten Falle länger durch die Flüssigkeit als nöthig ist, um die Elektroden mit absorbirten Gasen vollständig zu überziehen, dann dauert die Gasentwicklung zwar weiter, dies trägt aber zur Vergrösserung der Polarisations-Elektromotorischen-Kraft nicht weiter bei. Wenn die elektromotorische Kraft des polarisirenden Stromes kleiner ist als die entstehende polarisirte elektromotorische Kraft, dann kann keine vollständige Polarisation entstehen, da nach einem gewissen Zeitraume die gegen-elektromotorische Kraft so anwächst, dass ein Gleichgewichtszustand zwischen den elektromotorischen Kräften zustande kommt, und die weitere Polarisation aufhört.

In einem Stromkreise, wo Leiter erster und zweiter Klasse sich befinden, muss man bei der Berechnung der Stromstärke auch die entstehenden gegen-elektromotorischen Kräfte in Betracht ziehen. Wenn sich in einem Kreise nur Leiter erster Klasse befinden, deren Gesammtwiderstand r beträgt, dann ist bei einer elektromotorischen Kraft e die Intensität des Stromes nach dem Ohm'schen Gesetze

$$i = \frac{e}{r}$$

Seien nun in dem Stromkreise auch Leiter zweiter Klasse eingeschaltet. Der Strom fliesst durch diese Leiter, und es entsteht durch Polarisation ein polarisirter Gegenstrom. Die Wirkung dieses polarisirten Stromes besteht darin, dass er die Stromstärke des polarisirenden Stromes abschwächt, also als ein Widerstand sich verhält. Sei die elektromotorische Kraft des polarisirenden Stromes e, jene des polarisirten Stromes e_1, der gesammte Widerstand r, dann ist die Stromstärke in dem Stromkreise

$$i = \frac{e - e_1}{r}$$

Aus dieser Formel erreicht man, dass in einem solchen Systeme nur dann eine elektrische Strömung entstehen kann, wenn die elektromotorische Kraft des polarisirenden Stromes grösser als jene des polarisirten Stromes ist, d. h. wenn $e > e_1$.

Magnetische Wirkung des elektrischen Stromes. Im Jahre 1820 fand Oerstedt, dass eine freie bewegliche Magnetnadel in der Nähe eines Leiters aus der Nord-Süd-Richtung abgelenkt wird, wenn ein continuirlicher Strom den Leiter durchfliesst. Die Ablenkung der Nadel ist umso grösser, je stärker der elektrische Strom unter sonst gleichen Umständen ist.

Diese Erscheinung ist dadurch hervorgerufen, dass der stromdurchflossene Leiter magnetische Wirkung ausübt, was auch dadurch bewiesen werden kann, dass ein solcher Leiter, die auf ihn gestreuten feinen Einsenfeilspähne anzieht. Es müssen daher magnetische Kraftlinien entstehen, welche die Fernwirkung auf die Magnetnadel vermitteln.

Führt man einen solchen Leiter durch eine Papier- oder Glasscheibe, so dass er auf der Ebene der Scheibe senkrecht steht, und bestreut man bei leisem Rütteln die Scheibe mit feinen Eisenfeilspähnen, dann ordnen sich diese Spähne in solche concentrische Kreise, deren gemeinsamer Mittelpunkt in der Axe des Leiters liegt, vorausgesetzt, dass kein anderer freier Magnetismus auf die Eisenfeilspähne störend wirkt. Die Richtung der Kraftlinien hängt von der Stromrichtung ab. Hängt z. B. neben einem solchen Leiter eine Magnetnadel,

dann verlässt sie ihre Ruhelage sofort, wenn ein Strom den Leiter durchströmt. Wechselt man nun die Richtung des Stromes im Leiter, dann ist der Ausschlag der Magnetnadel ein entgegengesetzter. Die Richtung der Wirkung, welche durch einen elektrischen Strom auf die Magnetnadel ausgeübt wird, kann durch Ampère's folgende Regel bestimmt werden.

Denkt man sich in die Richtung des Stromes so gelegt, dass der positive Strom bei den Füssen ein-, beim Kopfe heraustritt, und wendet man sich mit dem Gesicht der Magnetnadel zu, dann wird der Nordpol des Magnets nach links abgelenkt.

Nehmen wir an, dass nur ein Stromelement auf den Magnetpol wirkt. Bilde die Richtung des Stromelementes mit der Richtung der, seinen Mittelpunkt mit dem magnetischen Pole verbindenden Geraden den Winkel φ (Fig. 41), und sei die Stärke des Stromes i, die Länge des Stromelementes ds, die magnetische Masse des Poles μ, endlich die Entfernung des Stromelementes von dem Pole r, dann ist die Grösse der wirkenden Kraft nach La Place

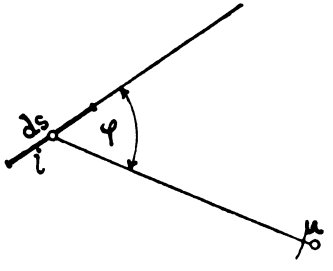


Fig. 41.

$$dP = \frac{\mu i\, ds}{r^2} \sin \varphi$$

d. h. die Grösse der Kraft, mit welcher ein Stromelement auf einen Magnetpol wirkt, ist proportional der Stärke des Magnetpols, der Stärke des das Stromelement durchfliessenden Stromes, der Länge des Stromelementes und dem Sinus jenes Winkels, welchen die Verbindungslinie des Stromelementes und des Pols mit der Richtung des Stromelementes bildet. Ferner ist die Kraft umgekehrt mit dem Quadrate der gegenseitigen Entfernung proportional und ist ihre Richtung senkrecht auf die durch den Pol und das Stromelement gelegte Ebene.

Fliesst durch einen Leiter ein elektrischer Strom, dessen Intensität i ist und liegt von diesem Leiter in der Entfernung a die Einheit der magnetischen Masse (Fig. 42), dann ist die Intensität des durch den Strom hervorgerufenen Magnetfeldes in der Entfernung a gleich

$$H = \frac{2\,i}{a}.$$

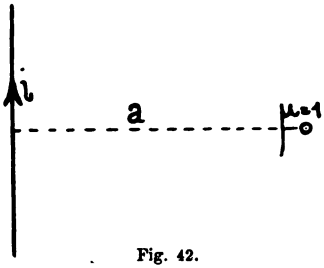


Fig. 42.

Ist in der Entfernung a die magnetische Masse μ, dann wird der Ausdruck für die Kraftwirkung

$$P = \frac{2\,\mu\,i}{a}.$$

Ein anderer Fall ist jener, bei welchem der Strom durch einen kreisförmigen Leiter fliesst (Fig. 43). Die magnetische Masse μ liegt in einer Geraden, welche auf der Ebene des kreisförmigen Leiters in deren Mittelpunkte senkrecht steht und ist ihre Entfernung vom Mittelpunkte d. Wenn der Halbmesser des Kreises a ist, dann wird

$$P = \frac{2\,\pi\,a^2\,\mu\,i}{(a^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}}$$

im Falle $\mu = 1$ ist, wird

$$H = \frac{2\,\pi\,a^2\,i}{(a^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}}$$

sein. Dies ist die Intensität des magnetischen Feldes in der besagten Entfernung d bei einem stromdurchflossenen kreisförmigen Leiter.

Die magnetische Wirkung des elektrischen Stromes kann wesentlich dadurch verstärkt werden, dass man einen Eisenstab mit mehreren isolirten Drahtwindungen versieht, und durch diese einen elektrischen Strom schickt. Die magnetischen Wirkungen der einzelnen Windungen summiren sich und die magnetische Wirkung wird auch noch durch die grosse Permeabilität des Eisenstabes erhöht. Ein solcher Elektromagnet verhält sich gerade so wie ein permanenter Magnet. Ist er in

seinem Schwerpunkte frei aufgehängt und fliesst ein Strom durch seine Drahtwindungen, dann dreht er sich so lange, bis seine Axe die Nord-Süd-Richtung einnimmt.

Die Polaritäten der Pole des Elektromagnets können durch die Richtung des erregenden Stromes bestimmt werden. Ist ein Elektromagnet erregt und fliesst der Strom durch die Windungen, von der freien Polfläche aus gesehen, zu der Richtung der Uhrzeigerbewegung entgegengesetzt, dann ist der betreffende Pol ein Nordpol. Ist die Stromrichtung umgekehrt, dann entsteht ein Südpol.

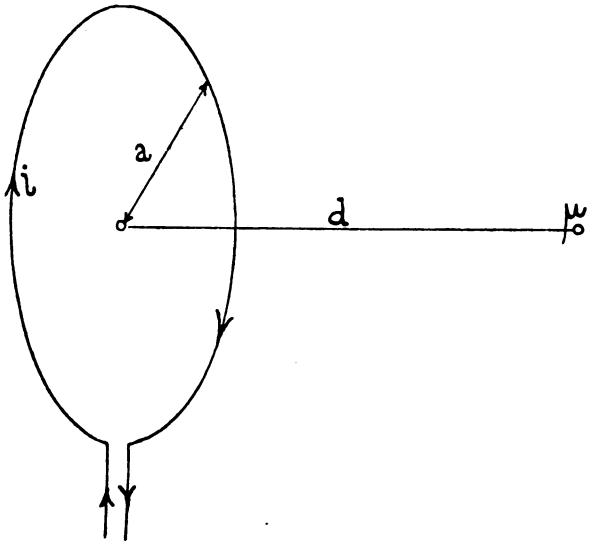


Fig. 43.

Zwischen der Stärke des erregenden Stromes, der Windungszahl des Elektromagnets und der Feldstärke besteht folgender Zusammenhang:

$$H = \frac{4\,\pi\,ni}{l}$$

wo H die Feldstärke, n die Windungszahl, i die Stromstärke, l aber die Länge des Solenoids bedeuten. Das Product ni wird die Ampèrewindungszahl genannt.

In obiger Formel ist die Stromstärke in *C G S* Einheiten gegeben. Wenn man mit anderen Maasseinheiten rechnet, muss man die betreffenden Uebergangsfactoren auch in Betracht ziehen.

Die Elektromagnete werden in der Praxis sehr viel angewendet, weil sie viel stärker als die besten Stahlmagnete sind und weil man durch entsprechende Anordnung der Bewicklungsdrähte den freien Magnetismus nach Belieben vertheilen kann. Die allgemeinste Form ist jene des Hufeisenmagnets, bei welchem der Eisenkern U-förmig gebogen und die Erregerwindungen auf den geradlinigen Theilen angebracht sind. Die Form des Elektromagnets ist aber sehr willkürlich, sie hängt eben von dem Verwendungszwecke ab.

Stahlstäbe können durch den elektrischen Strom in permanente Magnete verwandelt werden, indem man einen kurzen hohlen Cylinder aus isolirten Kupferdrahtwindungen bildet und diesen von der Mitte des Stabes in der Längsrichtung mehreremal herumführt, während ein elektrischer Strom die Drahtwindungen durchfliesst. Bei der Unterbrechung des Stromes befindet sich der Cylinder wieder in der Mitte des Stabes. Ist der magnetisirende Strom stark genug, kann man in solcher Weise sehr starke permanente Stahlmagnete herstellen.

Zur Erklärung der magnetischen Erscheinungen wurden mehrere Hypothesen aufgestellt. Lange Zeit nahm man an, dass zwei verschiedene magnetische Fluida existiren, deren eines als nordmagnetisches, das andere aber als südmagnetisches Fluidum bezeichnet wurde. Die gleichnamigen Fluida stossen sich ab, die ungleichnamen ziehen sich an.

Die Annahme zweier Fluida ist zur Erklärung magnetischer Erscheinungen nicht zutreffend. Betrachten wir z. B. einen langen Magnetstab, dann finden wir, dass die zwei Enden freien Nord- resp. Südmagnetismus aufweisen, während in der Mitte, in der neutralen Zone, keine magnetische Wirkung ausweisbar war. Wird nun der Stab in der neutralen Zone entzwei geschnitten, dann entstehen an den Schnittflächen freie

magnetische Pole, und untersucht man einzeln die so gewonnenen beiden kürzeren Stäbe, dann ergiebt sich, dass beide selbständige Magnete sind, welche eigene Nord- und Südpole und auch neutrale Zone haben. Man kann in den neutralen Zonen die Magnetstäbe weiter auftheilen, das Ergebniss wird immer dasselbe sein, d. h. man bekommt kleinere, aber vollständige Magnetstäbe mit freien Polen und neutralen Zonen. Eine nord- oder südmagnetische Masse kann auf keine Weise hergestellt werden, weshalb auch die Theorie zweier Fluida fallen zu lassen ist.

Eine andere Hypothese stammt von Weber. Weber nahm an, dass in jedem paramagnetischen Körper die einzelnen Moleküle selbständige Magnete seien, freien Nord- und Südpol und neutrale Zone haben. Wenn ein solcher Körper keinen freien Magnetismus aufweist, dann sind die genannten Elementarmagnete mit ihren magnetischen Axen wirr durcheinander gemischt, sie können aber durch die äussere magnetisirende Ursache so geordnet werden, dass sich ihre Wirkungen addiren, und in solcher Weise auswärts magnetische Wirkung hervorrufen. Die magnetisirende Ursache richtet also die Axen der Elementarmagnete zu einander parallel und zwar so, dass alle nordmagnetischen Pole nach einer Seite, alle südmagnetischen Elementarpole dagegen nach der entgegengesetzten Seite fallen. Die vereinte Wirkung der ersteren bringt freien Nordmagnetismus, jene der letzteren freien Südmagnetismus hervor.

Im Stahl ordnen sich die Elementarmagnete gerade so, wie im weichen Eisen, nur geschieht dieses Ordnen langsamer als bei letzterem. Sind aber einmal beim Stahle die Elementarmagnete geordnet, dann bleiben sie auch in der geordneten Lage, wenn die magnetisirende Ursache auch schon aufgehört hat. Der freie Magnetismus bleibt also in dem Stahl zurück und der Stahl wird zum permanenten Magnet. Beim weichen Eisen sind die Verhältnisse etwas verschiedener. Die äussere magnetisirende Ursache richtet zwar auch die Elementarmagnete, diese ordnen sich aber viel leichter als beim Stahle. Die Kraft, welche zur Richtung der Axen der Elementarmagnete

dient, ist die sogenannte Coercitivkraft, deren Grösse von der Molekularstructur des paramagnetischen Materiales abhängt. Die Coercitivkraft ist also beim weichen Eisen kleiner als beim Stahl. Das Ordnen der Elementarmagnete bei weichem Eisen kann zwar durch kleine magnetisirende Ursache durchgeführt werden, hört aber die magnetisirende Ursache einmal auf, dann kehren auch die Elementarmagnete in ihre ursprüngliche Lage zurück. Durch diesen Umstand ist zu erklären, dass das weiche Eisen nur während der Wirkung magnetisirender Ursache freien Magnetismus aufweist, nach Aufhören derselben aber auch jeder freie Magnetismus verschwindet.

Neben der Weber'schen Hypothese spricht auch der Umstand, dass Erschütterungen auf den Magnetismus von Einfluss sind. Wirkt auf einen Stahlstab äussere magnetisirende Kraft und ist dieser Stab Erschütterungen ausgesetzt, dann können sich die Elementarmagnete leichter ordnen, und ist demnach die zur Erreichung eines gewissen freien Magnetismus erforderliche magnetisirende Kraft kleiner, als sie unter sonst gleichen Umständen — jedoch ohne Erschütterungen — wäre. Wird ein magnetisirter Stahlstab Erschütterungen ausgesetzt, dann verliert er bedeutend an freiem Magnetismus, da die Elementarmagnete durch die fortwährenden Erschütterungen in ihre ursprüngliche Lage zurückkehren.

Es ist eine bekannte Thatsache, dass ein Magnet in glühendem Zustande seinen freien Magnetismus verliert. Diese Erscheinung ist dadurch zu erklären, dass durch die Wärme — einer Molekularbewegung — die Elementarmagnete langsam in ihre ursprüngliche Lage zurückgebracht werden. Das Verschwinden des freien Magnetismus geschieht nicht auf einmal, sondern continuirlich. Bis zu einem gewissen Temperaturgrade ist die Aenderung des magnetischen Zustandes nur gering, dann fällt er aber plötzlich auf sehr niedere Werthe, bis er ganz verschwindet.

Wir haben in dem Abschnitte des Magnetismus gesehen, dass die Anzahl der Kraftlinien oder die Menge des einem paramagnetischen Materiale ertheilbaren Magnetismus über

eine gewisse Grenze — die Sättigungsgrenze — nicht erhöht werden kann. Die Weber'sche Theorie in Betracht genommen entspricht dies jenem Umstande, dass bei der Sättigungsgrenze schon alle oder fast alle Elementarmagnete geordnet sind. Ueber diese Grenze ist die Menge des Magnetismus nur mehr sehr schwer zu vermehren, praktisch genommen gar nicht.

Eine dritte Hypothese beruht auf den identischen Wirkungen der Magnete und der elektrischen Ströme. Wir haben schon gesehen, dass ein Leiter, welchen ein elektrischer Strom durchfliesst, magnetische Eigenschaften annimmt und in magnetischer Hinsicht gerade solche Erscheinungen hervorruft wie ein permanenter Magnet. Die erwähnte Hypothese des Magnetismus rührt von Ampère her, welcher die Ansicht aufstellte, dass ein Magnet ein ganzes System elektrischer Elementarströme sei, welche in parallelen Kreisen um alle Moleküle des paramagnetischen Körpers kreisen.

Bei einem paramagnetischen Körper, welcher keinen freien Magnetismus aufweist, fliessen diese Ströme in allen möglichen Richtungen um die Moleküle. Wirkt nun eine magnetisirende Ursache auf den genannten Körper, dann ordnen sich diese Elementarströme in solcher Art, dass die Ebenen ihrer Bahnen unter einander parallel werden. Die Stärke des freien Magnetismus hängt von der Anzahl der parallel gerichteten Ströme ab. Bei dem Sättigungswerthe des Magnets sind alle Elementarströme miteinander parallel, so dass eine Steigerung der magnetisirenden Kraft keine Steigerung des freien Magnetismus hervorruft.

Bei dieser Hypothese ist angenommen, dass der elektrische Widerstand der Elementarstromkreise Null ist, da nur in solchem Falle die Molekularströme continuirlich bestehen können. Zwischen solchen Verhältnissen ist auch die Abwesenheit jeglicher elektromotorischen Kraft erklärlich. Die Coercitivkraft ist in dieser Theorie jener Widerstand, welchen die Elementarströme gegen ihr Parallelrichten entfalten.

Die Ampère'sche Hypothese ergänzte Weber insofern, dass er mit ihr auch das Verhalten der diamagnetischen Körper zu

erklären versuchte. Seinen Anschauungen nach sind in den diamagnetischen Körpern zwar keine Elementarströme vorhanden, sie werden aber inducirt, sobald der diamagnetische Körper in ein magnetisches Feld gebracht wird. Da angenommen ist, dass im Elementarstromkreise kein elektrischer Widerstand ist, dauern diese inducirten Elementarströme so lange an, bis der Körper sich im magnetischen Felde befindet. Bei der Entfernung des diamagnetischen Körpers aus dem magnetischen Felde entstehen dann solche Ströme, welche den ersteren inducirten Strömen entgegengesetzt gerichtet sind, deren Grösse aber mit jener der ersteren gleich ist. Das Endresultat dieser Ströme besteht darin, dass sie sich in ihren Wirkungen gegenseitig aufheben.

Elektrodynamische Wirkungen elektrischer Ströme. Zwei Leiter, in denen elektrische Ströme fliessen, üben aufeinander eine gegenseitige Wirkung aus. Die Gesetze dieser Wirkungen wurden von Ampère im Jahre 1820 studirt und theoretisch wie auch experimentell bewiesen. Zwischen den Stromleitern wirken Fernkräfte nach bestimmten Gesetzen, welche nun besprochen werden sollen.

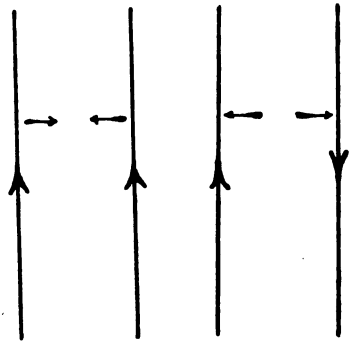


Fig. 44. Fig. 45.

Ampère fand, dass zwei parallele Leiter sich anziehen, wenn die Stromrichtung in beiden Leitern gemeinsam ist (Fig. 44). Sie stossen sich ab, wenn die Richtungen der Ströme einander entgegengesetzt sind (Fig. 45.)

Wenn sich zwei stromdurchflossene Leiter kreuzen, dann findet eine Anziehung statt, wenn die Ströme gegen den Kreuzungspunkt fliessen oder von dem Kreuzungspunkte fortfliessen (Fig. 46). Im entgegengesetzten Falle, d. h. wenn die Ströme in den Leitern so gerichtet sind, dass der eine Strom zum Kreuzungspunkte, der andere aber vom Kreuzungs-

punkte fliesst, dann entsteht eine Abstossung, welche die Leiter um den Kreuzungspunkt so lange zu drehen sucht, bis die beiden Ströme miteinander parallel werden (Fig. 47).

In den angegebenen Figuren sind die gegenseitigen Wirkungen mit Pfeilen angegeben.

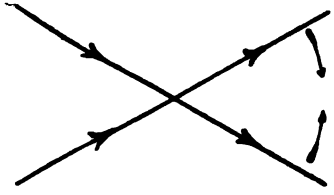


Fig. 46.

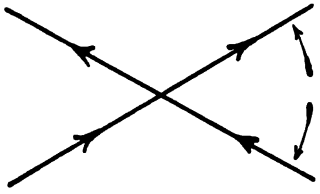


Fig. 47.

Diese Erscheinungen hat Ampère mit einzelnen Drahtwindungen vorgeführt. Bei solchen Drahtwindungen, den sogenannten Ampère'schen Gestellen, ist eines derselben fix, das andere aber beweglich. Die Anordnung kann auch eine solche sein, dass beide Drahtwindungen beweglich sind. Damit die beweglichen Leiter keinen grossen Reibungswiderstand in den Lagern haben und die Stromzuführung auch gut sein soll, liegen die Drahtwindungen auf feinen Spitzen in solchen schalenförmigen Lagern, welche mit Quecksilber gefüllt sind. Fliessen Ströme durch so angeordnete, nebeneinander stehende Leiter, dann entsteht eine Bewegung nach den oben angeführten Gesetzen.

Die Grösse der Kraft, welche in der Verbindungslinie der beiden Stromelemente wirkt, ist nach Ampère

$$P = \frac{K i i' ds ds'}{r^2} \left[\cos \varepsilon - \frac{3}{2} \cos \vartheta \cos \vartheta' \right]$$

wobei K einen Factor bedeutet, dessen Grösse von der Wahl der Einheit der Stromstärke abhängt, i und i' sind die Stromstärken in den Leiterelementen ds und ds', r ist die kürzeste Entfernung der Leiterelemente von einander, ε jener Winkel, welchen die Richtungen der Leiterelemente miteinander bilden. Endlich sind (Fig. 48) ϑ und ϑ' jene Winkel, welche durch

die Richtungen der Leiterelemente und die Richtung der Verbindungslinie r gebildet sind. Diese Winkel sind in der positiven Richtung der Ströme zu messen.

Wenn die Leiterelemente nicht in einer Ebene liegen, dann bedeutet ε jenen Winkel, welchen die Richtung des Leiterelementes ds' mit jener Ebene bildet, welche Ebene durch das Leiterelement ds und der Verbindungslinie r geht.

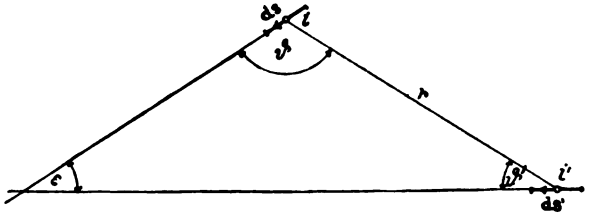


Fig. 48.

Wenn die zwei Leiterelemente gleiche Richtungen haben und zwar solche, welche mit der Richtung der Verbindungslinie zusammenfallen, dann sind $\varepsilon = o$; $\vartheta = o$ und $\vartheta' = o$, folglich $\cos \varepsilon = 1$; $\cos \vartheta = 1$; $\cos \vartheta' = 1$
und die wirkende Kraft

$$P_1 = - \frac{K i i' ds ds'}{2 r^2}.$$

Ein anderer Fall ist jener, wenn die Leiterelemente miteinander parallel und senkrecht zu der Verbindungslinie sind. Jetzt ist $\varepsilon = o$; $\vartheta = 90^0$ und $\vartheta' = 90^0$, somit

$$\cos \varepsilon = 1; \cos \vartheta = o \text{ und } \cos \vartheta' = o,$$

die wirkende Kraft aber

$$P_2 = \frac{K i i' ds ds'}{r^2}.$$

P_1 ist eine repulsive Wirkung. Zwei Leiterelemente ein und desselben Stromkreises stossen sich ab mit einer Kraft, deren Grösse jener im ersten Falle besprochenen entspricht.

Die Wirkung der Ströme aufeinander kann vergrössert werden, wenn man statt einer Windung mehrere Windungen, also Drahtspiralen anwendet. Aus der Grösse der wirkenden

Kraft oder aus der Grösse der Ablenkung der aufeinander wirkenden Drahtspiralen kann man die Intensität des die Spiralen durchfliessenden Stromes messen. Die Messapparate, welche auf der Wechselwirkung elektrischer Ströme beruhen und mit denen man die Intensität des Stromes messen kann, nennt man Elektrodynamometer.

Wenn die Spiralen durch ein und demselben Strom durchflossen werden, dann ist die Intensität des Stromes mit der Quadratwurzel der wirkenden elektrodynamischen Kraft proportional.

Induction. Die Erscheinung der Induction wurde im Jahre 1831 von Faraday entdeckt. Faraday bemerkte, dass in einem geschlossenen Leiterkreise ein elektrischer Strom entsteht, sobald in seiner Nähe ein Magnet sich bewegt oder wenn die Magnetisirung des den Leiterkreis umgebenden magnetischen Feldes sich ändert.

Die so entstandenen Ströme nennt man inducirte Ströme, den Stromkreis der inducirten Ströme inducirten Stromkreis, die Ursache der Induction aber Inductor.

Ein Inductor kann ein Magnet oder ein elektrischer Strom sein. Die durch einen Magnet hervorgerufene Induction ist eine Magneto-Induction, während man die durch elektrische Ströme entstandene Induction elektrodynamische oder Volta-Induction nennt.

Ist der Inductor ein elektrischer Strom, dann entsteht ein inducirter Strom im inducirten Stromkreise, sobald die Stärke des inducirten Stromes oder seine Lage zum Kreise des inducirten Stromes wechselt. Dieser Wechsel der Lage entspricht der Verstärkung oder der Verminderung der inducirenden Stromintensität.

Eine Inductionserscheinung nimmt man auch dann wahr, wenn man die Stromstärke eines Stromkreises verändert. Es entsteht in diesem Falle eine Induction auf den inducirenden Stromkreis selbst. Diese Erscheinung wird Selbstinduction genannt.

250317

Nimmt man eine hohle Drahtspirale mit vielen isolirten Windungen und bringt man in die Spule einen starken Magnet, nachdem man die beiden Enden der Spirale mit einem Galvanometer verbunden hat, dann erfährt das Galvanometer einen Stromimpuls und sein beweglicher Theil zeigt eine Ablenkung. Diese Ablenkung dauert aber nicht an, sondern der Galvanometerspiegel kehrt bald in seine ursprüngliche Lage zurück. Der inducirte Strom dauert also nur kurze Zeit an. Wird der Magnet aus der Spule entfernt, dann zeigt das Galvanometer wieder einen Ausschlag, welcher aber dem ersteren entgegengesetzt ist.

Dieselben Erscheinungen beobachtet man, wenn in die hohle Drahtspirale eine andere Drahtspirale gebracht wird, welche letztere von einem elektrischen Strom durchflossen wird. Auch entsteht ein inducirter Strom, wenn im inducirenden Stromkreise der Strom unterbrochen, oder seine Intensität verändert wird.

Durch die Induction entsteht im inducirten oder secundären Stromkreise eine elektromotorische Kraft, welche im geschlossenen Stromkreise einen Strom hervorbringt, dessen Stärke von dem Widerstande des Stromkreises abhängt. Die Richtung des Stromes hängt von der Natur des Inductors ab. Wird in die genannte Spule ein Magnet mit dem Nordpole eingeführt, dann entsteht ein inducirter Strom, welcher in der Spule solche magnetische Kraftlinien hervorbringt, welche die Bewegung des inducirenden Magnets hemmt. In unserem Falle entsteht also an der Einführungsstelle ein Nordpol, welcher den inducirenden Nordpol abstösst, also seine Bewegung hindert. Bei der Entfernung des Magnets entsteht wieder ein inducirter Strom, seine Richtung ist aber dem ersteren entgegengesetzt. Dieser Strom bringt infolgedessen an dem Ende der Spule einen Südpol hervor, welcher den sich entfernenden Nordpol anzieht, also seine Bewegung wieder hindert.

Die Richtung des inducirten Stromes ist immer eine solche, welche in ihrer elektrodynamischen oder elektromagnetischen Wirkung auf den Inductor dessen Bewegung hemmt oder mit

anderen Worten: Wenn ein Leiter sich in einem magnetischen Felde bewegt, dann entsteht in ihm ein inducirter Strom solcher Richtung, dass durch die wechselseitige elektromagnetische Wirkung die Bewegung gehemmt wird.

Dieses Gesetz stammt von Lenz her. Das magnetische Feld kann durch einen Magnet oder durch einen elektrischen Strom hervorgerufen sein, das genannte Gesetz behält immer seine Gültigkeit. Es folgt aus dem Lenz'schen Gesetze, dass die Verschiebung eines in sich geschlossenen Leiterkreises immer eine Arbeit bedingt, deren Grösse von der Grösse der Bewegung, von der Natur des Leiterkreises und von der Stärke des magnetischen Feldes abhängt.

Die Grösse der inducirten elektromotorischen Kraft kann bestimmt werden, wenn wir die Inductionserscheinungen als Wechselwirkungen zwischen einem stromdurchflossenen Leiter und einem magnetischen Felde annehmen. Dies können wir umsomehr thun, da ein jeder stromdurchflossene Leiter magnetische Kraftlinien hervorruft, also wie ein Magnet sich verhält.

Die Intensität eines magnetischen Feldes in einem bestimmten Punkte ist durch die Anzahl jener Kraftlinien gegeben, welche am betreffenden Orte durch die Flächeneinheit gehen. Sei diese Feldintensität H, dann gehen durch die Fläche ds $dN = Hds$ Kraftlinien durch. Die gesammte Anzahl der durch die Fläche s gehenden Kraftlinien ist demnach

$$N = \int Hds$$

wobei ds ein Flächenelement der besagten Fläche bedeutet.

Faraday wies nach, dass in einem Leiter in einem Zeitmomente der absolute Werth der inducirten elektromotorischen Kraft gleich der Aenderung der durch den Leiter geschnittenen Anzahl der Kraftlinien ist. Wird demnach durch den Leiter in dem Zeitraume dt die Anzahl Kraftlinien dN geschnitten, dann ist die Grösse der inducirten elektromotorischen Kraft

$$e = \frac{dN}{dt}.$$

Diese elektromotorische Kraft bringt im secundären Leiterkreise einen elektrischen Strom hervor, dessen Grösse von dem Widerstande des inducirten Leiterkreises abhängt. Sei dieser Widerstand r, dann ist die Intensität des Stromes

$$i = \frac{e}{r} = \frac{1}{r} \frac{dN}{dt}.$$

Wenn der Leiter die Länge l besitzt und wenn er in dem magnetischen Felde von der Intensität H mit einer Geschwindigkeit v bewegt wird, dann ist die Anzahl der in der Zeiteinheit geschnittenen Kraftlinien $N = H \cdot vl$
und die inducirte elektromotorische Kraft

$$e = \frac{N_1}{t}$$

wo N_1 die Anzahl jener Kraftlinien bedeutet, welche von dem Leiter bei constanter Geschwindigkeit im Zeitraume t geschnitten werden.

Ein allgemeiner Fall ist jener, bei welchem der Leiter die Kraftlinien nicht wie bisher senkrecht schneidet, sondern mit ihnen einen bestimmten Winkel bildet. In diesem Falle sind nur jene Kraftlinien in Betracht zu ziehen, welche durch die senkrechte Projection des Leiters auf die Richtung der Kraftlinien geschnitten werden. Die weitere Berechnung bleibt unverändert dieselbe.

Fliesst durch einen Leiter ein elektrischer Strom, dann entstehen um den Leiter magnetische Kraftlinien, deren Anzahl der durch den Leiter fliessenden Stromstärke proportional ist. Ist demnach die genannte Anzahl der vom Strome erzeugten Kraftlinien N, dann wird

$$N = Li$$

sein, wenn i die Intensität des Stromes bedeutet.

Im obigen Ausdrucke ist L ein constanter Factor, dessen Grösse von der Grösse und von der Gestalt des Leiters abhängt.

Wechselt durch irgend eine Ursache die Stärke des elektrischen Stromes, dann wechselt auch die Anzahl der Kraftlinien. Dieser Wechsel in der Anzahl der den Leiter umgebenden Kraftlinien wirkt auf den Leiter zurück und bringt

in demselben eine elektromotorische Kraft hervor. Die Richtung dieser inducirten elektromotorischen Kraft ist der Richtung der ursprünglichen elektromotorischen Kraft entgegengesetzt. Die beschriebene Inductionserscheinung ist die sogenannte Selbstinduction, die inducirte elektromotorische Kraft aber die Gegenkraft der Selbstinduction.

Die inducirte elektromotorische Kraft wirkt immer der inducirenden elektromotorischen Kraft entgegen. Wird z. B. ein Stromkreis geschlossen, dann entsteht infolge der Selbstinduction eine solche elektromotorische Kraft, welche gegen die ursprüngliche elektromotorische Kraft wirkt, also den Strom abschwächt. Beim Oeffnen des Stromkreises ist dieselbe Erscheinung zu beobachten, da jetzt der inducirte Strom den ursprünglichen Strom weiter zu erhalten strebt, dem Abfall seines Werthes auf Null also entgegenwirkt. Beim Schliessen des Stromkreises ist die Richtung des inducirten Stromes mit der des inducirenden Stromes entgegengesetzt, beim Oeffnen gleichgerichtet. Dies ist die Ursache, dass beim Oeffnen eines Stromkreises von grosser Selbstinduction ein heller Oeffnungsfunke entsteht. Die Erscheinung der Selbstinduction bei einem constanten Stromkreis ist nur solange zu beobachten, bis der Strom von Null seinen Maximalwerth erreicht und bei geschlossenem Kreise nur dann, wenn die Intensität des Stromes wechselt.

Der Selbstinductionscoefficient ist numerisch mit jener Anzahl der Kraftlinien gleich, welche durch die Einheit der Stromstärke hervorgerufen werden, d. h. im Ausdrucke

$$N = Li$$

wenn $i = 1$ ist, wird der Werth des Selbstinductionscoefficienten

$$L = N_1$$

sein. L ist constant, wenn die Permeabilität des Materiales bei jedem Werthe der Kraftlinienzahl dieselbe bleibt, d. h. wenn das Material nicht magnetisch ist. Bei Eisen und anderen Materialien ist L keine Constante, da sie mit dem Werthe der Permeabilität wechselt.

Wenn die Anzahl der Kraftlinien während des Zeitraumes

dt mit dN wechselt, dann ist die Grösse der Gegenkraft der Selbstinduction

$$e = \frac{dN}{dt}$$

oder bei nichtmagnetischem Materiale

$$e = L\frac{di}{dt}$$

da bei solchem Materiale der Selbstinductionscoefficient constant ist.

Während des Zeitraumes dt wird bei einer Stromstärke i die Elektricitätsmenge idt sein und die geleistete Arbeit bei einer elektromotorischen Kraft e

$$eidt = Lidi.$$

Die gesammte Arbeit, welche entgegen der Selbstinduction geleistet wird, während der Strom von Null bis $J_{max.}$ anwächst, ist W:

$$W = \int_0^{J_{max.}} Lidi = \frac{LJ^2_{max.}}{2}.$$

Diese Arbeit muss bei dem Schliessen des Stromkreises geleistet werden, sie geht aber nicht verloren, da dieselbe Arbeit beim Oeffnen wieder frei wird. Hierdurch ist auch zu erklären, dass beim Schliessen des Stromkreises die elektromotorische Kraft der Selbstinduction dem Strome entgegenwirkt, während sie beim Oeffnen den Strom aufrecht zu erhalten trachtet.

Durch die elektromotorische Kraft der Selbstinduction wird im Leiter ein elektrischer Strom erzeugt, welcher Extrastrom genannt wird. Extraströme entstehen also sowohl beim Schliessen als beim Oeffnen eines Stromkreises, nur sind ihre Richtungen verschiedene. Der Extrastrom ist desto grösser, je grösser die Selbstinduction eines Leiters ist, d. h. je länger der Leiter und je intensiver die Aenderungen des magnetischen Kraftfeldes sind.

Selbstinductionsfreie Leiter können auch verfertigt werden, indem man einen Leiter in seiner Hälfte umbiegt (Fig. 49). Die Richtungen der Ströme in den beiden Theilen des Leiters

sind einander entgegengesetzt, folglich sind die hervorgerufenen Kraftlinien auch entgegengesetzter Richtung, wodurch sie sich in ihren Wirkungen gegenseitig aufheben. Sind die zwei Theile des umgebogenen Leiters völlig gleich, dann ist das resultirende magnetische Feld Null und der Selbstinductionscoefficient des Leiters ist auch Null. Solche selbstinductionsfreie Leiter werden bei Widerstandsdräthen hergestellt, indem man doppelte, nebeneinander laufende Drähte auf eine geeignete Spule aufwickelt.

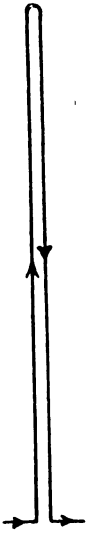


Fig. 49.

Die Wirkung der Induction ist auch dann zu bemerken, wenn in magnetischen Feldern Metallmassen sich bewegen oder wenn in der Nähe der Metallmassen magnetische Massen sich bewegen. Die Wirkung ist eine solche, welche die Bewegung hemmt. Wird z. B. zwischen den Polen eines starken Magnets eine Kupferscheibe gedreht, dann entstehen in der Scheibe Inductionsströme, welche in der Scheibe selbst sich ausgleichen. Die Folge dieser Induction ist eine Erwärmung der Platte und ist die entstandene Wärmemenge als Energie gleich jener Energie, welche zur Bewegung der Platte erforderlich ist. Diese Erwärmung ist von Foucault zuerst nachgewiesen worden, weshalb man diese Ströme auch Foucault'sche Ströme nennt.

Die Erscheinung, dass die Inductionsströme jeder Bewegung hemmend entgegenwirken, wird zur Dämpfung der magnetischen beweglichen Massen benutzt. Bewegt sich nämlich eine Magnetnadel über einer Kupferscheibe, dann kommt sie bald in Ruhe, da in der Kupferscheibe Inductionsströme entstehen, welche in ihrer Wirkung die Bewegung der Magnetnadel hemmen.

Die Erscheinungen der Selbstinduction treten besonders bei Wechselströmen hervor, da bei diesen die Intensität des magnetischen Feldes besonders stark und schnell variirt. Sind in solchem Falle compacte Metallmassen der Wirkung der Induction ausgesetzt, dann kann unter Umständen solche Erwärmung stattfinden, dass die Metalle schmelzen.

IV. Kapitel.

Elektricitätsquellen.

Der elektrische Strom, dessen Wirkungen und Eigenschaften im vorhergehenden Kapitel erörtert wurden, kann auf verschiedene Weise hergestellt werden. Die Factoren, welche die Fähigkeit besitzen, elektrischen Strom herzustellen, heissen Elektricitätsquellen. In den Elektricitätsquellen wird eine Energieform in elektrische Energie umgewandelt und man unterscheidet verschiedene Klassen der Elektricitätsquellen, je nachdem eine andere Energieform in elektrische Energie umgewandelt wird.

Die galvanischen Elemente sind als die ältesten dynamischen Elektricitätsquellen zu bezeichnen. Bei diesen wird die chemische Energie in elektrische Energie umgewandelt. Die Elektroden sind Leiter erster Klasse, welche von Leitern zweiter Klasse umgeben werden. Man unterscheidet Elemente mit einer und mit mehreren Flüssigkeiten, bei stärkeren Strömen kommen besonders letztere in Betracht, da sie auch constanter sind.

Die Zahl der verschiedenen Elemente ist sehr gross, wir werden in folgendem nur jene beschreiben, welche als Originaltypen betrachtet werden können und welche auch in praktischer Hinsicht wichtig sind.

Elemente mit nur einer Flüssigkeit besitzen den Uebelstand, dass die im Anfang ziemlich hohe elektromotorische Kraft infolge auftretender secundärer Wirkungen bald abfällt. In solchen galvanischen Elementen bildet sich Wasserstoff und dieser setzt sich auf die eine Elektrode. Dadurch entsteht eine elektromotorische Gegenkraft zwischen den neuen, durch chemische Reactionen hervorgerufenen Materien, d. h. es tritt die Erscheinung der Polarisation ein. Die Polarisation wird immer grösser, wodurch die ursprüngliche elektromotorische

Kraft so sehr herabgedrückt wird, dass sie mit der Zeit nur einen Bruchtheil ihrer Anfangsgrösse bildet.

Untersucht man z. B. ein Element, dessen Elektroden Zink und Kupfer sind und dessen Erregerflüssigkeit verdünnte Schwefelsäure ist, dann findet man, dass sich Zinksulfat gebildet hat und dass das Kupfer mit Wasserstoffbläschen bedeckt ist. Diese Umwandlungen haben also zur Folge, dass nun die Elektroden nicht Zink und Kupfer, sondern Zink und Wasserstoff sind. Zwischen Kupfer und Wasserstoff entsteht aber auch eine elektromotorische Kraft, deren Richtung aber mit jener der elektromotorischen Kraft zwischen Zink und Kupfer entgegengesetzt ist, wodurch letztere erheblich abgeschwächt wird.

Diese nachtheilige Erscheinung der Polarisation kann beseitigt werden, wenn das Ansetzen des Wasserstoffes an die Elektrode verhindert wird. Dies kann dadurch erreicht werden, dass man den Wasserstoff, bevor er noch seine schädliche Wirkung ausüben kann, oxydirt. Zu diesem Zwecke kann die eine Elektrode porös gemacht werden, da sie in solchem Zustande mehr Sauerstoff aufnehmen kann und die Oxydation des Wasserstoffes vollkommener vor sich geht, oder man bildet die Elektrode, bei welcher die Oxydation des Wasserstoffes geschehen soll, aus solchen Sauerstoff-Verbindungen, bei denen Sauerstoff frei wird und den Wasserstoff oxydirt.

Zwischen den Elementen mit einer Flüssigkeit ist das Leclanché-Element am verbreitetesten. Bei diesem Elemente sind die Elektroden Zink und Kohle. Die Kohle befindet sich zumeist in einem porösen Cylinder, welcher ausserdem noch mit Braunstein ausgefüllt ist. Der Braunstein oder Mangansuperoxyd $Mn\,O_2$ ist eine Verbindung, welche einen Theil ihres Sauerstoffes sehr leicht abgiebt, wodurch sie zur Oxydirung des Wasserstoffes geeignet ist. Die Erregerflüssigkeit ist eine Salmiaklösung in Wasser. Das Zink wird gewöhnlich in 10—15 mm dicken Stäben verwendet und wird längerer Dauerhaftigkeit halber amalgamirt.

Die elektromotorische Kraft des Leclanché-Elementes ist bei neuer Zusammenstellung im Anfang 1,7 Volt, fällt aber

bei Benützung ziemlich rasch auf etwa 1,2 Volt ab. Von diesem Werthe angefangen fällt die Spannung schon viel langsamer. Wird das Element geöffnet, dann nimmt die elektromotorische Kraft rasch wieder zu, erreicht aber nicht ihren ursprünglichen Werth wieder.

Das Leclanché-Element hat verschiedene Aenderungen erfahren. So hat man Braunsteinpulver festgestampft in einen Thoncylinder mit der Kohle gebracht, auch stellte man Briquet-Braunsteinelemente her, bei welchen Braunstein und Kohle in Briquetform mit Gummibändern an einer Kohlenplatte befestigt wurden u. a. Die Leclanché-Elemente sind nur bei intermittirendem Betrieb gut zu gebrauchen, da sie nur in diesem Falle lange Zeit in Verwendung stehen können.

Das Grenet-Element besitzt als Elektroden auch Zink und Kohle, nur ist keine poröse Scheidewand vorhanden. Die Flüssigkeit besteht aus einem Gemisch von Schwefelsäure und Chromsäure. Diese Elemente sind so eingerichtet, dass die Zinkelektroden schnell und leicht aus der Flüssigkeit herausgehoben werden können, was für die Betriebskosten von Bedeutung ist. Ihr Nachtheil ist, dass sie nur für kurzandauernde Ströme benutzt werden können, da durch die Polarisation die elektromotorische Kraft sehr schnell abfällt.

Zu den Elementen mit einer Flüssigkeit gehören auch die Trockenelemente. Bei diesen Elementen sind die Elektroden auch Zink und Kohle, der Leiter zweiter Klasse wird aber durch eine poröse Masse aufgesaugt, oder mit pulverförmigen Körpern zu Brei vermischt verwendet. Hauptvortheil dieser Elemente ist, dass sie gar keine Aufsicht benöthigen und dass keine lästigen Flüssigkeiten vorhanden sind. Die pulverförmigen Substanzen, welche mit der Erregerflüssigkeit vermischt werden, sind indifferente Stoffe, wie z. B. Kreide, Kieselguhr, Gyps, Zinkoxyd, etc.

Die anfängliche elektromotorische Kraft der Trockenelemente beträgt 1,4—1,6 Volt. Eine zu starke Inanspruchnahme drückt den Werth der elektromotorischen Kraft bedeutend herab, nach einer gewissen Ruhepause aber nimmt sie

wieder zu. Die Trockenelemente eignen sich daher den Leclanché-Elementen ähnlich besonders zu intermittirenden Betrieben, wenn die Stromdichte nicht zu gross genommen wird.

Eine grössere Bedeutung haben die Elemente mit zwei Flüssigkeiten erreicht. Diese Elemente geben längere Zeit einen starken und ziemlich constanten Strom, da bei ihnen die Depolarisation der Elektroden vollständiger durchgeführt werden kann. Die zwei verschiedenen Flüssigkeiten berühren sich in einer Fläche, sind aber so vertheilt, dass sie sich nicht vermischen können. Um dies zu erreichen, verwendet man poröse Thonzellen oder Pergamentsäcke, welche mit der einen Flüssigkeit gefüllt in jenes Gefäss gestellt werden, welches die andere Erregerflüssigkeit enthält. Eine andere Weise zum Trennen der beiden Flüssigkeiten besteht darin, dass die Flüssigkeiten ihren specifischen Gewichten entsprechend über einander geschichtet werden. Bei dieser Anordnung muss darauf geachtet werden, dass das Element in Ruhe verbleibt, damit sich die Flüssigkeiten durch Rütteln mit einander nicht vermischen.

Im Jahre 1836 baute Daniell das von ihm benannte Element, bei welchem die Elektroden aus Kupfer und Zink bestanden, und die Erregerflüssigkeiten concentrirte Kupfervitriollösung und verdünnte Schwefelsäure waren. Die Scheidewand zwischen den beiden Flüssigkeiten besteht aus einem porösen Thoncylinder. Die elektromotorische Kraft beträgt ca. 1,1 Volt. Bei Benutzung des Elementes löst sich das Zink in der Schwefelsäure auf, während aus der concentrirten Kupfervitriollösung auf die Kupferelektrode Kupfer niedergeschlagen wird. Wenn man statt Kupfer eine Elektrode aus anderem Metall verwendet, schlägt sich mit der Zeit auf diese eine feine Kupferschicht ab, und es verhält sich die Elektrode wie eine reine Kupferelektrode. Das Daniell'sche Element darf nicht längere Zeit ungeschlossen stehen, da in diesem Falle die Kupfervitriollösung durch die poröse Thonzelle diffundirt, und an der Zinkelektrode schwarzen Niederschlag bildet. Dieser Niederschlag drückt in seiner Wirkung die elektromotorische Kraft sehr herab und man kann dagegen nur dadurch er-

folgreich arbeiten, wenn man den Stromkreis schliesst, da der entstehende elektrische Strom die weitere Bildung dieses Niederschlages verhindert. Eine andere störende Wirkung ist auch bei offenem Elemente zu bemerken, nämlich die Bildung von Kupferniederschlägen am Thoncylinder, welche durch die Zellenwände nach dem Kupfercylinder hin wachsen und dadurch die Poren des Thoncylinders verstopfen.

Diese Uebelstände sind bei jenen Elementen vermieden, bei welchen keine poröse Zwischenwand angewendet wird, sondern zur Trennung der Flüssigkeiten jene Eigenschaft benutzt wird, dass die schwerere Flüssigkeit unter der zweiten, leichteren Flüssigkeit Platz nimmt. Natürlich müssen solche Elemente ständig in Ruhe verbleiben.

Auf diesem Princip ist das Meidinger'sche Element aufgebaut. Es besteht im Wesentlichen aus einem Zink- und aus einem Kupfercylinder, welche in Bittersalzlösung resp. in concentrirte Kupfervitriollösung tauchen. Um die Concentrirtheit der Kupfervitriollösung ständig zu erhalten, ist die Anordnung eine solche, dass ein Gefäss, welches mit der Lösung in ständiger Verbindung steht, mit Kupfervitriolkrystallen gefüllt wird. Die Krystalle lösen sich mit der Zeit in solchem Maasse, als die Concentration der Lösung nachlässt. Die Zink- und die Kupferelektrode sind zumeist cylinderförmig, es sind indessen auch solche Ausführungen entstanden, bei welchen die Kupferelektrode aus einer flachen Scheibe besteht.

Die allgemeinste Form dieses Elementes ist die Ballonform. Bei dieser enthält ein ballonförmiges Gefäss die Kupfervitriolkrystalle, welche mit der concentrirten Kupfervitriollösung beständig in Berührung sind. Dieses ballonförmige Gefäss steht in einem cylindrischen Gefässe, welches die beiden Elektroden und die zwei Erregerflüssigkeiten aufnimmt. Da der Zuleitungsdraht der Kupferelektrode durch die Bittersalzlösung hindurchgeht, muss dieser sorgfältig in seiner ganzen Länge isolirt werden. Die Kupferelektrode des Meidinger'schen Elementes kann durch eine Bleielektrode ersetzt werden, da durch die chemischen Reactionen an der Bleielektrode Kupfer ausgeschieden

wird, wodurch das Blei sich wie eine massive Kupferelektrode verhält.

Die Bittersalzlösung besteht aus 170 Theilen Magnesiumsulfat auf 1000 Theilen Wasser. Das Element darf längere Zeit nicht ungeschlossen stehen, da durch Diffusion das Kupfersulfat zur Zinkelektrode gelangen kann und dadurch die Wirkung des Elementes abschwächen würde. Die elektromotorische Kraft des Elementes beträgt ca. 1 Volt, sein innerer Widerstand 5 ~ 10 Ohm. Das Meidinger'sche Element wird besonders in dem Telegraphenbetrieb mit sogenanntem Ruhestrom verwendet.

Ein anderes Element, welches eine beträchtlich höhere elektromotorische Kraft als das Meidinger'sche Element besitzt, stammt von Grove her. Grove stellte sein Element aus Zink in verdünnter Schwefelsäure einerseits und Platin in concentrirter Salpetersäure andererseits her. Das Platinblech ist in eine **S**-Form gebracht und ist wegen seines sehr hohen Preises sehr dünn. Dieser hohe Anschaffungspreis ist auch die Ursache, warum das Grove'sche Element keine grössere praktische Verwendung gefunden hat. Seine elektromotorische Kraft beträgt 1,8 Volt, der innere Widerstand 0,04—0,035 Ohm. Um die Verbreitung dieser Elemente zu fördern, hat Callan im Jahre 1847 platinirte Bleiplatten statt reiner Platinplatten angewendet, doch erreichte er sein Ziel nicht, da eine nur kleine Beschädigung des Platinüberzuges den ganzen Ueberzug schnell zu Grunde richtet.

Wenn es sich um stärkere Ströme handelt, dann sind nur Kohle-Zink-Elemente zu verwenden. Wie auch schon der Name sagt, sind die Elektroden solcher Elemente Zink und Kohle, welche in zwei verschiedene Flüssigkeiten tauchen.

Das wichtigste unter diesen Elementen wurde von Bunsen zusammengestellt. Die Kohlenelektrode taucht bei dieser Anordnung in concentrirte Salpetersäure, während die Zinkelektrode in verdünnter Schwefelsäure steht. Die beiden Säuren sind von einander durch eine poröse Thonzelle getrennt. Die Salpetersäure hat gewöhnlich ein specifisches Gewicht von 1,31 bis

1,38. Beim Betriebe verbindet sich der frei werdende Wasserstoff mit dem Sauerstoff der Salpetersäure zu Wasser, wodurch die concentrirte Salpetersäure allmählich verdünnt wird. Durch die chemischen Reactionen entwickeln sich gesundheitsschädliche Dämpfe, welche das Arbeiten mit solchen Elementen sehr lästig machen.

Besondere Aufmerksamkeit ist den Verbindungsklemmen zu widmen, da bei diesen bei etwaigem Angreifen durch die Säuren der Widerstand des Stromkreises erheblich vergrössert wird. Eine sorgfältige Verbindung der Elektroden mit den Klemmen ist sehr schwer zu erreichen, da die Salpetersäure infolge der Capillarität sich nach oben verzieht, und die Klemmen angreift. Eine sorgfältige Ueberwachung des Zustandes der Klemmen ist daher sehr zu rathen.

Die elektromotorische Kraft des Bunsen'schen Elementes beträgt 1,9 Volt, sein innerer Widerstand 0,1 Ohm nach längerem Gebrauch. Die Erscheinung der Polarisation kann nur solange vermieden werden, bis die Säure hinlänglich concentrirt ist. Im entgegengesetzten Falle tritt besonders bei grösseren Stromdichten eine erhebliche Polarisation ein. Häufig wird anstatt der Salpetersäure Kalium- oder Natriumbichromat verwendet, wodurch der Entstehung lästiger und ungesunder Dämpfe vorgebeugt wird. Die Schwierigkeiten, welche bei diesem Gebrauche entstehen, sind, dass Krystalle sich an die porösen Thonzellen ansetzen und durch ihr Wachsthum diese mürbe machen.

Secundäre Elemente. Bei den bisherigen Elementen ist die Polarisation so viel als möglich vermieden worden, damit die elektromotorische Kraft in ihrer ursprünglichen Grösse erhalten bleibe. Es ist nun eine andere Gruppe der Elektricitätsquellen zu unterscheiden, bei denen gerade die Erscheinung der Polarisation zur Erzeugung elektromotorischer Kraft benutzt wird. Diese Gruppe der Elektricitätsquellen bilden die secundären Elemente oder Accumulatoren.

Den Grundgedanken der Accumulatoren bildet folgende Erscheinung. Zwei Platinplatten tauchen in verdünnte Schwefelsäure und sind mit den Polen einer Batterie ver-

bunden. Der Strom fliesst durch die verdünnte Schwefelsäure und zersetzt das Wasser in seine Bestandtheile, in Sauerstoff und Wasserstoff. Diese Gase überziehen die Platten und bewirken, dass bei Entfernung der zersetzenden Batterie an den Polen der Platinplatten eine Potentialdifferenz entsteht. Verbindet man nun die beiden Platinplatten unter einander, dann entsteht ein elektrischer Strom, dessen Grösse von der Potentialdifferenz und von dem Widerstande des Schliessungskreises abhängt. Der Strom ist kein constanter, da die Potentialdifferenz an den Polen allmählich abnimmt. Durch den ladenden Strom sind also die beiden Platinplatten so beeinflusst worden, dass sie als Elektricitätserreger einander gegenüberstehen. Die Potentialdifferenz zwischen den beiden Platten wird umso kleiner, je gleicher die Platten einander werden. Hieraus folgt, dass der entstehende sogenannte secundäre Strom im Unterbrechungsmomente des ladenden Stromes am grössten ist.

Bei dem Entladen genannter secundärer Platinbatterie findet an beiden Platten eine Gasentwickelung statt, welche aber jener beim Laden entgegengesetzt ist. Hierdurch werden die Oberflächen der Platten in ihren ursprünglichen Zustand umgewandelt, was einen Abfall der secundären elektromotorischen Kraft bewirkt. Die Intensität der Gasentwickelung lässt auch allmählich nach und das Element erreicht einen solchen Zustand, dass es wieder frisch geladen werden kann.

Die Accumulatoren werden in der Praxis nie vollständig entladen, sie werden bei einer gewissen minimalen Spannung schon als entladen betrachtet. Je länger der Accumulator in Benutzung steht oder aber je öfter er geladen und entladen wird, desto grösser wird seine Capacität. Neue Accumulatoren werden nacheinander öfters geladen und entladen, damit sie einen gewissen Grad von Capacität erreichen. Dieses öftere Laden und Entladen neuer Accumulatoren wird Formiren genannt.

In der Praxis haben sich jene Accumulatoren am meisten verbreitet, welche Bleielektroden besitzen. Den ersten praktisch verwendbaren Accumulator baute Planté im Jahre 1860. Planté

rollte zwei Bleiplatten isolirt ineinander und stellte sie in verdünnte Schwefelsäure. Wenn ein elektrischer Strom durch die Platten und die Säure fliesst, dann entwickelt sich an der Anode Sauerstoff, an der Kathode aber Wasserstoff. Diese Gase wirken nun auf beide Platten und verändern ihre Zusammensetzung.

Der Strom zersetzt die verdünnte Schwefelsäure in der Weise, dass er den Sauerstoff und den Wasserstoff der Säure ausscheidet. Hierbei bildet sich Schwefelsäureanhydrit, welches sich mit dem Wasser zu Schwefelsäurehydrat verbindet. Die chemischen Vorgänge sind also die folgenden:

$$H_2O + H_2SO_4 = H_2O + SO_3 + H_2 + O$$
$$H_2O + SO_3 = H_2SO_4.$$

Wenn die Bleiplatten in Schwefelsäure stehen, dann bildet sich an ihren Oberflächen eine dünne Schicht von Bleisulfat $PbOSO_3$. Bevor also der elektrische Strom in die secundäre Batterie tritt, befinden sich beide Platten in demselben Zustande. Sobald aber ein Strömen elektrischer Energie stattfindet, werden die chemischen Zusammensetzungen der Platten andere, da die sich ausscheidenden Gase chemische Reactionen hervorrufen.

Der Sauerstoff wirkt auf das Bleisulfat in der Weise, dass er es in Bleihyperoxyd umwandelt, d. h.:

$$PbOSO_3 + O + H_2O = PbO_2 + H_2SO_4.$$

Dieser chemische Vorgang spielt sich an der Anode ab. An der Kathode wird durch den sich ausscheidenden Wasserstoff das Bleisulfat reducirt, sodass reines Blei zurückbleibt und Wasser gebildet wird:

$$PbOSO_3 + H_2 = Pb + H_2O + SO_3.$$

Das sich bildende Wasser verbindet sich mit dem Schwefelsäureanhydrit zu Schwefelsäurehydrat:

$$H_2O + SO_3 = H_2SO_4.$$

Die Elektroden eines geladenen Accumulators bestehen also aus Bleihyperoxyd und reinem Blei, welcher in fein vertheiltem Zustande als sogenannter Bleischwamm zurückbleibt.

Bei dem Entladen des Accumulators ist die secundäre Stromrichtung eine umgekehrte zur Ladestromrichtung, weshalb auch die Gasentwickelung umgekehrt stattfindet. Wasserstoff wird nun an der früheren Anode, Sauerstoff aber an der Kathode ausgeschieden, wodurch einerseits das Bleihyperoxyd zu Bleioxyd reducirt, andererseits aber der Bleischwamm zu Bleioxyd oxydirt wird:

$$PbO_2 + H_2 = PbO + H_2O$$

und

$$Pb + O = PbO.$$

Das so entstehende Bleioxyd befindet sich in Schwefelsäure, weshalb daraus Bleisulfat gebildet wird. Der chemische Vorgang ist nun der folgende:

$$PbO + H_2SO_4 = PbOSO_3 + H_2O.$$

Hieraus ersieht man, dass die Platten durch die Entladung ihre ursprüngliche Zusammensetzung wieder erhalten haben. Durch diesen Umwandlungsprocess werden die Platten auf ihrer Oberfläche aufgelockert, welche Auflockerung bei mehrmaliger Wiederholung des Ladens und des Entladens vergrössert wird. Dadurch ist auch zu erklären, warum die Capacität des Accumulators durch das Formiren wächst.

Um die Menge der wirksamen Materialien des Accumulators zu vermehren, werden die Accumulatorplatten gitterförmig ausgeführt, und die Oeffnungen des Gitters mit der activen Masse ausgefüllt. Die erste Idee, active Masse, d. h. die zu Superoxyd resp. Bleischwamm umzubildende Masse anzuwenden, rührt von Camille Faure aus dem Jahre 1881 her. Faure benutzte statt blanker Bleiplatten solche Platten, welche mit Mennige oder anderen solchen Bleiverbindungen überzogen waren, welche durch den Ladestrom schnell und leicht in Bleisuperoxyd verwandelt werden konnten. Er erreichte hierdurch, dass die Formirungszeit des Accumulators wesentlich verkürzt und seine Capacität erheblich gesteigert wurde.

Die vielen Accumulatorentypen unterscheiden sich zumeist nur in ihrer Ausführung. Es würde zu weit führen, alle Typen hier anzuführen, wir verweisen nur auf die sehr ausgedehnte

Fachlitteratur, ausserdem sind die verschiedenen Typen in ihren Ausführungen so mannigfaltig, dass ihre ausführliche Behandlung fast unmöglich durchzuführen wäre.

Als Ergänzung der Beschreibung der galvanischen Elemente folge hier noch die Schaltungsweise der Elemente. Die galvanischen Elemente können in Serie und parallel geschaltet werden. Ausser diesen zwei Schaltungsarten kann auch noch eine dritte durchgeführt werden, nämlich die combinirte Schaltungsweise, welche aber nur die Combination der Serien- und Parallelschaltung ist.

Bei der Serien- oder Hintereinanderschaltung der Elemente wird der positive Pol des ersten Elementes mit dem negativen Pol des zweiten Elementes verbunden. Der positive Pol des zweiten Elementes mit dem negativen des dritten u. s. w. (Fig. 50). Der eine Pol des ersten und des letzten Elementes bleiben frei, diese beiden Pole bilden die Pole der ganzen Batterie.

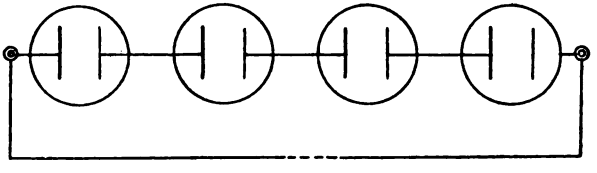


Fig. 50.

Ohm's Gesetz anwendend, können wir die Stromstärke der Batterie bestimmen. Ist zwischen zwei Punkten die Potentialdifferenz e, der Widerstand des Leiterkreises zwischen denselben Punkten r, dann entsteht im Kreise eine Strömung, deren Intensität durch die Formel

$$i = \frac{e}{r}$$

gegeben ist.

Wird ein Element geschlossen, dann besteht der Widerstand des Leiterkreises aus zwei Theilen, nämlich aus dem inneren und aus dem äusseren Widerstand. Sind diese Wider-

stände W_1 resp. W_2, und ist die elektromotorische Kraft des Elementes e, dann ist die Grösse der Stromstärke

$$i = \frac{e}{W_1 + W_2}.$$

Angenommen, dass die Batterie aus n hintereinander geschalteten Elementen besteht, dann ist der gesammte innere Widerstand der Batterie n-mal grösser als jener eines Elementes, die elektromotorische Kraft aber auch n-mal grösser, weshalb die Stromintensität

$$J = \frac{n\,e}{W_2 + nW_1}.$$

Man kann annehmen, dass in einem Falle, z. B. bei Kurzschluss der äussere Widerstand des Stromkreises zum gesammten inneren Widerstand genommen, so klein ist, dass er vernachlässigt werden kann. In solchem Falle ist also

$$W_2 = O$$

$$J = \frac{n\,e}{n\,W_1} = \frac{e}{W_1}$$

d. h. werden mehrere Elemente mit einander in Serie geschaltet, dann wächst wohl die gesammte elektromotorische Kraft, der maximale Werth der Stromintensität ist aber nicht grösser als jener eines Elementes.

Da die elektromotorische Kraft durch Hintereinanderschaltung der Elemente vervielfacht werden kann, ist diese Schaltungsweise dann zu verwenden, wenn der äussere Widerstand des Stromkreises gross ist.

Bei dem Parallelschalten der galvanischen Elemente werden die positiven Pole untereinander und die negativen Pole auch untereinander verbunden. Durch diese Schaltungsweise bilden alle Elemente gewissermassen ein grosses Element, dessen Elektroden so viel mal grössere Oberfläche besitzen als ein Element, als Elemente parallel geschaltet sind. Hieraus folgt, dass der innere Widerstand der Batterie auch nur einen Bruchtheil des Widerstandes eines Elementes bildet. Die Schaltungsweise ist in Fig. 51 schematisch dargestellt.

Die Stromstärke ist nun in diesem Falle durch die Formel

$$J = \frac{e}{\frac{W_1}{n} + W_2}$$

ausgedrückt, wenn n Elemente parallel geschaltet werden. Die elektromotorische Kraft der Batterie ist gleich mit jener eines Elementes.

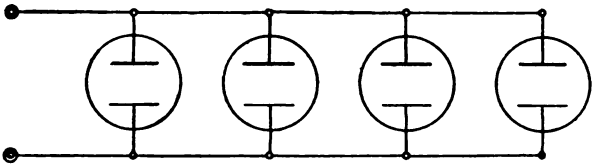


Fig. 51.

Wenn der Widerstand des äusseren Stromkreises im Verhältniss zum inneren Widerstande der Batterie verschwindend klein ist, dann kann sein Werth vernachlässigt werden, d. h. man kann annähernd

$$W_2 = o$$

setzen. In diesem Falle ist unsere obige Formel in veränderter Form die folgende:

$$J = \frac{e}{\frac{W_1}{n}} = n \frac{e}{W_1}$$

d. h. durch die Parallelschaltung der Elemente kann die Stromintensität bei sehr kleinem äusseren Widerstande vergrössert werden. Ist der äussere Widerstand gross, dann wird $\frac{W_1}{n}$ zu W_2 genommen, vernachlässigt werden können, und die Stromintensität wird

$$J = \frac{e}{W_2}.$$

Parallelschaltung von Elementen kann demnach nur in jenen Fällen angewendet werden, in denen der äussere Widerstand im Verhältniss zum inneren Widerstande der Batterie nicht zu gross ist.

Aus den angeführten Fällen ist ersichtlich, dass bei grossen äusseren Widerständen Serien, bei kleinen äusseren Widerständen aber Parallelschaltung der Elemente anzuwenden sei. In solchen Fällen, in welchen der Widerstand des äusseren Stromkreises ein mittlerer ist, verwendet man die combinirte Schaltungsweise. Durch diese kann man erreichen, dass der elektrische Strom gerade den Verhältnissen entsprechende Dimensionen hat. Man kann z. B. die Hälfte der Elemente in zwei Gruppen in Serie schalten, und diese zwei Gruppen unter einander parallel, oder man verbindet je zwei Elemente in Serie, und die so entstehenden Gruppen Doppelelemente untereinander parallel, etc. Es ist eine grosse Anzahl Combinationen möglich, von denen man diejenige auswählt, welche den Verhältnissen am besten entspricht.

Sind im Allgemeinen n Elemente in Serie geschaltet, und m solche Gruppen untereinander parallel, dann ist die Stromstärke

$$J = \frac{n\,e}{\frac{n}{m}\,W_1 + W_2}$$

wenn e die elektromotorische Kraft eines Elementes bedeutet, W_2 aber den äusseren Widerstand.

Thermoelemente.

Im Jahre 1822 fand Seebeck, dass, wenn zwei verschiedene Metalle miteinander an ihren beiden Enden verlöthet werden, und wenn die eine Löthstelle erhitzt wird, in dem so gebildeten Leiterkreise ein elektrischer Strom auftritt. Er fand weiter, dass die Stärke des Stromes von dem Temperaturunterschiede der Löthstellen abhängt, und zwar zwischen gewissen Grenzen desto grösser wird, je grösser der Temperaturunterschied der genannten Löthstellen ist.

Die in solcher Weise entstandenen Ströme heissen Thermoströme, das Element aber, welches diesen Strom liefert, heisst Thermoelement.

Die Richtung der Thermoströme hängt von der Natur der das Thermoelement bildenden Metalle ab. Verschiedene Forscher,

wie Seebeck, Hankel, Lord Kelvin etc. haben das thermoelektrische Verhalten der verschiedenen Metalle untersucht und gefunden, dass sich die Metalle in eine Spannungsreihe ordnen lassen. Die Spannungsreihe ist die folgende:

Wismuth, Neusilber, Nickel, Kobalt, Platin, Gold, Messing, Kupfer, Zinn, Aluminium, Blei, Zink, Silber, Cadmium, Eisen, Antimon.

Werden zwei Glieder dieser Spannungsreihe mit einander in ein Thermoelement verbunden und wird die eine Löthstelle erwärmt, dann fliesst der entstehende elektrische Strom vom voranstehenden zum nachfolgenden Metall. Je entfernter zwei Metalle in der Spannungsreihe von einander stehen, desto stärker wird der entstehende Thermostrom. Hierbei ist vorausgesetzt, dass mittlere, mässige Temperaturunterschiede herrschen.

Die elektromotorische Kraft des Thermostromes hängt auch von der Structur der Metalle ab. Ein und dasselbe Material kann einen Thermostrom liefern, wenn einzelne Theile seiner Länge verschiedene Structuren haben, also z. B. gehärtet, gehämmert, magnetisirt u. s. w. wurden, und Temperaturunterschieden ausgesetzt sind.

Die Thermoelemente können auch zu Batterien vereinigt werden. Sie werden gewöhnlich miteinander in Serie geschaltet, denn die elektromotorische Kraft eines Elementes ist sehr gering, z. B. zwischen Wismuth und Kupfer bei 100° C Temperaturunterschied nach E. Becquerel 0,0039 der elektromotorischen Kraft eines Daniell-Elementes.

Bei den Thermoelementen wird die Wärmeenergie durch molekulare Processe an den Trennungsflächen verschiedenartiger Körper in elektrische Energie umgewandelt. Da die Wärmeenergie hierbei verbraucht wird, folgt, dass an den Berührungsflächen durch den entstehenden Thermostrom eine Abkühlung bewirkt werden muss. Dass die Stromrichtung auf die Temperatur der Berührungsfläche heterogener Körper von Einfluss ist, zeigte Peltier im Jahre 1834. Peltier beobachtete nämlich, dass die Temperatur der Berührungsfläche eine Aenderung erfährt, sobald der Strom durch einen solchen, durch heterogene

Körper gebildeten Leiter durchfliesst, und zwar wird die Temperatur erhöht, wenn der Strom eine gewisse Richtung hat, sie wird dagegen vermindert, wenn die Richtung des Stromes eine entgegengesetzte wird. Die so entstehende Temperaturänderung ist also von der Stromrichtung abhängig.

Die Thermosäulen würden ein sehr bequemes und einfaches Mittel zur Erzeugung elektrischer Energie geben, wenn einige schädliche Eigenschaften ihrer Anwendung in beträchtlichem Maasse nicht im Wege stünden. So wächst z. B. die elektromotorische Kraft mit der Temperatur nur bis zu einer gewissen Grenze, dann fällt sie sehr rasch ab, wird Null oder sogar negativ. Weiters wird der Widerstand der Thermosäule mit der Zeit immer grösser, weshalb die Stromstärke an ihrer Grösse einbüsst. Principiell wären die Thermoelemente den anderen Elektricitätsquellen vorzuziehen, da sie die in der Kohle aufgespeigerte Wärmeenergie unmittelbar in elektrische Energie umwandeln. Bei den galvanischen Elementen wird das theuere Zink verbraucht, bei den Dynamomaschinen muss man wieder andere Maschinen, wie Dampf-, Gas-, Benzin-, Wassermotoren etc. anwenden, wodurch die Kraft indirect ausgenützt wird.

Thermoelemente bauten unter anderen Markus, Clamond und Mure, in neuerer Zeit Gülcher, dessen Thermosäulen auch fabrikmässig hergestellt werden. Markus verwandte zu seinen Thermosäulen solche Legirungen, welche einerseits von einander in der Spannungsreihe weit abstehen, andererseits auch eine hohe Temperatur ertragen. Er verband Neusilberstreifen mit Stäben, welche aus einer Legirung von Antimon und Zink bestanden. Die elektromotorische Kraft eines solchen Elementes betrug 0,06 Volt. Clamond und Mure verwenden eine Zink-Antimonlegirung mit Eisen als zweites Metall. Das Eisen wird hierbei in Blechform angewandt und so ausgebildet, dass es der Wärmeaustrahlung eine grosse Oberfläche bietet.

Gülcher construirte im Jahre 1890 eine Thermosäule mit Gasheizung, welche zu den besten dieser Sorte gehören dürfte. Gülchers Thermosäulen haben als negative Elektroden Röhrchen aus reinem Nickel, während die positiven Elektroden aus Zink-

Antimonlegirung bestehen. Gülcher verwendet auch Kühlbleche, welche zur Fortleitung der Wärme und zur Verbindung der Elemente untereinander dienen.

Messungen an Gülcher'schen Thermosäulen wurden von Brüggemann durchgeführt. Er untersuchte vier solche Thermosäulen, welche verschieden lang in Betrieb standen. Brüggemann's Beobachtungen sind in folgender Tabelle zusammengefasst:

Nummer der Thermosäule	Benützungszeit der Säule in Stunden	Innerer Widerstand bei Betrieb in Ohm	EMK. bei 30 mm Gasdruck und 164 L. Gasverbrauch in Volt
I	200	0,78	3,97
II	200	0,78	3,97
III	500	0,81	—
IV	2 Jahre	0,91	—

Aus dieser Tabelle ist zu ersehen, dass der innere Widerstand mit dem Gebrauche wächst, was ein nachtheiliger Umstand ist. Der Wirkungsgrad der Thermosäulen betrug ca. 0,54%.

Die Thermosäulen haben im Allgemeinen einen sehr kleinen Wirkungsgrad. So ist z. B. der Wirkungsgrad einer sehr grossen, von Clamond und Mure construirten Thermosäule mit 218 Volt Spannung und 31 Ohm innerem Widerstand nur 0,49%. Trotz solcher kleiner Wirkungsgrade können die Thermosäulen in vielen Fällen als bequeme und billige Stromquellen bezeichnet werden.

Dynamomaschinen.

Die bedeutendsten Stromquellen sind die Dynamo- oder besser gesagt die Dynamoelektrischen-Maschinen. Durch sie kann ein elektrischer Strom beliebiger Dimension hergestellt werden, der Strom ist constant und nach Belieben regulirbar. Bei den Dynamomaschinen wird mechanische Arbeit in elektrische Energie umgewandelt.

Im Jahre 1831 entdeckte Faraday die Induction, welche den Ausgangspunkt zur Construction der Dynamomaschine bildete. Ein Jahr später baute Pixii die erste magnetelektrische Maschine, welche aus einem Elektromagneten und aus einem rotirenden kräftigen permanenten Magneten bestand. Durch das Rotiren des Magnets entstanden in den Windungen des Elektromagnets elektrische Ströme, welche durch eine geeignete Vorrichtung, den Commutator, gleichgerichtet in den äusseren Stromkreis gelangten. Man kann zwar den Commutator gänzlich verlassen, dann bekommt man aber im äusseren Stromkreise Wechselstrom.

Später tauchte Stöhrer (1843) mit seiner Maschine auf, bei welcher die permanenten Magnete fix angeordnet waren, und über deren Pole unter einander verbundene und mit Eisenkernen versehene Drahtspulen rotirten. Stöhrer erreichte dadurch viel günstigere Resultate als Pixii und gab dadurch Veranlassung zur weiteren Vervollkommnung dieser Maschinen. Nollet (1849) und Shephard (1856) construirten auf dieser Spur Maschinen, welche durch Van Malderen verbessert unter dem Namen Alliance-Mascinen bekannt und auch praktisch verwerthet wurden.

W. v. Siemens erkannte, dass die inducirende Wirkung nur dann völlig ausgenützt werden kann, wenn die Inductionsspulen so angeordnet sind, dass ein möglichst grosser Theil derselben der inducirenden Wirkung ausgesetzt sind. Hiervon ausgehend construirte er im Jahre 1857 seine Cylinder-Armatur. Diese besteht im Wesentlichen aus einem doppel-T-förmigen Eisenkerne, in dessen Ausschnitte der isolirte Draht gewunden wird. Dieser Eisenkern ist zwischen den Polen eines starken Magnetsystems so angeordnet, dass die Kraftlinien durch ihn verlaufen. Rotirt nun dieser Eisenkern um eine Axe, welche mit seiner Länge parallel ist, dann ändert sich in ihm die Richtung der Kraftlinien und in den isolirten Drahtwindungen entsteht ein elektrischer Strom. Der Strom wechselt seine Richtung bei jeder halben Umdrehung der Armatur, kann aber durch einen Commutator gleichgerichtet werden.

Wilde construirte im Jahre 1864 eine elektrische Maschine, bei welcher er schon Elektromagnete zur Erzeugung des magnetischen Feldes benützte. Den erregenden Strom für die Elektromagnete erzeugte er mittelst einer kleinen Siemens'schen Maschine. Seine Maschine war demnach eine doppelte Maschine, welcher die heutigen, von Aussen magnetisirten Maschinen entsprechen. Wilde's Maschinen wurden vielfach angewendet, nur zeigten sie den Uebelstand, dass sie sich bei stärkerer Inanspruchnahme zu sehr erwärmten.

In der Geschichte der Entwicklung der elektrischen Maschinen ist die Entdeckung des dynamischen Princips von besonderer Bedeutung. Dr. Werner v. Siemens fand im Jahre 1867, dass bei einer Maschine, deren Elektromagnete einmal erregt wurden, das magnetische Feld auch weiter aufrecht erhalten werden kann, wenn nur der gleichgerichtete inducirte Strom der Maschine in ihre Windungen gelangen kann, und es ist ganz unnöthig, eine separate Erregungs-Elektricitätsquelle anzuwenden. Das Eisen hat einen gewissen remanenten Magnetismus in sich, welcher genügt, beim Rotiren in der Armatur schwache Ströme zu induciren. Werden diese Ströme in die Windungen der Elektromagnete geführt, dann wird durch ihre magnetisirende Wirkung die magnetische Feldstärke der Magnete erhöht und es entsteht in der Armatur ein stärkerer Strom. Dieser Strom kann auch zur Verstärkung des schon vorhandenen magnetischen Feldes dienen, wodurch das Feld progressiv so verstärkt werden kann als es nöthig ist, um einen starken elektrischen Strom in den äusseren Stromkreis führen zu können. Das magnetische Feld verliert indessen an Intensität nicht, weshalb der Strom im äusseren Stromkreise constant bleibt.

Eine weitere Entdeckung, welche eben so wichtig als jene des dynamischen Principes ist, wurde von Pacinotti gemacht. Pacinotti verwandte bei seiner Maschine die Ringarmatur, welche später Gramme in der Praxis zur allgemeinen Verwendung brachte. Die Ringarmatur besteht in ihrer einfachsten Form aus einem Eisenringe, welcher mit isolirten Windungen gänz-

lich bewickelt ist. Aus einzelnen Windungen führen Drähte zu den Segmenten eines Collectors in solcher Weise, dass die gegenseitigen Abstände der einzelnen Abzweigungsdrähte einander gleich sind. Der Ring wird in geeigneter Weise auf eine Axe befestigt, welche auf ihrer Ebene senkrecht ist und wird durch diese zwischen den Polen eines Elektromagnets gedreht. Während dieser Rotation entstehen in den Windungen der Ringarmatur elektrische Wechselströme, welche durch den Collector gleichgerichtet werden.

Endlich ist noch der im Jahre 1873 von Hefner-Alteneck erfundenen Trommelarmatur zu gedenken. Bei dieser Armatur ist der Eisenkern cylinderförmig und wird die Bewickelung in solcher Weise durchgeführt, dass die isolirten Drähte mit der Längsrichtung des Cylinders parallel verlaufen. Die Drehungsaxe ist auch mit dieser Richtung parallel und fällt ihre Lage mit der Lage der Cylinderaxe zusammen. Die bei der Rotation entstehenden Wechselströme fliessen durch einen Commutator gleichgerichtet in den äusseren Stromkreis. Die Dynamomaschinen werden je nach den verschiedenen Erregungsarten in verschiedene Gruppen eingetheilt. Die zwei Hauptbestandtheile der Dynamomaschinen sind der Anker oder die Armatur und die Elektromagnete. Diese zwei Theile sind miteinander verbunden und diese Verbindungsweise giebt den Unterschied zwischen den Dynamomaschinen. Man unterscheidet in dieser Hinsicht Hauptschluss- oder Serienmaschinen, Nebenschlussmaschinen und Compoundmaschinen. Es giebt zwar noch eine Sorte Dynamomaschinen, nämlich die von aussen-magnetisirten Maschinen, diese können aber mehr mit den magnetelektrischen Maschinen zusammengefasst werden.

Bei den Serienmaschinen (Fig. 52) ist der Anker A, die Magnetbewickelung M und der äussere Stromkreis B miteinander in Serie geschaltet. Wird die Maschine in Betrieb gesetzt, dann entsteht nur dann ein Strom in der Maschine, wenn der äussere Widerstand einen gewissen Werth hat, da bei offenem Stromkreise überhaupt kein Magnetfeld entstehen kann. Jede Aenderung im Widerstande des äusseren Strom-

kreises wirkt auf die Maschine zurück. Sind z. B. im äusseren Stromkreise parallel geschaltete Glühlampen, dann vermindert sich mit jeder neu eingeschalteten Lampe der Widerstand des Stromkreises, was eine Erhöhung der Stromstärke nach sich zieht. Diese Stromstärke fliesst aber auch durch die Elektromagnetwindungen, weshalb durch ihre Zunahme auch die Stärke des magnetischen Feldes zunimmt und dadurch in der Armatur bei gleichbleibender Tourenzahl eine grössere elektromotorische Kraft inducirt wird. Die Lampen bekommen eine höhere Spannung als nöthig und können leicht zerstört werden.

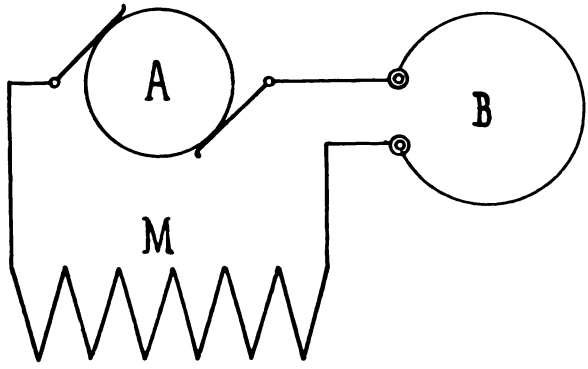


Fig. 52.

Sind die Lampen im äusseren Stromkreis untereinander in Serie geschaltet, dann sind die Verhältnisse auch ungünstig. Betrachten wir zunächst den Fall, dass durch Einschalten neuer Lampen der Widerstand des äusseren Stromkreises vergrössert wird. Die Stromintensität nimmt ab, und die elektromotorische Kraft fällt auch ab. Die Lampen leuchten dadurch minder und die ganze Beleuchtung ist überhaupt sehr ungleichmässig. Wird dagegen eine Anzahl Lampen ausgeschaltet, dann vermindert sich der Widerstand, die Stromintensität nimmt zu, die Spannung wächst und die Lampen gehen zu Grunde.

Noch ein grosser Nachtheil der Hauptstrommaschinen ist jener, dass sie für elektrolytische Zwecke nicht angewendet

werden können. Fliesst ein Strom durch eine elektrolytische Zelle, dann entsteht infolge der Polarisation eine gegenelektromotorische Kraft. Ist die elektromotorische Kraft der Stromquelle E, die gegenelektromotorische aber e, dann wird bei einem Gesammtwiderstande R die Intensität des Stromes

$$J = \frac{E - e}{R}$$

sein. Die elektromotorische Kraft der Stromquelle hängt bei einer Dynamomaschine von der Umdrehungsgeschwindigkeit oder der Tourenzahl des Ankers ab. Sinkt die Tourenzahl, dann fällt auch die elektromotorische Kraft und es kann der Fall eintreten, dass die gegenelektromotorische Kraft grösser als die elektromotorische Kraft der Stromquelle wird. Im obigen Ausdruck wird dadurch J negativ, d. h. jetzt fliesst ein Strom von der elektrolytischen Zelle, welche z. B. eine Accumulatorenbatterie sein kann, in die Serienmaschine und magnetisirt sie um. Mit der Zeit erreicht die Maschine wieder ihre normale Tourenzahl, E wird grösser als e, die Stromrichtung aber infolge der Ummagnetisirung der früheren entgegengesetzt. Dieser umgekehrte Strom fliesst nun in die Accumulatorbatterie und entladet sie.

Die Serienmaschinen haben eine verhältnissmässig kurze Erregerwickelung, weshalb diese Maschinen die billigsten sind.

Die schematische Darstellung einer Nebenschlussmaschine ist in Figur 53 vorgeführt. Der Anker A, die Magnetbewickelung M und der äussere Stromkreis B sind miteinander parallel geschaltet. Die Nebenschlussmaschine zeigt gewissermassen ein der Hauptstrommaschine entgegengesetztes Verhalten. Wird der äussere Stromkreis aus parallel geschalteten Lampen gebildet, dann fällt der Widerstand mit jeder Einschaltung neuer Lampen ab, die Stromstärke nimmt zu, der Erregerstrom wird aber geschwächt. Hierdurch wird die inducirte elektromotorische Kraft vermindert und die Lampen leuchten ungestört weiter. Bei Ausschalten von Lampen wächst der Widerstand, die Stromstärke nimmt im äusseren Stromkreise ab, im Erreger-

kreise aber zu, die elektromotorische Kraft wächst und die Lampen erhalten wieder die nöthige normale Spannung.

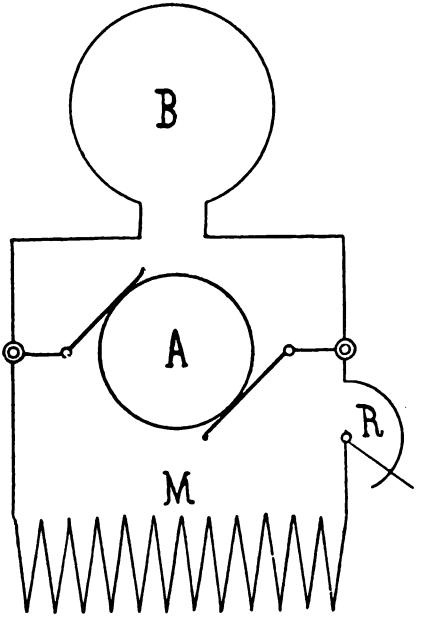


Fig. 53.

Bei hintereinander geschalteten Lampen ist dasselbe zu beobachten. Werden mehr Lampen eingeschaltet, wächst der Widerstand, die Erregerstromstärke und mit ihr die Intensität des magnetischen Feldes, die Spannung des Stromes wird grösser. Bei Ausschalten von Lampen wird der Widerstand des äusseren Stromkreises kleiner, das magnetische Feld wird infolge Abnahme des Erregerstromes schwächer, die Spannung kleiner und die Lampen brennen gleichmässig. Wir sehen also, dass sich die Nebenschlussmaschine ziemlich gut regulirt. Zur gänzlichen Regulirung des Stromes dient der veränderliche Widerstand R im Erregerstromkreise, mit dessen Hilfe man die Intensität des Erregerstromes und dadurch die des magnetischen Feldes beeinflussen kann.

Eine Umkehrung des Stromes durch den polarisirten Strom kann nicht stattfinden, da der polarisirte Strom die Magnetbewicklung in derselben Richtung durchfliesst als der Maschinenstrom. Kommt einmal die gegenelektromotorische Kraft zur Geltung, so bewirkt sie nur, dass die Nebenschlussmaschine bis zur Wiedererreichung ihrer normalen Tourenzahl als Elektromotor läuft.

Durch die Vereinigung der Serien- und der Nebenschlussmaschine entsteht die Compoundmaschine. Da die Serien- und die Nebenschlussmaschinen einander entgegengesetzte Eigen-

schaften haben, ist durch ihre Combination möglich, die Spannung ohne jede Regulirung constant zu erhalten. Der Nebenschluss kann entweder von den Bürsten (Fig. 54) oder von den Klemmen der Maschine (Fig. 55) abgezweigt

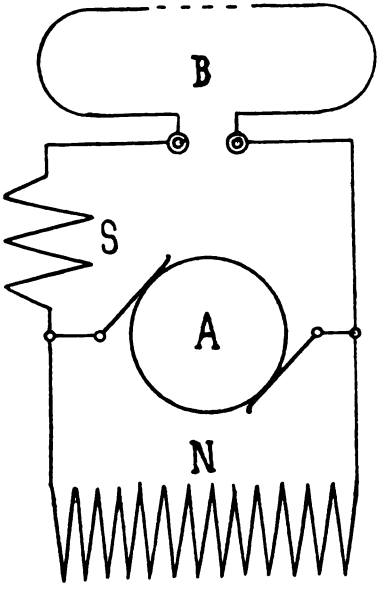


Fig. 54.

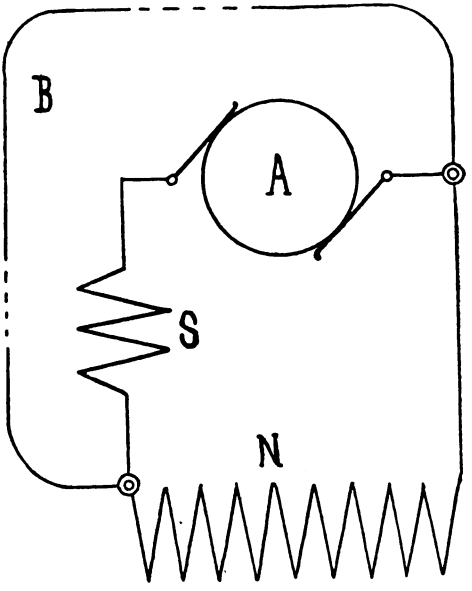


Fig. 55.

werden. Die erstere ist die gewöhnliche, die letztere die sogenannte longshuntcompound-Maschine. In diesen Figuren bedeuten A die Armatur, B den äusseren Stromkreis, S die Serien-, N die Nebenschlusswicklung der Magnete.

V. Kapitel.

Der elektrische Widerstand.

Besitzen zwei Leiter die verschiedenen Potentiale V_1 und V_2 und werden diese Leiter durch einen dritten Leiter untereinander verbunden, dann entsteht ein elektrischer Strom, dessen

Stärke durch das Ohm'sche Gesetz bei geeigneter Wahl der Einheiten folgendermassen ausgedrückt werden kann:

$$J = \frac{V_1 - V_2}{R}$$

wobei $V_1 > V_2$ ist. Aus diesem Ausdrucke bekommt man, dass

$$R = \frac{V_1 - V_2}{J}.$$

R ist der elektrische Widerstand des Leiters. Dieser Widerstand ist demnach durch das Verhältniss der Potentialdifferenz zur Stromstärke gegeben. Der elektrische Widerstand eines Leiters ist desto grösser, je grössere Potentialdifferenzen nöthig sind, um ein und dieselbe Stromstärke in ihm hervorzubringen oder aber der elektrische Widerstand des Leiters ist desto grösser, je kleiner die Stromintensität bei derselben Potentialdifferenz ist.

Die praktische Einheit des Widerstandes ist das Ohm. Dies ist die Grösse jenes Widerstandes, bei welchem in dem Stromkreise bei einer Potentialdifferenz von 1 Volt ein Strom von 1 Ampère erzeugt wird. Das legale Ohm ist jener Widerstand, welcher eine 106 cm lange Quecksilbersäule bei 1 mm² Querschnitt und 0° C Temperatur besitzt. Die Siemens-Einheit des Widerstandes ist der Widerstand einer 100 cm langen und 1 mm² Querschnitt besitzenden Quecksilbersäule bei einer Temperatur von 0° C. Diese Einheit wird aber heute nur mehr sehr wenig benutzt. Die Siemen'sche Quecksilbereinheit kann leicht in legales Ohm umgerechnet werden, wenn man bedenkt, dass

1 legales Ohm = 1,06 Siemenseinheit ist.

Eine dritte Einheit des elektrischen Widerstandes ist das internationale Ohm, welches den Widerstand jener Quecksilbersäule bedeutet, deren Querschnitt 1 mm², Länge 106,3 cm und Temperatur 0° C ist.

Die Vielfachen und die Untertheilungen des Ohms sind das Megohm resp. Mikrohm und zwar ist

$$1 \text{ Megohm} = 1\,000\,000 \text{ Ohm} = 10^6 \text{ Ohm}$$

$$1 \text{ Mikrohm} = \frac{1}{1\,000\,000} \text{ Ohm} = 10^{-6} \text{ Ohm}.$$

Beträgt die Länge eines Leiters den Werth l, ist sein Querschnitt q, dann ist sein Widerstand direct proportional seiner Länge und umgekehrt proportional seinem Querschnitte, d. h.

$$r = \varrho \frac{l}{q}$$

vorausgesetzt, dass der Leiter durchaus gleichförmig ist und überall denselben Querschnitt besitzt. Im obigen Ausdrucke ist ϱ ein Proportionalitätsfactor, welcher der specifische Leitungswiderstand des Materials genannt wird. Seine Grösse hängt von der Natur jenes Materials ab, aus welchem der Leiter besteht.

$$\varrho = \frac{rq}{l}.$$

ϱ bedeutet jenen Widerstand, welchen ein aus dem betreffenden Material gebildeter Cylinder von dem Querschnitte Eins und der Länge Eins dem elektrischen Strome entgegensetzt.

Der reciproke Werth des specifischen Widerstandes ist das specifische Leitungsvermögen, und zwar

$$\gamma = \frac{1}{\varrho}.$$

Der Widerstand eines Leiters ändert sich mit der Temperatur und zwar nimmt der Widerstand der Metalle und deren Legirungen mit der Temperatur nach folgender Formel zu

$$r = r_0 (1 + \alpha t + \beta t^2)$$

wo r den Widerstand bei t^0 C Temperatur, r_0 jenen bei 0^0 C, α und β aber Constanten bezeichnen. Die Werthe dieser Constanten hängen von der Natur der Metalle ab.

Für niedrigere Temperaturen kann das letzte Glied vernachlässigt werden und dann wird

$$r = r_0 (1 + \alpha t)$$

α bedeutet den Temperaturcoefficient der Widerstandsänderung.

Reine Metalle haben Temperaturcoefficienten, welche zwischen 0,0036 und 0,0038 liegen. Metalllegirungen haben einen viel niedrigeren Temperaturcoefficienten, weshalb sie sich besonders zur Anfertigung von Widerstandseinheiten eignen.

Andere Körper verhalten sich betreffs der Widerstandsänderung mit der Temperatur den Metallen entgegengesetzt. Diese Körper sind Kohle, Selen, verschiedene Schwefelmetalle etc. Bei diesen Körpern nimmt der Widerstand mit zunehmender Temperatur ab, d. h. ihr Temperaturcoefficient ist negativ. Ausserdem entdeckte W. Smith die Thatsache, dass Selen unter Einwirkung des Lichtes besser leitend wird. Diese Eigenschaft des Selens wird auch vielfach für verschiedene Zwecke benutzt.

Jene Körper, welche dem elektrischen Strom einen sehr grossen Widerstand entgegensetzen, heissen Isolatoren. Solche Körper sind Glas, Porzellan, Guttapercha, Holz etc. Glas ist bei gewöhnlichen Temperaturen ein sehr guter Isolator, bei höheren Temperaturen verliert er aber nach und nach seine Isolationsfähigkeit und leitet bei 300° C schon verhältnissmässig gut. Guttapercha ist bei höheren Temperaturen auch schon ein mehr-minder guter Leiter der Elektricität.

Was die Flüssigkeiten betrifft, leiten diese mit zunehmender Temperatur auch besser als gewöhnlich. Der Widerstand der Gase und Dämpfe hängt von dem Drucke und von der Temperatur ab. Unter dem Atmosphärendruck und tiefen Temperaturen sind diese Körper absolute Isolatoren, bei höheren Temperaturen werden sie Leiter.

Eine Zusammenstellung der specifischen Widerstände der verschiedenen Körper befindet sich am Ende dieses Buches unter den Tabellen mit den nöthigen Erklärungen.

Widerstandsmessungen.

Zur Messung der Widerstände benutzt man die Rheostaten, durch welche es möglich ist, in den Stromkreis beliebig grosse Widerstände zu schalten. Die Rheostate sind Copien der Widerstandseinheit Ohm und bestehen aus mehreren Unterabtheilungen, welche die Bruchtheile oder die Vielfachen der genannten Widerstandseinheit bilden. Diese Unterabtheilungen können durch geeignete Vorrichtungen mit einander in Serie

verbunden werden, wodurch es ermöglicht ist, den Widerstand des Stromkreises nach Belieben zu verändern.

Die Rheostate werden aus Quecksilber oder aus solchen Metalllegirungen verfertigt, welche ihren Widerstand mit der Temperatur nur sehr wenig ändern. Solche Legirungen sind Neusilber, Constantan, Rheotan, Manganin, Thermotan u. a. Neusilber ist folgendermassen zusammengesetzt: 60 Cu, 25 Zn und 15 Ni; Constantan: 60 Cu, 40 Ni; Manganin: 84 Cu, 12 Mn, 4 Ni. Die Widerstandscopien besitzen den angegebenen Werth bei einer gewissen Temperatur, ihr Widerstand bei anderen Temperaturen kann aus der schon angegebenen Formel berechnet werden, wenn der Temperaturunterschied nicht zu gross ist. Hiernach ist $r_t = r_o(1 + \alpha t + \beta t^2)$

wo r_t den Widerstand bei t^0 C, r_o jenen bei 0^0 C bedeutet. Für Quecksilber wird

$$r_t = r_o(1 + 0{,}0008649\,t + 0{,}00000112\,t^2),$$

für Neusilber $r_t = r_o(1 + 0{,}00035\,t)$.

Die Quecksilberrheostate werden verfertigt, indem man Quecksilber in geeignete Röhren bringt und mehrere solche Röhren miteinander verbindet. Bei den Drahtrheostaten wird der abgemessene Draht auf Spulen aufgewickelt und diese Spulen werden dann zweckmässig untereinander verbunden. Um bei solchen Widerständen die Wirkungen der Induction und die elektromagnetischen Wirkungen aufzuheben, werden sie bifilar gewickelt.

Die Stöpselrheostate der Firmen Siemens & Halske, Wolff, Ducretet etc. werden heute am meisten benutzt, da ihre Behandlung bei genügender Genauigkeit sehr einfach ist. Die Widerstandseinheit oder ihre verschiedenen Abstufungen werden bei diesen Rheostaten aus bifilargewickelten Metalldrähten hergestellt und durch eingeschliffene Stöpsel untereinander verbunden. Die schematische Anordnung solcher Rheostate ist in Fig. 56 dargestellt.

a, *b* uud *c* sind die Unterabtheilungen einer massiven Metallschiene. Diese Unterabtheilungen sind von einander ge-

trennt, können aber durch conisch eingeschliffene Metallstöpsel (C) miteinander verbunden werden. Durch Stöpseln kann der gesammte eingeschaltete Widerstand verändert werden, da beim Herausnehmen eines Stöpsels der Strom durch die bifilar gewickelte Spule fliessen muss, welche mit den Metallmassen entsprechend und in einer aus der Figur leicht ersichtlichen Weise verbunden ist. Wenn z. B. in der Figur auch zwischen b und c ein Metallstöpsel ist, dann fliesst der Strom von der Eintrittsstelle D über c, b, a nach der Austrittsstelle E und der eingeschaltete Widerstand ist in diesem Falle Null. Wird dagegen dieser Stöpsel herausgenommen, dann wird der Strom nicht unterbrochen, sondern muss über die Spirale A fliessen, wodurch in den Stromkreis ein Widerstand von bestimmter Grösse eingeschaltet wurde.

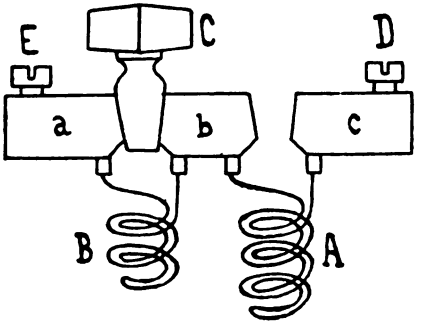


Fig. 56.

Man kann nun verschiedene Widerstände in den Stromkreis einschalten, wenn man verschiedene Abstufungen herstellt und diese miteinander combinirt. Ein Nachtheil solcher Widerstandskästen ist der, dass durch die unvollkommene metallische Berührung der Stöpsel mit den Metallmassen (a, b, c) in den Stromkreis solche Widerstände eingeschaltet werden, deren Grösse unbekannt ist. Solche Uebergangswiderstände können manchmal verhältnissmässig grosse Werthe annehmen, wodurch die Genauigkeit und die Verlässlichkeit der Messung stark beeinflusst werden.

Man hat diesem Uebelstand dadurch abzuhelfen gesucht, dass man die Anzahl der Stöpsel verminderte. Zu diesem Behufe wurden kreisförmige Widerstandskästen eingerichtet, von denen jeder neun ganz gleichförmige Spulen enthält, die untereinander durch zehn Metallstücke verbunden wurden. Diese

Metallstücke sind mit Nummern von 0 bis 9 versehen und können miteinander durch einen Metallstöpsel verbunden werden. Ein solcher kreisförmiger Widerstandskasten ist in Fig. 57 abgebildet. Die Klemmen des Widerstandskastens sind *A* und *B*. Ist der Metallstöpsel in dem Loche *o*, dann ist kein

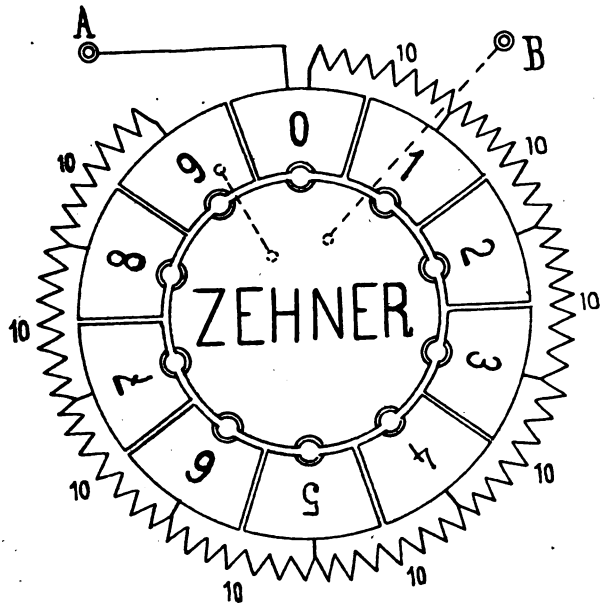


Fig. 57.

Widerstand in den Stromkreis eingeschaltet, der Widerstandskasten ist kurz geschlossen. Befindet sich der Stöpsel im Loche 4, dann sind, wie aus der Figur leicht ersichtlich ist, in den Stromkreis 40 Ohm eingeschaltet. Der maximale Widerstand ist eingeschaltet, wenn der Stöpsel sich in der Bohrung 9 befindet, während der Stromkreis unterbrochen würde, wenn der Stöpsel in gar keine Bohrung eingesetzt wäre. Um dies zu verhüten, ist 9 mit der Mittelmasse leitend verbunden. Es ist für einen Widerstandskasten, welcher aus mehreren solchen kreisförmigen Widerstandsabtheilungen gebildet wird, nur eine solche Anzahl Stöpsel beigegeben, als gerade nöthig ist, wo-

durch die Stöpsel immer in Function sind und die Uebergangswiderstände als constant betrachtet werden können. Ein Widerstandsrahmen enthält gewöhnlich 4—5 kreisförmige Unterabtheilungen, welche den Zehnteln, Einsern, Zehnern, Hundertern resp. Tausendern der Widerstandseinheit entsprechen.

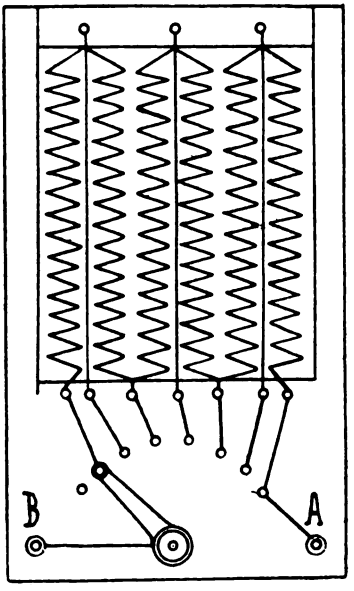


Fig. 58.

Für annähernde Abgleichung der Widerstände resp. zur Abschwächung des Stromes bedient man sich häufig des Kurbelrheostates. Dieser besteht aus einer Anzahl spiralförmig gewundener Drähte, welche miteinander in Serie verbunden sind. Einzelne dieser Spiralen führen zu Metallknöpfen (Fig. 58), auf welchen ein Contacthebel dahingleitet. Der Strom tritt bei *B* in die Kurbel, durchfliesst dieselbe und verlässt den Rheostat bei *A*. Durch Drehen der Kurbel kann der eingeschaltete Widerstand verändert werden.

Endlich sei noch die Verfertigung sehr grosser Widerstände erwähnt. Solche Widerstände aus Neusilber oder anderen Legirungen zu machen wäre zu umständlich, weshalb man anders verfährt. Aus entsprechend dickem Ebonit wird ein länglicher Streifen ausgeschnitten und mit polirten Nuten versehen. Diese Nuten werden mit sehr feinem und reinem Graphitpulver stark eingerieben, dann der Graphitüberzug durch Stanniol mit zwei Klemmen verbunden. Diese Klemmen dienen zur Aufnahme der Stromleitungen. Das Ganze wird hierauf luftdicht verschlossen. Die Erfahrung hat gezeigt, dass solche Widerstände sich mit der Zeit langsam ändern. Es können Graphitwiderstände von 10 bis 100 Millionen Einheiten hergestellt werden.

Methoden zur Bestimmung von Widerständen.

Substitutionsmethode.

Diese Methode beruht auf dem Principe, dass die Stromstärke bei constanter elektromotorischer Kraft in einem Stromkreise so lange unverändert bleibt, bis sich der Gesammtwiderstand des Stromkreises nicht ändert. Sei der zu messende Widerstand x, die elektromotorische Kraft e, der Widerstand des übrigen Stromkreises y, dann entsteht beim Schliessen des Stromkreises ein Strom, dessen Stärke

$$i = \frac{e}{x+y}$$

ist. Im Stromkreise muss auch ein Galvanometer eingeschaltet werden, um durch die Grösse ihrer Ablenkung auf die Grösse der Stromstärke schliessen zu können. Hierbei ist nicht nöthig, die Stromstärke in gegebenen Einheiten zu kennen, es ist genügend, nur jenen Ausschlag zu beobachten, welchen der elektrische Strom verursacht. Sei dieser Ausschlag α. Dann ersetzt man den unbekannten Widerstand durch einen Stöpselrheostaten, welchen man so lange verändert, bis der Galvanometer denselben Ausschlag zeigt. Angenommen, dass die elektromotorische Kraft dieselbe blieb, ist durch den Rheostaten ein Widerstand r in den Stromkreis zu schalten und es steht der Zusammenhang

$$i = \frac{e}{r+y} = \frac{e}{x+y}$$

also $r = x$.

Durch den Stöpselrheostaten kann man den Widerstand nur sprungweise verändern, weshalb eine genaue Messung ohne Interpolation nicht durchgeführt werden kann. Sei r_1 der dem zu messenden Widerstande zunächst liegende kleinere eingeschaltete Widerstand, dem eine Ablenkung am Galvanometer von α_1 entspricht. Der nächste grössere Widerstand sei r_2, welchem der Ablenkungswinkel α_2 entspricht. Dem Wider-

stande x entsprach die Ablenkung a, folglich ist die Grösse des zu messenden Widerstandes

$$x = r_1 + (r_2 - r_1)\frac{a - a_1}{a_2 - a},$$

Das Schaltungsschema ist aus Fig. 59 ersichtlich. B ist die Stromquelle. Der Strom fliesst zunächst zu dem Umschalter C, dann bei Lage 0—1 des Umschalthebels durch den zu messenden Widerstand x, um durch das Galvanometer wieder zur Stromquelle zu gelangen. Nachdem man den Ausschlag des Galvanometers beobachtet hat, bringt man den Umschalthebel in Lage 0—2, wodurch die ganze Schaltungsdisposition nur insofern verändert wird, als der Strom nicht durch den Widerstand x, sondern durch den Stöpselrheostaten r fliesst.

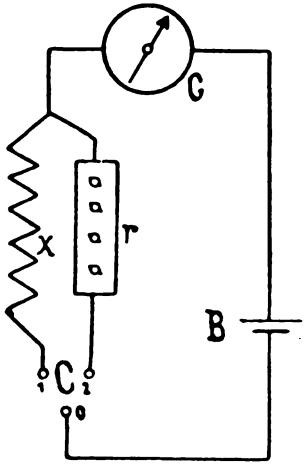


Fig. 59.

Diese Methode ist nur dann anzuwenden, wenn eine constante Stromquelle zur Verfügung steht. Nachdem aber eine solche nur sehr mühsam und nur auf kurze Zeit herstellbar ist, lässt die Genauigkeit dieser Methode viel zu wünschen übrig.

Widerstandsmessen durch Strom- und Spannungsmessung.

Ist die Grösse der elektromotorischen Kraft einer Stromquelle bekannt und wird der durch den zu messenden Widerstand fliessende Strom mit einem Galvanometer gemessen, dann ist nach dem Ohm'schen Gesetze die Grösse des unbekannten Widerstandes

$$r_x = \frac{e}{i} - r_1$$

wobei e die genannte elektromotorische Kraft, i die gemessene Stromstärke, r_1 aber jenen Widerstand bedeutet, welcher sich

aus den Widerständen der Stromquelle, des Galvanometers und den Zuleitungen ergiebt.

Da r_1 zumeist unbekannt ist, empfiehlt sich diese Methode nur zur annähernden Messung sehr grosser Widerstände, wobei r_1 gegen r_x vernachlässigt werden kann.

Eine andere Methode besteht darin, dass der Spannungsunterschied zwischen den Endpunkten des zu messenden Widerstandes und die diesen Widerstand durchfliessende Stromstärke gemessen wird. Bedeutet e_1 den Spannungsunterschied, i_1 aber die Stromstärke, dann ist der gesuchte Widerstand durch die Formel

$$r_x = \frac{e_1}{i_1}$$

gegeben.

Der zu bestimmende Widerstand kann mit einem bekannten Widerstande in Serie geschaltet werden, um seine Grösse bestimmen zu können. Hierbei werden die Spannungsunterschiede an den Enden der genannten Widerstände mittelst eines Elektrometers gemessen und folgende Berechnung durchgeführt.

Der Elektrometer zeigt dem Spannungsunterschiede an den Enden des bekannten Widerstandes entsprechend einen Ausschlag α, jenem an den Enden des zu bestimmenden Wider-

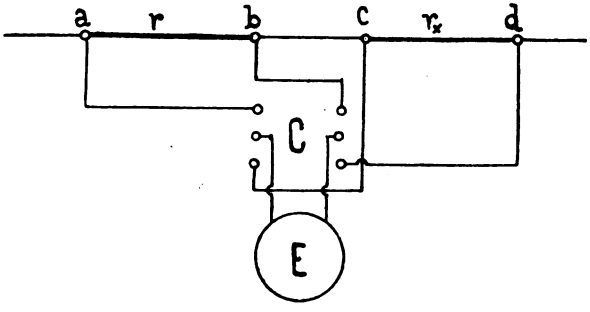


Fig. 60.

standes entsprechend den Ausschlag α_1. Die Grösse des bebekannten Widerstandes sei r, die des zu bestimmenden r_x, dann wird

$$r_x = \frac{\alpha_1}{\alpha} r.$$

Hierbei ist noch zu bemerken, dass die Ablenkungen α und α_1 auf jene Ablesungen reducirt wurden, welche mit der Spannung proportional sind.

In dem Schaltungsschema (Fig. 60) ist C ein Commutator, welcher die Klemmen des Elektrometers E abwechselnd mit den Endpunkten der genannten Widerstände verbindet. Die Messung muss ziemlich rasch geschehen, da eine jede Aenderung der Stromstärke die Pünktlichkeit der Widerstandsbestimmung beeinflusst.

Bestimmung des Widerstandes eines Galvanometers.

Eine Batterie von geringem Widerstande liefert den Strom zu einem Stromkreise, welcher aus einem bekannten Widerstande ϱ (Fig. 61) und einem Galvanometer G besteht. Der Widerstand des Galvanometers ist zu bestimmen. Das Galvanometer hat einen Nebenschluss, dessen Widerstand den Werth R_1 beträgt.

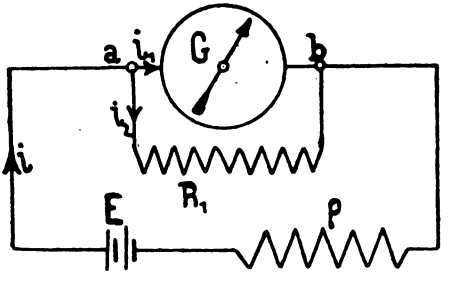


Fig. 61.

Der resultirende Widerstand des aus dem Galvanometer und dem Nebenschlusse bestehenden Leiterkreistheiles ist

$$R = \frac{G R_1}{G + R_1}$$

wenn G den Widerstand des Galvanometers bedeutet. Nach Ohm's Gesetz ist bei einer durch den Leiter fliessenden Stromstärke i die elektromotorische Kraft der Batterie

$$E = i(\varrho + R) = i\left(\varrho + \frac{G R_1}{G + R_1}\right).$$

Der Strom verzweigt sich bei dem Punkte a in die Theilströme i_1 und i_2. Der Strom i_1 fliesst durch den

Galvanometer, seine Grösse ist durch folgende Gleichung gegeben:

$$i_1 = \frac{E}{\varrho + \frac{G R_1}{G + R_1}} \frac{R_1}{G + R_1}$$

da das sogenannte Shuntverhältniss $\frac{R_1}{G + R_1}$ ist. Diese Gleichung kann umgeändert werden und zwar:

$$i_1 = \frac{E R_1}{G\varrho + R_1 (G + \varrho)}.$$

Wenn man den Nebenschluss entfernt, dann bekommt man am Galvanometer einen grösseren Ausschlag. Um die frühere Ablenkung wieder zu erzielen, muss man den Widerstand ϱ vergrössern. Sei der vergrösserte Widerstand ϱ_1, dann ist

$$i_1 = \frac{E}{G + \varrho_1}.$$

Aus diesen beiden letzten Gleichungen geht hervor, dass der Widerstand des Galvanometers

$$G = \frac{R_1}{\varrho} (\varrho_1 - \varrho) \text{ ist.}$$

Bestimmung des Widerstandes einer Batterie.

Man bildet einen Stromkreis, bestehend aus einer Batterie, einem Galvanometer und einem bekannten Widerstand. Die elektromotorische Kraft der Batterie (oder des Elementes) sei e, der bekannte Widerstand des Galvanometers G. Wenn der Widerstandsrahmen kurzgeschlossen ist, dann kann man seinen Widerstand gleich Null annehmen und es besteht die folgende Gleichung:

$$e = i (G + x)$$

wo i die gemessene Stromstärke, x aber der zu bestimmende Batteriewiderstand ist.

Um die unbekannte elektromotorische Kraft eliminiren zu können, schaltet man mit Hilfe des Widerstandsrahmens einen gewissen Widerstand r in den Stromkreis. Dadurch wird die

Stromstärke geringer und zwar i_1, und vorausgesetzt, dass die EMK dieselbe blieb, wird

$$e = i_1 (G + x + r).$$

Aus diesen beiden Gleichungen ergiebt sich, dass

$$i (G + x) = i_1 (G + x + r)$$

ist, woraus der Werth des gesuchten Widerstandes folgendermassen berechnet werden kann:

$$x = \frac{i_1}{i - i_1} r - G.$$

Bei allen bisher angeführten Methoden setzten wir voraus, dass die EMK der Stromquelle constant blieb. Da dies aber in der Wirklichkeit nie der Fall ist, sind die durch diese Methoden erhaltenen Werthe nur annähernd genau.

Bei grösserer Genauigkeit wendet man andere Messmethoden an, welche nun in Folgendem beschrieben werden sollen.

Nullmethoden.

Bei den Nullmethoden lässt man neben einer gegebenen, auf einen Körper wirkenden Kraft eine zweite Kraft derselben Art derartig wirken, dass sich die Wirkungen der beiden Kräfte gegenseitig aufheben. Es befindet sich z. B. eine Magnetnadel zwischen zwei ganz gleich gewickelten Spulen in der Symmetrieebene. Fliessen nun durch beide Spulen Ströme, jedoch in entgegengesetzten Richtungen, dann erfährt die Magnetnadel eine Ablenkung, deren Grösse der Differenz der Kraftwirkungen beider Spulen entspricht. Der Ausschlag der Nadel ist Null, wenn in beiden Spulen gleich starke Ströme fliessen.

Die Nullmethoden besitzen anderen schon vorgeführten Messmethoden gegenüber den Vortheil, dass man von der Inconstanz der Stromquelle völlig unabhängig ist. Der Stromkreis wird nicht für lange Zeit geschlossen, sondern nur für einen Zeitraum, welcher nöthig ist, um den Sinn der Ablenkung des Galvanometers zu beobachten. Durch Stromwenden kann man äussere störende Wirkungen aufheben und so die Messung mit genügender Genauigkeit durchführen.

Die Wirkung des Differentialgalvanometers beruht auf den oben angeführten entgegengesetzten Kraftäusserungen. Im wesentlichen besteht dieses Galvanometer aus zwei ganz gleichen Drahtspulen, den sog. Multiplicatorrollen, welche von einer Magnetnadel in gleicher Entfernung stehen. Die Multiplicatorrollen müssen so hergestellt werden, dass ihr Widerstand einander ganz gleich ist, und dass sie bei gleichen Stromstärken auf die Magnetnadel gleich grosse Wirkungen ausüben. Um etwaige Ungleichheiten des Differentialgalvanometers ausgleichen zu können, verwendet man einen Stromwender, welcher in den Galvanometerkreis geschaltet wird.

Es ist nun der Widerstand eines Leiters mit Hilfe des Differentialgalvanometers zu bestimmen. Man bildet einen Stromkreis, der zwei parallel geschaltete Zweige hat (Fig. 62). In den einen Zweig ist der zu bestimmende Widerstand x und die eine Multiplicatorrolle A geschaltet, während der andere Zweig die zweite Multiplicatorrolle B und einen Widerstandskasten r enthält. Die Elektricitätsquelle ist in die Hauptleitung eingeschaltet. Ihre EMK beträgt den Werth e, der innere Widerstand der Batterie, einschliesslich den Zuleitungswiderständen sei r_1, die Widerstände der Multiplicatorrollen und ihrer Zuleitungen aber R_1 und R_2. In der Hauptleitung fliesst der Strom I, welcher sich in den beiden parallelgeschalteten Kreisen in die Ströme i_1 und i_2 theilt.

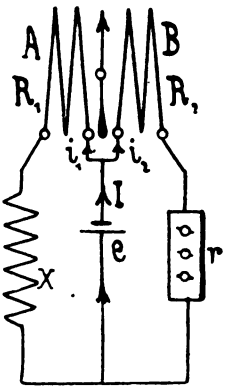


Fig. 62.

Der Spannungsabfall in dem Widerstande r_1 ist Ir_1, folglich ist die Spannungsdifferenz zwischen den Abzweigpunkten

$$e - Ir_1 = i_1 (R_1 + x) = i_2 (R_2 + r)$$

weiters ist die Summe der Theilströme gleich dem Strome in der Hauptleitung, d. h.

$$I = i_1 + i_2.$$

Durch diese Gleichungen können I, i_1 und i_2 folgendermassen ausgedrückt werden:

$$I = e\frac{R_1 + x + R_2 + r}{(R_1 + x)(R_2 + r) + r_1(R_1 + x + R_2 + r)}$$

$$i_1 = e\frac{R_2 + r}{(R_1 + x)(R_2 + r) + r_1(R_1 + x + R_2 + r)}$$

$$i_2 = e\frac{R_1 + x}{(R_1 + x)(R_2 + r) + r_1(R_1 + x + R_2 + r)}.$$

Wenn der Ablenkungswinkel der Magnetnadel α ist, dann wird bei den Stromstärken i_1 und i_2

$$\alpha = c_1 i_1 - c_2 i_2$$

wenn c_1 und c_2 die Constanten der beiden Multiplicatorrollen bedeuten.

Der Widerstand r muss nun so regulirt werden, dass die Galvanometernadel ihre ursprüngliche Ruhelage einnimmt. Dann ist $\alpha = o$ und

$$c_1 i_1 = i_2 c_2 \text{ oder}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{R_1 + x}{R_2 + r}.$$

Die beiden Multiplicatorrollen sind aber so gearbeitet, dass ihre Widerstände gleich sind, d. h. dass

$$R_1 = R_2$$

Ferner ist die gegenseitige Wirkung der beiden Multiplicatorrollen auch gleich, welches nur dann sein kann, wenn

$$i_1 = i_2$$

ist, folglich muss $x = r$

sein. Somit ist der gesuchte Widerstand bestimmt.

Wenn man kleinere Widerstände zu messen hat, dann schaltet man das Differentialgalvanometer in Nebenschluss. Der bekannte und der zu bestimmende Widerstand sind in diesem Falle nacheinander geschaltet, die Zuleitungen der Multiplicatorrollen werden zu den Endpunkten dieser Widerstände geführt. Diese Zuleitungen sind mit den Punkten der Hauptleitung so verbunden, dass in den Multiplicatorrollen die Ströme in entgegengesetzten Richtungen fliessen.

Kohlrausch benützt den sogenannten übergreifenden Nebenschluss, um bei Messung von kleinen Widerständen die Uebergangswiderstände zu eliminiren. Diese Schaltungsweise ist in Fig. 63 abgebildet. Der zu messende Widerstand ist x, der Vergleichswiderstand r. Die Multiplicatorrollen sind zu den Endpunkten a, c resp. d und b geschaltet. C ist ein Commutator, mit dessen Hilfe die Stromrichtung in den beiden Widerständen umgekehrt und die inneren Verbindungen der Multiplicatorrollen mit den äusseren vertauscht werden können. Dieser Umstand ist darum von Bedeutung, weil durch ihn die Uebergangswiderstände keine Fehler verursachen können. Sind die Werthe des Vergleichswiderstandes beim Umschalten r_1 und r_2, die dem Nullstellen des Galvanometers in beiden Fällen entsprechen, dann ist der gesuchte Widerstand

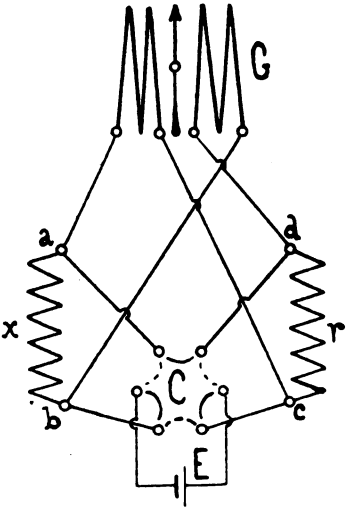


Fig. 63.

$$x = \frac{1}{2}(r_1 + r_2).$$

Hierbei ist noch zu bemerken, dass in diesem Ausdrucke das Correctionsglied vernachlässigt wurde. Dies kann man umsomehr thun, da dieses Glied ohnehin sehr klein ist und zu den angeführten Grössen genommen nur aus Grössen zweiter Ordnung besteht.

Wheatstone'sche Brücke.

Zur genauen Vergleichung zweier Widerstände benützt man am meisten die Wheatstone'sche Brücke, deren Anordnung aus Figur 64 ersichtlich ist. Sie besteht aus sechs Leitern, deren vier ein Viereck bilden, zwei aber dessen Diagonale sind. Die erstgenannten vier Leiter sind die Seitenzweige, die letzteren

zwei die Diagonalzweige der Wheatstone'schen Brücke. Seien die Widerstände der Seitenzweige r_1, r_2, r_3 resp. r_4. Im Diagonalzweig $c\,d$ ist die Stromquelle E eingeschaltet, während im zweiten Diagonalzweige $a\,b$ das Galvanometer G Platz findet.

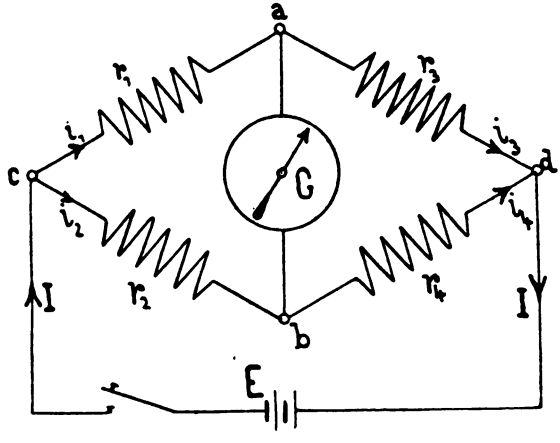


Fig. 64.

Wenn das Galvanometer bei geschlossenem Stromkreise keinen Ausschlag giebt, dann ist die Potentialdifferenz zwischen den Punkten a und b gleich Null. Diesen Fall voraussetzend kommen wir bei Untersuchung der Widerstandsverhältnisse auf folgende Ergebnisse.

Die elektromotorische Kraft der Stromquelle ruft in der Hauptleitung einen Strom hervor, dessen Intensität I beträgt. Dieser Strom theilt sich bei dem Punkte c in die Theilströme i_1 und i_2. Im Allgemeinen wird auch in dem Diagonalzweige $a\,b$ ein Strom fliessen, und in diesem Falle sind in den Seitenzweigen $a\,d$ und $b\,d$ die Stromintensitäten i_3 resp. i_4. Wenn wir nun an dem Fall festhalten, dass durch das Galvanometer kein Strom fliesst, dann muss

$$i_1 = i_3$$

und $$i_2 = i_4$$

sein, da die Leiter $c\,a - a\,d$ resp. $c\,b - b\,d$ miteinander in Serie verbunden sind.

Weiter folgt, dass, wenn in den Punkten a und b die Potentiale gleich sind, d. h. wenn zwischen ihnen keine Potentialdifferenz herrscht, das Spannungsgefälle von c bis a resp. von c bis b dasselbe sein muss oder anders geschrieben

$$i_1 \; r_1 = i_2 \; r_2.$$

Der Punkt d ist den Leitern r_3 und r_4 gemein, folglich steht auf diese Seitenzweige

$$i_3 \; r_3 = i_4 \; r_4.$$

Durch Division der beiden letzten Gleichungen ergiebt sich, dass

$$\frac{i_1 \; r_1}{i_3 \; r_3} = \frac{i_2 \; r_2}{i_4 \; r_4}$$

oder wenn man die vorangegangenen Gleichungen auch noch in Betracht zieht

$$\frac{r_1}{r_3} = \frac{r_2}{r_4}.$$

Die Wheatstone'sche Brücke kann also zur Vergleichung zweier Widerstände dienen. Wenn in der letzten Gleichung z. B. r_1 unbekannt ist, man aber das Verhältniss $\frac{r_2}{r_4}$ kennt, dann wird r_1 durch die Gleichung

$$r_1 = \frac{r_2}{r_4} r_3$$

völlig bestimmt sein.

Wenn sich die EMK der Stromquelle verändert, dann ändern sich auch die Stromintensitäten im Stromkreise; sind aber einmal die Widerstände der Seitenzweige so gewählt, dass im Galvanometerzweig kein Strom fliesst, dann bleibt dieser Zustand immer erhalten, wie sehr auch die Stromquelle ihre EMK ändern möge. Die Wheatstone'sche Brücke kann also auch bei inconstanten Stromquellen benützt werden.

Zwei Leiter, welche miteinander in solcher Weise zusammenhängen, dass in dem einen die Stromintensität von der in dem anderen herrschenden EMK unabhängig ist, werden conjungirte Leiter genannt. Diese können untereinander vertauscht werden, ohne dass man dadurch an der allgemeinen Disposition etwas

verändern würde. In der Wheatstone'schen Combination sind die beiden Diagonalzweige conjungirte Leiter, sie können also miteinander vertauscht werden. Man kann das Galvanometer in den Diagonalzweig $c\,d$, die Stromquelle aber in jenen von $a\,b$ schalten, der Zusammenhang zwischen den Widerständen der Seitenzweige bleibt aber unverändert derselbe.

Bei völlig genauen Messungen muss man die Ungleichheiten der Zuleitungen auch in Betracht nehmen. Diese können dadurch eliminirt werden, dass man einen Commutator anwendet, welcher die Stromrichtung in den Seitenzweigen verändert. Die Schaltungsweise ist für diesen Fall aus Figur 65 ersichtlich.

Was die Wahl der Widerstände anbelangt, ist es am zweckmässigsten r_2 und r_4 gleich zu nehmen, da in diesem Falle

$$\frac{r_2}{r_4} = 1 \text{ und}$$

$$r_1 = r_3 \text{ ist.}$$

Der Widerstand r_3 kann gewöhnlich nur sprungweise (z. B. bei dem Stöpselrheostat) verändert werden, weshalb es nicht immer möglich ist, den unbekannten Widerstand r_1 genau zu bestimmen. In solchen Fällen nimmt man $r_4 = 10\,r_2$ oder

$$\frac{r_2}{r_4} = \frac{1}{10} \text{ und}$$

$$r_1 = \frac{1}{10} r_3.$$

Hier muss sich natürlich r_3 für $10\,r_1$ ergeben, weshalb man den gesuchten Werth r_1 bekommt, wenn man r_3 mit 10 dividirt. In analoger Weise verfährt man, wenn das Verhältniss

$$\frac{r_2}{r_4} = \frac{1}{100};\ \frac{1}{1000};\ \frac{1}{10000} \text{ etc.}$$

ist. Es ist also klar, dass man mit der Wheatstone'schen Brücke mit beliebiger Genauigkeit messen kann, wenn man nur das Verhältniss $\frac{r_2}{r_4}$ entsprechend wählt.

Wenn in die Seitenzweige ein Commutator (Fig. 65) eingeschaltet ist, dann bringt man beim Messen zuerst das Galvanometer in Nulllage, zu welchem Zwecke man, den zwei Stellungen des Commutators entsprechend, in einen Seitenzweig

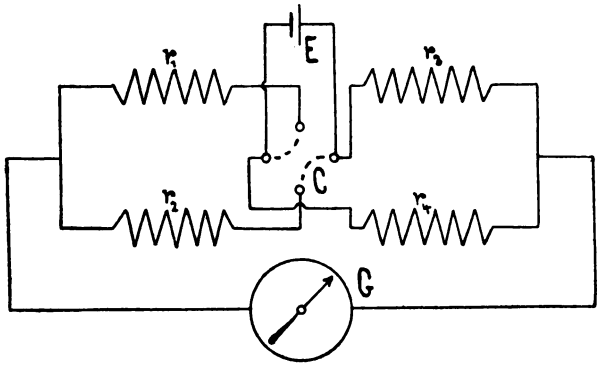


Fig. 65.

der Brücke r'_3 resp. r''_3 Widerstände einschalten muss. Der wahre Widerstand ergiebt sich aus diesen Widerständen als

$$r_1 = \frac{r'_3 + r''_3}{2}$$

vorausgesetzt, dass $\frac{r_2}{r_4} = 1$

genommen wurde.

Widerstandskasten als Wheatstone'sche Brücke.

Die Firma Siemens & Halske baut Widerstandskästen, welche so eingerichtet sind, dass man sie zur Wheatstone'schen Combination benützen kann. Dieser Widerstandskasten ist ein Stöpselrheostat und ist in Figur 66 schematisch abgebildet. Die Stöpsel sind in 3 Schienen in der aus der Figur leicht ersichtlichen Weise angeordnet. Die zwei Vergleichswiderstände r_1 und r_2 haben Widerstandssätze von 1, 10, 100 und 1000 Einheiten, der Widerstand r_3 geht bis auf 5000 Einheiten. Die Schaltung erfolgt in der Weise, dass die Stromquelle in $c\,d$, das Galvanometer in $a\,b$, der zu messende Widerstand aber in

bf kommt. Bei c ist ein Stromunterbrecher angebracht, um den Strom nur zeitweise durch die Combination fliessen lassen zu können. Der Stromunterbrecher des Galvanometers ist t. Der Widerstand x ist aus folgender Formel zu berechnen:

$$x = \frac{r_1}{r_2} r_3$$

wobei bei diesem Widerstandskasten das Verhältniss $\frac{r_1}{r_2}$ die

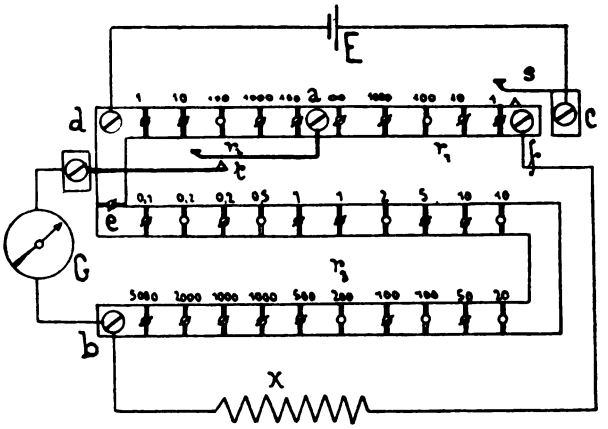


Fig. 66.

Werthe 1000, 100, 10, 1, 0,1, 0,01, 0,001 annehmen kann. Mit einem solchen Widerstandskasten kann man also bis 0,001 Genauigkeit messen.

Messbrücke von Kirchhoff.

Der Widerstand wird bei der Wheatstone'schen Combination wie schon bekannt folgendermassen berechnet:

$$x = \frac{r_1}{r_2} r_3.$$

Bei den bisherigen Methoden nahm man $\frac{r_1}{r_2}$ für constant und veränderte r_3 so lange, bis der Werth von x bestimmt war.

Bei der Messmethode von Kirchhoff ist r_3 constant, dagegen wird das Verhältniss $\frac{r_1}{r_2}$ so verändert, dass x aus obiger Formel bestimmt werden kann. Die schematische Anordnung der Messbrücke von Kirchhoff ist in Figur 67 abgebildet.

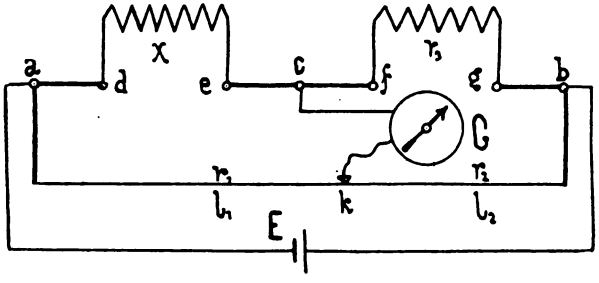


Fig. 67.

x ist der zu bestimmende Widerstand, $a\,d$, $e\,c\,f$ und $g\,b$ sind Metallschienen, welche an den mit Buchstaben bezeichneten Punkten mit Klemmschrauben versehen sind. Die Stromquelle E wird zu den Punkten $a\,b$, der unbekannte Widerstand zwischen $d\,e$, der Vergleichswiderstand aber zwischen $f\,g$ geschaltet. Zwischen $a\,b$ ist ein ganz gleichförmiger cylindrischer Neusilber- oder Nickelindraht ausgespannt, über welchen sich der Schleifcontact k bewegt. Dieser Schleifcontact theilt den Messdraht in zwei Theile, welche Theile das Verhältniss $\frac{r_1}{r_2}$ angeben. Beim Messen muss der Schleifcontact auf dem Drahte so lange herumgeschoben werden, bis der Strom des Galvanometerzweiges $c\,G\,k$ Null wird.

Vorausgesetzt, dass der Messdraht in seiner ganzen Länge genau cylindrisch und homogen ist, dann kann man statt dem Widerstandsverhältniss $\frac{r_1}{r_2}$ jenes Längenverhältniss in Rechnung ziehen, welches durch die Längen des den Widerständen r_1 und r_2 entsprechenden Messdrahttheilen gegeben ist und dann wird der gesuchte Widerstand

$$x = \frac{l_1}{l_2} r_3$$

sein, wo l_1 und l_2 die betreffenden Messdrahtlängen bedeuten.

Bei der Benutzung dieses Apparates ist der Schleifcontact beim Verschieben immer aufzuheben, um der Abnutzung des Messdrahtes ausweichen zu können. Im entgegengesetzten Falle nützt sich der Messdraht sehr ungleichmässig ab, wodurch die Genauigkeit der Messung sehr schädlich beeinflusst wird.

Messbrücke von Elliot.

Die Messbrücke von Elliot ist auch eine Anordnung der Wheatstone'schen Combination. Sie besteht im Wesentlichen aus einem Widerstandskasten, welcher verschiedene Widerstandssätze besitzt. Zwei Theile dieses Widerstandsrahmens sind einander ganz gleich, sie besitzen Widerstandseinheiten von 10, 100, 1000 und 10000 (Fig. 68), während der dritte Theil nach der in Fig. 57 bezeichneten Weise durchgeführt ist. Die zwei

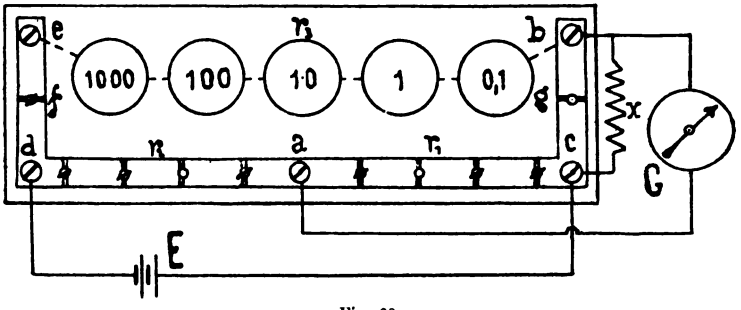


Fig. 68.

gleichen Theile geben die Widerstände r_1 und r_2, der dritte Theil ist aber der Vergleichswiderstand r_3. Der zu bestimmende Widerstand x wird zwischen die Punkte $b\,c$ geschaltet, das Galvanometer G kommt zwischen $a\,b$, die Stromquelle zwischen $d\,c$.

Wenn durch den Galvanometerzweig kein Strom fliesst, was durch die geeignete Einstellung des Widerstandes r_3 erreicht werden kann, dann besteht zwischen den Widerständen der folgende Zusammenhang

$$x = \frac{r_1}{r_2} r_3.$$

Es ist noch zu bemerken, dass der Stöpsel g beim Messen herausgenommen werden muss, da man sonst den resultirenden Widerstand von der Messingschiene $b\,c$ und von dem Widerstande x bekommt.

X kann auch zwischen die Punkte $d\,e$ geschaltet werden. In diesem Falle ist der Stöpsel f herauszunehmen, g aber einzusetzen. Wenn die Seitenwiderstände r_1 und r_2, die Widerstandsgrössen von 10, 100, 1000 und 10000 Einheiten besitzen, dann kann man dem Widerstandsverhältniss $\frac{r_1}{r_2}$ die Werthe 0,001, 0,01, 0,1, 1, 10, 100, 1000 geben, woraus sich ergiebt, dass man mit dieser Brücke bis zu einer Genauigkeit von 0,001 Einheiten messen kann. Es ist noch zu bemerken, dass der Vergleichswiderstand r_3 als kleinste Grössen 0,1 Einheiten besitzt, wodurch bei passender Wahl des Uebersetzungsverhältnisses die Messgenauigkeit bis 0,0001 Einheiten gebracht werden kann.

Messapparat von Hartmann und Braun.

Die Firma Hartmann und Braun baut einen Widerstandsrahmen auf Grundlage der Wheatstone'schen Combination, welche besonders für praktische Messungen sehr gut anzuwenden ist. Dieser Widerstandsrahmen ist im Gegensatze zu den bisherigen kein Stöpselrheosthat, sondern besitzt mehrere Kurbeln, welche auf Rheostatenknöpfen schleifen. Der ganze Apparat ist so zusammengestellt, dass zwei Kurbelrheostate (Fig. 69) A und B die zwei gleichen Seitenwiderstände r_1 und r_2, vier untereinander in Serie verbundene Kurbelrheostate aber zusammen den Vergleichswiderstand r_3 bilden. Für den einzuschaltenden unbekannten Widerstand x dienen die Klemmen $a\,b$, für das Galvanometer $c\,d$, für die Stromquelle aber $e\,f$.

Am Apparat ist noch ein Doppelcontactschlüssel C vorhanden, mit dessen Hilfe man zuerst den Stromkreis, dann aber den Galvanometerzweig schliesst. Durch diese Anordnung ist zu erreichen, dass bei Messen von Inductionsapparaten der ohmische Widerstandswerth nicht durch die Selbstinduction

beeinflusst werden kann. Ist nämlich der zu messende Widerstand z. B. eine Drahtspule mit vielen Windungen, dann besitzt diese wechselnden Strömen gegenüber einen grösseren Widerstand, als der eigentliche ohmische Widerstand in Wirklichkeit ist. Die Ursache hiervon ist darin zu suchen, dass infolge der Selbstinduction in der Spule bei wechselnder Stromstärke eine entgegengesetzte EMK entsteht, welche die

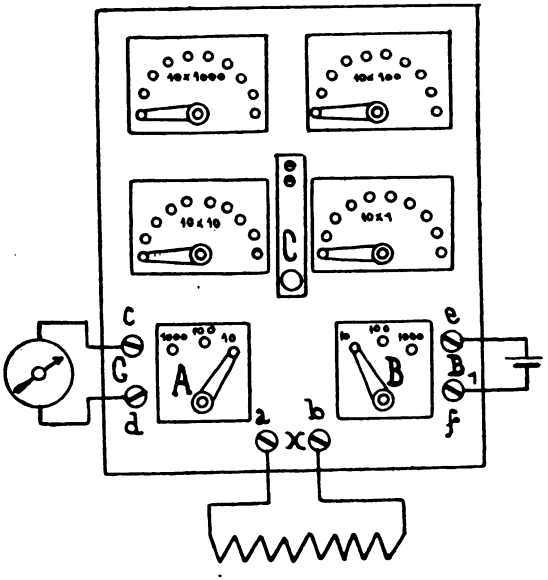


Fig. 69.

volle Entwickelung der Stomstärke hindert. Nun ist bei Schliessen des Stromkreises der Fall ganz dementsprechend, dass die Intensität des Stromes vom Nullwerthe auf ein gewisses Maximum schnell anwächst, wodurch eine beträchtliche Selbstinduction entsteht. Diese Selbstinduction dauert aber bei Gleichstrom (bei Elementen in diesem Falle) nur sehr kurze Zeit, so dass durch vorangehendes Schliessen des Stromkreises ihre Wirkung ganz aufhört, noch bevor das Galvanometer falschen Ausschlag geben könnte.

Universalgalvanometer von Siemens und Halske.

Ein zweiter Messapparat, welcher in der Praxis auch sehr verbreitet ist, ist das Universalgalvanometer von Siemens und Halske. Dieser Apparat ist eine Verbindung der Wheatstone-schen Brücke und des Galvanometers und besteht aus folgenden Haupttheilen.

Das Galvanometer besitzt zwei nebeneinander liegende Drahtspulen, zwischen welchen das astatische Nadelpaar hängt. Dieses Nadelpaar ist durch eine geeignete Vorrichtung arretirbar. Die obere Nadel des astatischen Paares spielt über einer Kreistheilung, welche in vier Quadranten in je 90^0 eingetheilt ist.

Das Galvanometer ist mit einem Widerstandssatze, einem Messdrahte und fünf Klemmen zusammen auf ein drehbares Gestell befestigt, um beim Messen den Apparat so aufstellen und richten zu können, dass das Nadelpaar in die magnetische Meridianebene zu liegen kommt, ohne dass die ursprüngliche Lage der Grundplatte verändert werden müsste.

Der Messdraht liegt in der Nute einer Schieferplatte, welche kreisrund und mit dem Aufhängefaden des Nadelpaares concentrisch ist. Diese Schieferplatte besitzt einen Ausschnitt von ca. 60 Grad Breite, in welcher einige Klemmenschrauben Platz finden. Auf dem Messdrahte läuft ein Contact in Form einer kleinen beweglichen Platinrolle. Um den Contact dieser Rolle immer aufrecht zu erhalten, befindet sie sich auf einem Contacthebel, welcher drehbar ist und dessen Drehungsmittelpunkt mit dem Mittelpunkte der Schieferplatte in eine auf die Ebene der Schieferplatte vertikale Gerade fällt.

Durch den besagten Ausschnitt der Schieferplatte besitzt letztere eine Breite von 300^0. Die Gradeintheilung der Platte ist nun so ausgeführt, dass von der Hälfte ihrer Breite nach rechts und links je 150^0 gezählt werden können. Die Schieferplatte ist in dieser Weise in zwei ganz gleiche Theile getheilt, welche mit A und B bezeichnet werden.

Es ist noch der Vergleichswiderstand des Apparates zu erwähnen. Dieser befindet sich unterhalb der Schieferplatte und

besteht aus bifilar gewickelten isolirten Neusilberdrähten. Die Enden dieser Widerstandsdrähte führen zu entsprechend geformten Metallklötzen, welche bogenförmig ausgeführt, vor dem Galvanometer auf die Schieferplatte befestigt sind. Dieser Vergleichswiderstand ist ein Stöpselrheostat und betragen seine einzelne Abstufungen 1000, 100 und 10 Einheiten. Ausserdem sind noch zwei Widerstandsstöpsel vorhanden, welche dazu gehören, um den kleinsten der Vergleichswiderstände noch auf 0,1 seines Werthes reduciren zu können.

Die schematische Schaltungsweise ist aus Figur 70 zu ersehen. Die einzelnen Zuleitungen, sowie die Vergleichswiderstände sind in der Figur punktirt gezeichnet. Aus der Figur ist weiter noch ersichtlich, dass an dem Apparate 5 Klemmen vorhanden sind, welche zur Verbindung des Apparates mit der Stromquelle und dem zu bestimmenden Widerstande dienen. Diese Klemmen sind bei jedem Apparate mit I, II, III, IV und V bezeichnet und sind mit den übrigen Bestandtheilen folgendermassen verbunden.

Klemme I steht mit dem Contacthebel in leitender Verbindung. Durch diese Verbindung fliesst der Strom zur Platinrolle. Aus der Figur ist es ersichtlich, dass der Strom seine Bahn unter dem Galvanometer nimmt. Bei starken Strömen kann dieser Umstand auf den Ausschlag des Galvanometers störend wirken, weshalb am Ende des Contacthebels noch eine Klemme vorhanden ist, welche in solchen Fällen als stromzuführende Stelle benutzt wird.

Klemme II ist mit dem einen Ende des Vergleichswiderstandes verbunden. Der Vergleichswiderstand ist andererseits mit dem Brückendrahte und mit der Galvanometerwicklung im Zusammenhange, von welcher letzteren das Wicklungsende zur Klemme IV führt. Diese letztgenannte Klemme kann ausserdem noch mit Klemme III verbunden werden, indem man einen Stöpsel zwischen diese Klemmen steckt. Die dritte Klemme ist mit dem anderen Ende des Brückendrahtes leitend verbunden, während von der V. Klemme keine fixe Leitung weiterführt. Zwischen II und V ist aber eine Einschaltfeder

angebracht, welche dazu dient, dass man den Strom nur auf sehr kurze Dauer auf das ganze Stromsystem und auf das Galvanometer einwirken lassen kann. Dies ist darum von Be-

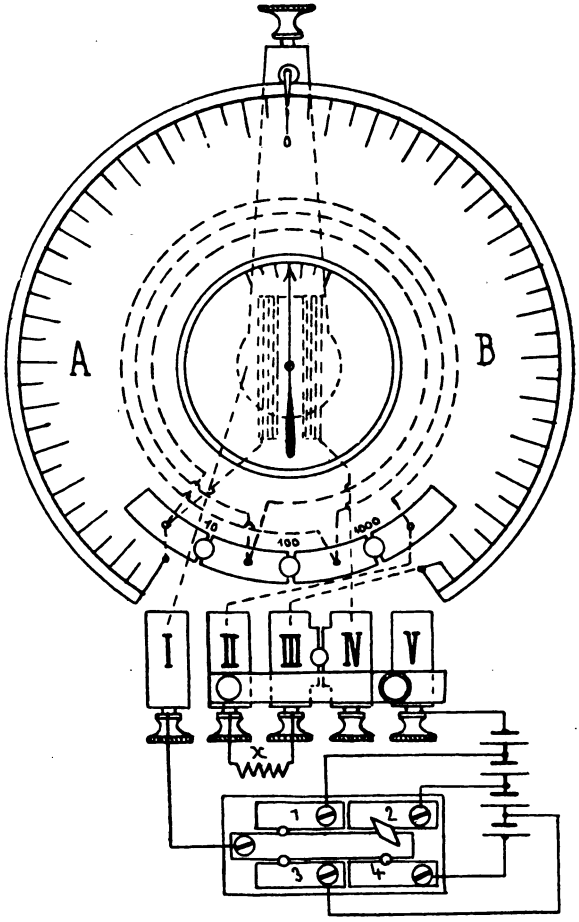


Fig. 70.

deutung, weil durch solche Messweise der Erwärmung der Leiter im Apparate ausgewichen werden kann, wodurch eine bedeutende Fehlerquelle beseitigt wird.

Die ganze Schaltungsweise des Apparates ist weit übersichtlicher, wenn man die verschiedenen Theile von einander scheidet und nur die Hauptverbindungen bezeichnet. Dies ist in Fig. 71 durchgeführt.

Die Klemmen von I bis V sind durch Nummerirung bezeichnet. I ist mit dem Schleifcontacte *c* verbunden, welcher am Messdrahte *a*, *b* sich bewegt. Die zwei Theile des Messdrahtes sind auch in dieser Figur mit *A* und *B* benannt.

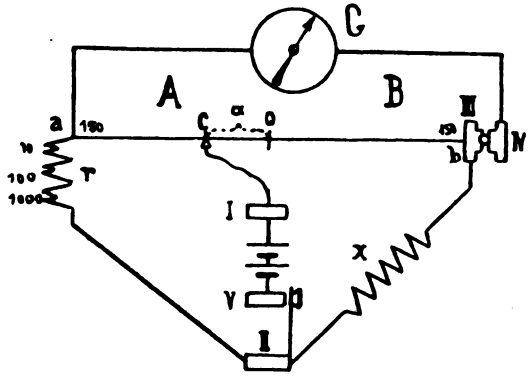


Fig. 71.

Das Galvanometer *G* ist zwischen dem Punkte *a* des Messdrahtes und der Klemme IV des Apparates geschaltet. Zwischen III und IV ist ein Stöpsel, zwischen II und III kommt der zu bestimmende Widerstand *x*, während die Batterie zwischen I und V Platz findet. V kann mit Klemme II durch eine Contactfeder verbunden werden, der Vergleichswiderstand endlich ist zwischen *a* und II eingeschaltet.

Wird ein Widerstand mit Hilfe des Universalgalvanometers bestimmt, dann verfährt man folgendermassen. Der zu bestimmende Widerstand wird zwischen die Klemmen II und III geschaltet. Die Batterie kommt zwischen I und V, der Schleifcontact aber wird auf Punkt Null der Kreistheilung gebracht. Je nach der Natur des Widerstandes schaltet man an den Vergleichswiderstand eine gewisse Grösse ein, nachdem man durch Drehen der Schieferplatte die Nadel des Galvanometers in das

magnetische Meridian gebracht hat. Ist in solcher Weise nun alles vorbereitet, dann drückt man die Contactfeder nieder und beobachtet den Sinn des Ausschlages der Galvanometernadel. Hierauf wird der Strom bei V durch Auslassen der Contactfeder unterbrochen und der Schleifcontact weiter geschoben. Dann schliesst man den Stromkreis wieder und beobachtet den Ausschlag wiederholt. Ist dieser Ausschlag grösser als der erste war, dann muss man den Contacthebel in entgegengesetzter Richtung weiterschieben, bis eine Nulllage der Nadel erreicht wird.

Sei die Grösse des eingeschalteten Vergleichswiderstandes r, der Schleifcontact befinde sich aber auf der Seite A der Schieferplatte vom Nullpunkte um α Grade verschoben, dann ist der gesuchte Widerstand

$$x = \frac{150 + \alpha}{150 - \alpha} r$$

in solchen Einheiten, in welchen r gegeben ist.

Wenn α auf der B Seite der Schieferplatte liegt, dann ist der zu bestimmende Widerstand durch die Formel

$$x = \frac{150 - \alpha}{150 + \alpha} r$$

gegeben.

Es gehört noch zum Apparate ein Batteriewähler, welcher dazu dient, um in gegebenen Fällen leicht schwächere oder stärkere Ströme einschalten zu können. Dieser Batteriewähler ist in Fig. 70 zwischen die Klemmen I und V in den Stromkreis der Batterie eingeschaltet und ist ohne weiteres verständlich. Eine Zusammenstellung der Werthe von $\frac{150 + \alpha}{150 - \alpha}$ resp. $\frac{150 - \alpha}{150 + \alpha}$ für die verschiedenen Werthe von α ist einem jeden Apparate beigegeben.

Bestimmung sehr kleiner Widerstände.

Zur Bestimmung von kleinen Widerständen kann man sehr gut ein Differentialgalvanometer anwenden. Diese Methode ist eine Vergleichsmethode und sind zu ihrer Durchführung ein

kleiner Widerstand von bekanntem Werthe und ein Differentialgalvanometer von beträchtlichem Widerstande nöthig. Der zu bestimmende kleine Widerstand wird mit dem bekannten Widerstande in einen Stromkreis in Serie verbunden. Die beiden Enden der Widerstände werden mit Schneiden versehen, welche mit den Drahtenden der Multiplicatorrollen des Galvanometers einzeln in Verbindung stehen. Drei dieser Schneiden sind fix, der vierte kann am Widerstande verschoben werden. Im Allgemeinen wird das Galvanometer einen Ausschlag geben, welcher aber durch Verschiebung der einen Scheide auf Null herabgebracht werden muss. Ist dieser Zustand erreicht, dann sind bei gleichen galvanometrischen Constanten der Multiplicatorrollen die Widerstände der durch die Schneiden begrenzten Leitertheile einander gleich. In solcher Weise kann das Differentialgalvanometer zur Bestimmung kleiner Widerstände benutzt werden, nur muss man auf eventuelle Justirungsfehler des Galvanometers achten. Um ganz genau messen zu können, ist die Vertauschung der Schneiden mit den beiden Multiplicatorrollenenden zu empfehlen und ist in diesen Fällen das Galvanometer immer in seine Nulllage zu bringen. Aus den zwei Beobachtungen ist dann der richtige Werth des Widerstandes zu bestimmen.

Widerstandsbestimmung mittelst des Messdrahtes. Methode Matthiessen und Hockin.

Diese Anordnung ist schon in einem vorhergehenden Abschnitt beschrieben worden (bei Fig. 67), hier soll nur die Anwendung dieser Zusammenstellung für die Bestimmung kleiner Widerstände erwähnt werden. An dem zu bestimmenden Widerstande werden zunächst zwei Punkte c und d mit Schneiden versehen (Fig. 72), von welchen mittelst angebrachter Klemmen Zuleitungsdrähte zu dem Galvanometer geführt werden können. Die Endpunkte dieses Widerstandes werden mit den Klemmen I und II, jene eines bekannten ϱ Widerstandes mit den Klemmen III und IV verbunden. Der Messdraht ist zwischen den Punkten a und b ausgespannt. Es wird ausserdem noch

eine Stromquelle mit den Klemmen V und VI in Verbindung gebracht, wodurch ein solches Stromsystem entsteht, welches zwei parallel geschaltete Zweige hat. Der Spannungsabfall längs den beiden parallel geschalteten Zweigen ist gleich, folglich müssen einem jeden Potentialwerthe in der einen Abzweigung correspondirende Potentialwerthe in der zweiten Abzweigung zu finden sein. Diese zusammengehörenden Punkte werden nun mittelst eines Galvanometers in solcher Weise gesucht, dass das eine Ende des Galvanometerdrahtes mit der einen Schneide des zu bestimmenden Widerstandes, das andere aber mit einem Schleifcontacte verbunden wird, welcher auf dem Messdraht läuft.

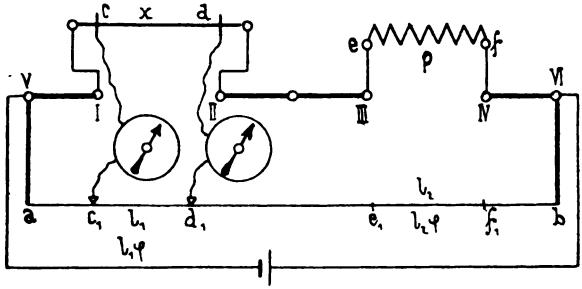


Fig. 72.

Dieses Verfahren wird für die vier Punkte c, d, e und f ausgeführt, wodurch man am Messdrahte vier correspondirende Punkte c_1, d_1, e_1 und f_1 bekommt. Das Suchen der aequipotentialen Punkte kann mit einem Galvanometer durchgeführt werden, man muss nur die Verbindung des einen Galvanometerdrahtes lösen und sie mit dem nächstliegenden Punkte wieder herstellen.

Nehmen wir an, dass alle aequipotentialen Punkte schon gefunden und dass diese die in der Figur mit den Buchstaben c_1, d_1, e_1 und f_1 bezeichneten sind. Wenn der Draht völlig gleich ist, dann besitzt seine Längeneinheit den Widerstand φ, welcher in der ganzen Länge des Drahtes constant ist. Betragen nun die Längen zwischen den Punkten $c_1 d_1$ und $e_1 f_1$

l_1 resp. l_2 Einheiten, dann ist der Widerstand dieser Messdrahtstücke $l_1 \varphi$ resp. $l_2 \varphi$.

Längs des Widerstandes $l_1 \varphi$ ist der Spannungsabfall gerade so gross wie längs des Widerstandes x, da doch die Potentiale an den Endpunkten beider Leiterstücke einander gleich sind, folglich ist $x = l_1 \varphi$.

Dasselbe steht für den bekannten Widerstand ϱ, also

$$\varrho = l_2 \varphi.$$

Die beiden Gleichungen dividirt, wird folgender Ausdruck das Verhältniss des zu bestimmenden und des bekannten Widerstandes als ein Längenverhältniss geben, und zwar

$$\frac{x}{\varrho} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Aus diesem Ausdrucke ist nun der Werth des zu bestimmenden Widerstandes

$$x = \frac{l_1}{l_2} \varrho.$$

x giebt sich in solchen Einheiten, in welchen ϱ gewählt ist.

Methode von W. Thomson.

Zur Bestimmung kleiner Widerstände dient auch noch folgende Methode von W. Thomson. Thomson stellte eine Abänderung der Wheatstone-Brücke, die sog. Thomson'sche Doppelbrücke, in der Weise her, dass er die Widerstände folgendermassen combinirte.

Der zu bestimmende Widerstand ist r_1, welcher mit dem Vergleichswiderstand durch einen äusserst kleinen Widerstand w verbunden wird (Fig. 73). r_a, r_b und r_3, r_4 sind verhältnissmässig grosse Widerstände, welche verändert werden können. Das Galvanometer G ist zwischen die Verbindungspunkte der Widerstände r_3, r_4 und r_a, r_b geschaltet.

Die Widerstände müssen bei der Bestimmung des kleinen Widerstandes so abgeglichen werden, dass der Strom im Galvanometerzweige Null wird, d. h. dass das Galvanometer

keinen Ausschlag giebt. In diesem Falle ist der Werth des gesuchten Widerstandes

$$r_1 = r_2 \frac{r_3}{r_4}\left[1 + \left(\frac{r_b}{r_2} - \frac{r_a}{r_1}\right)\frac{w}{r_a + r_b}\right].$$

Bei dieser Bestimmung des kleinen Widerstandes kann der Einfluss der Uebergangswiderstände nicht beseitigt werden. Er lässt sich nur dadurch vermindern, dass man die Hilfswiderstände r_3, r_4, r_a und r_b gross genug nimmt, jedoch ist auch in dieser Hinsicht eine gewisse Grenze einzubehalten.

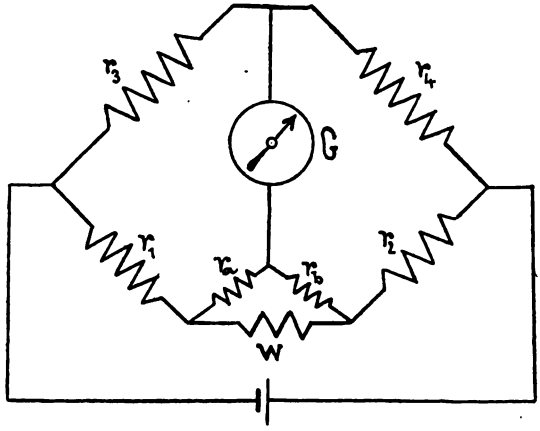


Fig. 73.

Von dem Einflusse der Uebergangswiderstände ist die vorher behandelte Methode völlig frei, auch ist ihre Durchführung viel einfacher als die der Thomson'schen Doppelbrücke.

Bestimmung von Flüssigkeitswiderständen.

Bei der Bestimmung von Flüssigkeitswiderständen muss man darauf achten, dass die Erscheinung der Polarisation nicht eintrete, da im entgegengesetzten Falle die polarisirte elektromotorische Kraft der elektromotorischen Kraft der Stromquelle entgegenwirkt und die genaue Bestimmung des Widerstandes der Flüssigkeit unmöglich macht.

Eine Methode der Bestimmung von Flüssigkeitswiderständen besteht darin, dass man unpolarisirbare Elektroden anwendet. Beetz fand, dass die Polarisation der amalgamirten Zinkplatten, wenn sie in eine concentrirte Lösung von schwefelsaurem Zink tauchen, fast Null ist. Man kann also solche Elektroden bei der Bestimmung des Widerstandes flüssiger Körper anwenden.

Paalzow füllt zwei Gläser mit concentrirter Lösung schwefelsauren Zinks und taucht in diese Gläser wohlamalgamirte Zinkelektroden. Dann wird die zu untersuchende Flüssigkeit in kleinere Thonzellen gegossen und diese in die Gläser gestellt. Um die in den Thonzellen befindlichen Flüssigkeiten untereinander verbinden zu können, wird eine heberförmige Glasröhre mit derselben Flüssigkeit gefüllt und in die Thonzellen gebracht. Die Stromzuführungstheile bilden die Zinkelektroden und zwar tritt der Strom bei einer Zinkelektrode ein, fliesst durch die concentrirte schwefelsaure Zinklösung und das Thondiaphragma in die Flüssigkeit, deren Widerstand zu bestimmen ist, durchsetzt diese und kommt durch den Heber in die zweite Thonzelle, von welcher er durch Vermittlung der Zinksalzlösung zur zweiten Zinkelektrode gelangt, welche ihn aufnehmend in den weiteren Stromkreis führt. Diese ganze Zusammenstellung wird nun in einen Seitenzweig der Wheatstone'schen Brücke gebracht und die Messung wird so durchgeführt wie bei gewöhnlichen metallischen Leitern.

Der Flüssigkeitswiderstand kann bei dieser Anordnung auf den Widerstand des Quecksilbers bezogen werden, man muss nur die Flüssigkeit nach durchgeführter Messung mit Quecksilber vertauschen und die Bestimmung des Widerstandes des Quecksilbers vollführen. Es ist gut, mehrere solche Heber anzuwenden, welche verschiedene Dimensionen haben. Angenommen, dass man zwei verschiedene Heber angewandt hat und auf beide sowohl für die Flüssigkeit, als auch für Quecksilber den Widerstand bestimmte, dann kann der Widerstand der Flüssigkeit, auf Quecksilber bezogen, folgendermassen bestimmt werden.

Sei der gemessene Widerstand der Flüssigkeit bei dem

ersten Heber R_1, bei dem zweiten R_2, seien ferner die Widerstände des Quecksilbers bei denselben Hebern r_1 resp. r_2, dann ist der gesuchte, auf Quecksilber bezogene Widerstand der fraglichen Flüssigkeit

$$x = \frac{R_1 - R_2}{r_1 - r_2}.$$

Ein Nachtheil dieser Methode besteht darin, dass durch elektrische Endosmose die Zinksalzlösung sich mit der zu untersuchenden Flüssigkeit allmählich mischt. Um dem vorzubeugen, muss die Messung kurze Zeit dauern, man muss also rasch arbeiten. Weiters ist ein sehr nachtheiliger Zustand der, dass man bei der Vergleichung des Widerstandes verschiedener Flüssigkeiten besondere Thonzellen anwenden muss. Auch ist die Messweise sehr umständlich und zeitraubend.

Widerstandsbestimmung mit Hilfe von Wechselströmen.

Die Erscheinung der Polarisation bei der Bestimmung von Flüssigkeitswiderständen kann durch die Anwendung von Strömen wechselnder Richtung behoben werden. Es muss in diesem Falle darauf geachtet werden, dass die entgegengesetzten Stromstösse gleiche Stärken haben, da nur dann die Polarisation ganz verschwinden kann. Die Wirkung der Wechselströme besteht darin, dass die durch den einen Stromstoss erzeugte Polarisation der Elektroden durch die entgegengesetzte Polarisation des anderen nachfolgenden Stromstosses aufgehoben wird. Zur Erzeugung der Wechselströme wird am zweckmässigsten ein Inductor angewandt. Die Elektroden bestehen aus Platin, welche eine Oberfläche von $10 \sim 20$ qcm besitzen. Die zu untersuchende Flüssigkeit wird in ein eigens zu diesem Zwecke verfertigtes Gefäss, von der in Fig. 74 abgebildeten Form, gebracht. Der Strom wird zu den Klemmen A und B geführt, welche mit den Platinelektroden in leitender Verbindung stehen. Die zu untersuchende Flüssigkeit steht mit den Platinelektroden in inniger Berührung.

Die so zusammengestellten Flüssigkeitswiderstände werden in den einen Seitenzweig der Wheatstone'schen Combination geschaltet und mit Normalwiderständen verglichen. Diese Widerstände müssen so verfertigt sein, dass ihre Selbstinduction verschwindend klein sei, da im entgegengesetzten Falle den Wechselströmen im Stromkreise noch ein beträchtlicher Widerstand, der durch Extraströme hervorgerufene, entgegentritt. Man kann für solche inductionsfreien Widerstände ausgespannte oder bifilar gewickelte Drähte verwenden, oder aber, da die letzteren eine beträchtliche Capacität besitzen, solche Spulenwiderstände verfertigen, welche aus zwei Theilen bestehen. Diese zwei Theile sind einander an Widerstand, Wickelungszahl vollkommen gleich und können ineinander geschoben werden. Die Enden dieser zusammengesetzten Spulen werden untereinander so verbunden, dass der Strom durch zwei parallelgeschaltete Spulen fliesst. Die Selbstinductionen der beiden ineinander geschobenen Spulen sind an Grösse gleich aber entgegengesetzter Natur, wodurch das ganze Spulensystem einen inductionsfreien Widerstand bildet.

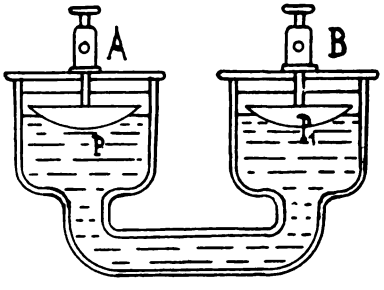


Fig. 74.

Das Galvanometer kann als Messinstrument bei Wechselströmen nicht verwandt werden, in solchen Fällen werden andere Apparate angewandt. Ein solcher Apparat ist das Elektrodynamometer, welches im Wesentlichen aus einer fixen und einer beweglichen Rolle besteht. Diese Drahtrollen müssen aufeinander senkrecht stehen und der ganze Apparat muss so aufgestellt werden, dass die Ebene der beweglichen Spule senkrecht zum magnetischen Meridian steht. Die letztgenannte Spule hängt an einem Platindrat, welcher andererseits mit einem Torsionskopfe in Verbindung steht. Vor Benützung des Elektrodynamometers wird die bewegliche Spule in sich kurz geschlossen, während man durch die feste Spule einen Wechsel-

strom schickt. Die fixe Spule muss sich bei dieser Einstellung des Apparates angenähert in dem magnetischen Meridian befinden. Fliesst nun ein Wechselstrom durch die fixe Spule, dann dreht man die kurzgeschlossene bewegliche Spule so lange, bis sie ein Minimum der Ablenkung zeigt. Ist dies erreicht, dann sind die Ebenen der fixen und beweglichen Spulen senkrecht aufeinander. Dann wird der Wechselstrom unterbrochen und durch die bewegliche Spule wird nun ein constanter Gleichstrom geschickt. Die Spule zeigt im Allgemeinen eine Ablenkung, da sie sich jetzt als ein permanenter Magnet verhält und ihre Axe in den magnetischen Meridian zu bringen trachtet. Der ganze Apparat wird jetzt so lange verdreht, bis die Ablenkung wieder ein Minimum wird. In dieser Lage ist die Ebene der beweglichen Spule auf den magnetischen Meridian senkrecht, während die Ebene der fixen Spule mit der Richtung desselben zusammenfällt.

Das Elektrodynamometer wird angewandt, wenn man genau messen will. Wenn aber auf grosse Genauigkeit nicht Gewicht gelegt wird, dann kann man auch ein Telephon verwenden, welches in den Stromkreis geschaltet, bei geeigneter Einstellung der Widerstände kein Geräusch geben darf. Hier kann man nur Wechselstrom verwenden, das Vibriren der Telephonmembrane wird hierbei entweder durch ein Minimum der Tonstärke oder durch optische Vorrichtungen controlirt. Vollständiges Schweigen des Telephons ist schwer zu erreichen, da die Ströme des Unterbrechers und die in den Leitungen im Telephon auch dann ein Geräusch verursachen, wenn die Widerstände schon richtig eingeschaltet sind. Auch äussere Geräusche wirken auf das Telephon störend ein, weshalb solche sorgfältig vermieden werden müssen. Gewöhnlich stellt man das Telephon auf ein Tonminimum innerhalb zweier Grenzen ein, aus denen man dann den Mittelwerth bildet.

Das optische Telephon von Wien hat an seiner Membrane einen Stift so befestigt, dass er die Schwingungen der Membrane auf einen leichten Spiegel unverändert übertragen kann. Aus einer Lichtquelle wird nun ein Lichtsrahl auf den Spiegel ge-

sandt und der zurückgeworfene Strahl auf einen Schirm aufgefangen. Ist die Membrane in Schwingung, dann erscheint der reflectirte Lichtpunkt als ein Lichtband, welches mit einem Fernrohr beobachtet wird. Da das Telephon nur auf solche Ströme stark reagirt, deren Wechselzahl mit der Schwingungszahl der Membrane übereinstimmt, muss der Wechselstrom dementsprechend gewählt werden.

Fliesst durch die fixe Spule des Elektrodynamometers der Strom i, durch die bewegliche Spule i_1, dann ist der Ausschlag des Dynamometers proportional mit dem Producte $i\,i_1$. Sind die Spulen untereinander in Serie geschaltet, dann ist $i = i_1$ und der Ausschlag ist mit i^2 proportional. Bei Nullmethoden ist indessen diese Schaltungsweise nicht zu empfehlen, da bei sehr schwachen Stromstärken (in der Nähe des Nullzustandes) die dynamische Wirkung der Ströme zu schwach wird. Grössere Empfindlichkeit kann erreicht werden, wenn die fixe Spule in den Hauptstromkreis, die bewegliche Spule aber in den Brückenzweig geschaltet wird. Ein Vortheil ist bei dieser Schaltung auch der Umstand, dass man den Strom in der beweglichen Spule commutiren und so der beweglichen Rolle entgegengesetzte Ablenkungen ertheilen kann. Verwendet man ein Telephon, dann wird dieses in den Brückenzweig der Wheatstone'schen Combination geschaltet und die Messung so vollführt, als bei einem gewöhnlichen Galvanometer.

Kohlrausch wendet bei der Bestimmung des Flüssigkeitswiderstandes die in Figur 75 abgebildete Schaltung an. Ein in Figur 66 dargestellter Widerstandskasten wird zur Wheatstone'schen Brücke zusammengestellt. Die Wechselstromquelle W wird zu den Punkten a und b geschaltet, der Strom fliesst jedoch noch ungetheilt durch die fixe Spule F des Elektrodynamometers. Die bewegliche Spule B ist mit den Punkten c, d verbunden und bildet den Brückenzweig der Combination. Endlich kommt noch der zu bestimmende Widerstand x zwischen die Punkte a, d und wenn die Vergleichswiderstände so gewählt sind, dass das Elektrodynamometer keine Ablenkung

zeigt, d. h. dass durch die bewegliche Spule kein Strom fliesst, dann ist nach bekannter Weise

$$x = \frac{r_1}{r_2} r_3.$$

Wird ein Telephon angewandt, dann wird dieses zwischen die Punkte *c*, *d* geschaltet und die Widerstände so lange gewechselt, bis im Telephon ein Tonminimum zu constatiren ist.

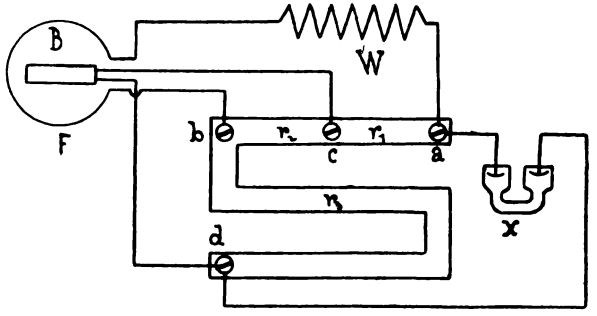


Fig. 75.

Um das Leitungsvermögen einer Flüssigkeit bestimmen zu können, muss man die Widerstandscapacität des benutzten Gefässes kennen. Ist diese Widerstandscapacität *k*, der gemessene Widerstand der darin enthaltenen Flüssigkeit *r*, dann ist das Leitungsvermögen der betreffenden Flüssigkeit

$$K = \frac{k}{r}.$$

Die Widerstandscapacität des benutzten Gefässes kann folgendermassen bestimmt werden. Das Gefäss wird bei derselben Lage der Elektroden mit einer Flüssigkeit gefüllt, deren specifisches Leitungsvermögen bekannt ist. Der Widerstand dieser Flüssigkeit wird bestimmt und mit letzterem der Widerstand der ersteren Flüssigkeit verglichen. Solche Flüssigkeiten sind nach Kohlrausch:*)

Gesättigte Kochsalzlösung von 26,4% *NaCl*, vom specifischen Gewicht 1,201

$$10^7 K = 202 + 4{,}5\ (t - 18).$$

*) F. Kohlrausch: Leitfaden der prakt. Physik.

Wässerige Schwefelsäure von 30,4% H_2SO_4, vom specifischen Gewicht 1,224

$$10^7 K = 692 + 11{,}3\ (t - 18).$$

Bittersalzlösung von 17,3% $MgSO_4$ (wasserfrei), vom spec. Gewicht 1,187

$$10^7 K = 46{,}0 + 1{,}2\ (t - 18).$$

Gesättigte Gypslösung $CaSO_4$

$$10^7 K = 1{,}77 + 0{,}045\ (t - 18).$$

Essigsäurelösung von 16,6% $C_2H_4O_2$, vom spec. Gewicht 1,022

$$10^7 K = 1{,}52 + 0{,}027\ (t - 18).$$

Gesättigte Strontiumsulphatlösung $SrSO_4$

$$10^7 K = 0{,}121 + 0{,}028\ (t - 18).$$

In diesen Gleichungen bedeutet K das Leitungsvermögen bei t^0 C bezogen auf Quecksilber von 0° C. Wenn man die obigen Werthe auf Ohm reduciren will, dann muss man sie mit 1,063 multipliciren.

Wenn eine von diesen Flüssigkeiten in einem Gefässe den Widerstand R besitzt, dann ist die Widerstandscapacität des Gefässes $k = RK$.

Die Capacität der Elektroden ist desto kleiner, je höher die Frequenz des Wechselstromes ist, es ist also immer vortheilhafter, solche anzuwenden, als Ströme von geringer Wechselzahl.

Widerstand galvanischer Elemente.

Besitzt man zwei ganz gleiche Elemente, dann schaltet man sie gegeneinander und bestimmt den Widerstand dieser Elementencombination mit Hilfe der Wheatstone'schen Brücke. Der erhaltene Werth ist mit 2 zu dividiren, wodurch man den inneren Widerstand eines Elementes bekommt. Durch diese Methode kann der Widerstand des Elementes nur annähernd genau bestimmt werden, da zwei völlig gleiche Elemente nicht zu finden sind.

Mance's Methode zur Bestimmung des inneren Widerstandes einer Batterie ist genau und in ihrer Zusammenstellung einfach. Man bildet eine Wheatstone'sche Brücke,

deren eine Seite durch die zu messende Batterie hergestellt wird (Fig. 76). Die anderen drei Seiten bestehen aus den Vergleichswiderständen r_1, r_2 und r_3, den einen Diagonalzweig giebt das Galvanometer G, in den zweiten Diagonalzweig aber wird ein Stromschlüssel S geschaltet. Sind die Widerstände so eingestellt, dass die Ablenkung des Galvanometers dieselbe

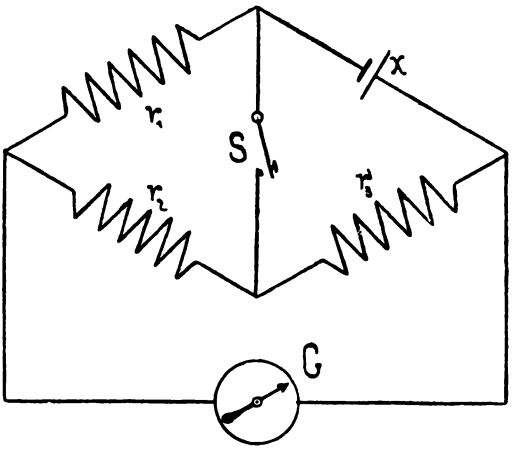


Fig. 76.

bleibt, ob der Stromschlüssel offen oder geschlossen ist, dann besteht zwischen den Widerständen die Beziehung

$$x r_2 = r_1 r_3$$

und hieraus der gesuchte innere Widerstand der Batterie

$$x = \frac{r_1}{r_2} r_3.$$

Endlich sei noch eine Methode erwähnt, bei welcher der innere Widerstand der Batterie auf indirectem Wege bestimmt werden kann. Man bildet zunächst einen Stromkreis, welcher aus der Batterie als Stromquelle und aus einem bekannten äusseren Widerstande besteht. Sei die elektromotorische Kraft der Batterie E, der innere Widerstand, der zu bestimmen ist, ϱ, die Potentialdifferenz zwischen den Klemmen der Batterie e,

der bekannte äussere Widerstand aber r, dann bestehen zwischen diesen Werthen folgende Beziehungen:

$$E = i(\varrho + r)$$

nach Ohm's Gesetz, wenn i die durch den Stromkreis fliessende Stromstärke bedeutet. Ferner ist die Spannung an den Klemmen

$$e = ir.$$

Aus diesen beiden Gleichungen ergiebt sich, dass

$$E - e = i\varrho$$

und hieraus

$$\varrho = \frac{E - e}{i} = \left[\frac{E - e}{e}\right] r.$$

ϱ ist in solchen Einheiten gegeben als r. Bei dieser Methode misst man also Spannungen und berechnet aus diesen Werthen den Widerstand.

Verallgemeinerte Wheatstone'sche Brücke nach O. Frölich.

Wir haben gesehen, dass zwischen den vier Seitenwiderständen der Wheatstone'schen Brücke der Zusammenhang besteht, dass die Producte der Widerstände der einander gegenüberliegenden Seitenzweige gleich sind, wenn in einem Diagonalzweige der Strom Null ist, gleichviel, ob man den zweiten Diagonalzweig schliesst oder öffnet. Frölich verallgemeinerte diesen Satz insoferne, dass die Producte der besagten Seitenwiderstände auch dann gleich sind, wenn in sämmtlichen sechs Zweigen der Brücke nicht nur Widerstände, sondern auch elektromotorische Kräfte wirken, wenn nur jener Bedingung genug gethan ist, dass in dem einen Diagonalzweig die gleiche Stromintensität herrscht, unabhängig davon, ob der zweite Diagonalzweig geschlossen oder geöffnet wird.

Betrachten wir also eine Wheatstone'sche Brücke, bei welcher in allen sechs Zweigen eine elektromotorische Kraft wirkt.

Die Figuren 77 und 78 stellen solche Brückencombinationen bei geöffnetem und ungeöffnetem Diagonalzweige dar.

Die Intensitäten in den einzelnen Zweigen in beiden Fällen ergeben sich aus dem ersten Kirchhoff'schen Satze und ist die Stromintensität in einem Zweige J (Fig. 77), in dem geschlossenen Diagonalzweige aber i, dann sind die Stromintensitäten die in

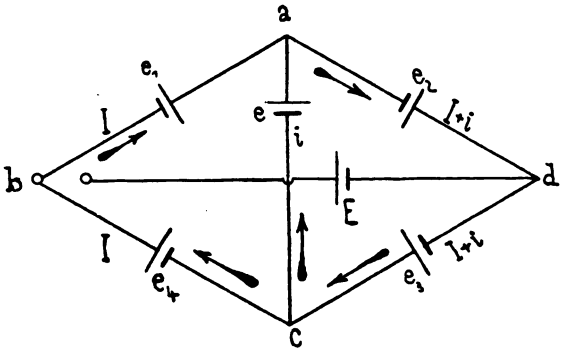


Fig. 77.

der Figur angedeuteten. Dasselbe steht für Fig. 78, wo Bedingung ist, dass der Strom in dem immer geschlossen gebliebenen Diagonalzweig dieselbe Stärke behält.

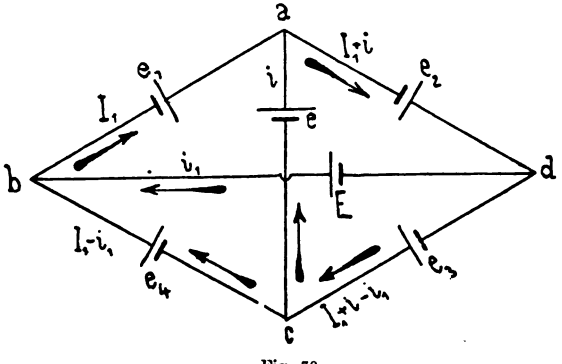


Fig. 78.

Bezeichnen wir die elektromotorischen Kräfte der vier Seitenzweige mit e_1, e_2, e_3, e_4, jene der Diagonalzweige aber mit e und E, dann sind bei den Widerständen r resp. R der

Diagonalzweige für die geschlossenen Theile abc und acd in beiden Fällen nach dem zweiten Kirchhoff'schen Gesetze

$$e_1 - e + e_4 = Jr_1 - ir + Jr_4$$
$$e_2 + e_3 + e = (J + i)r_2 + (J + i)r_3 + ir$$

ferner

$$e_1 - e + e_4 = J_1 r_1 - ir + (J_1 - i_1)r_4$$
$$e_2 + e_3 + e = (J_1 + i)r_2 + (J_1 + i - i_1)r_3 + ir.$$

Die zusammengehörenden Gleichungen zusammengefasst, bekommt man folgende Ausdrücke:

$$J(r_1 + r_4) = J_1(r_1 + r_4) - i_1 r_4$$

und

$$J_1 - J = \frac{i_1 r_4}{r_1 + r_4}.$$

Ferner bekommt man aus der zum Theile acd gehörenden Gleichungen

$$J(r_2 + r_3) = J_1(r_2 + r_3) - i_1 r_3$$

oder

$$J_1 - J = \frac{i_1 r_3}{r_2 + r_3}.$$

Aus den Endresultaten folgt, dass

$$\frac{r_4}{r_1 + r_4} = \frac{r_3}{r_2 + r_3}$$

oder

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_4}{r_3}.$$

Womit unsere Behauptung erwiesen ist.

In solcher Weise kann die Wheatstone'sche Brücke zur Bestimmung des Widerstandes solcher Körper benutzt werden, welche vom äusseren Strome durchflossen, eine gegenelektromotorische Kraft entwickeln. Es sei z. B. der Widerstand eines elektrolytischen Bades zu bestimmen. Fliesst ein Strom durch eine elektrolytische Zelle, dann entsteht durch Polarisation eine gegenelektromotorische Kraft. Bei der Bestimmung des Widerstandes wird die Zelle Z in einen Seitenzweig, die Stromquelle E aber in den anderen geschaltet. Die anderen zwei Seitenzweige der Brücke ergeben sich als Theile eines Brückendrahtes, auf welchen ein Schleifcontact sich bewegt (Fig. 79). Die zwei Diagonalzweige sind durch ein Galvano-

meter G und durch einen Schliessungsdraht D gebildet, welch letzterer mit dem Schleifcontact C in Verbindung steht.

Die Widerstände der Diagonalzweige sind im Verhältniss zu denen der Seitenzweige gross zu wählen, um die Stromstärken in den Seitenzweigen durch Schliessen und Oeffnen des Diagonalzweiges nicht sehr zu verändern. Hierdurch ist zu erreichen, dass die Polarisation bei offenem und geschlossenem Diagonalzweige nahe unverändert dieselbe bleibt.

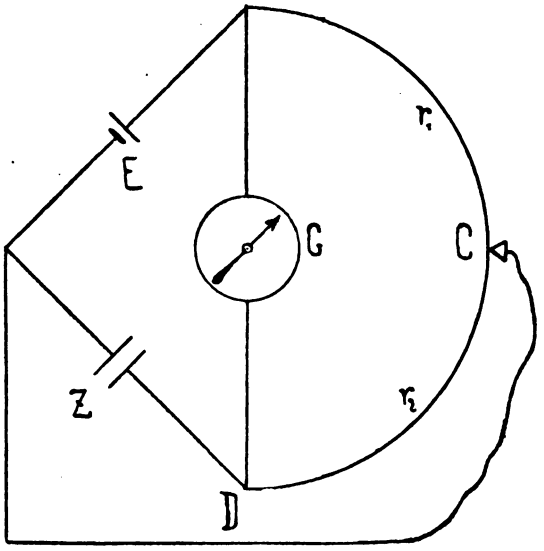


Fig. 79.

Bei der Ausführung der Messung bestimmt man in erster Reihe den Widerstand der Stromquelle. Sei dieser Widerstand r_s. Dann schaltet man die Zelle in die Brückencombination in der in Fig. 79 angedeuteten Weise ein und verschiebt den Contact C längs des Brückendrahtes so lange, bis das Galvanometer eine Gleichgewichtslage einnimmt. Ist dies erreicht, dann ist der Widerstand der Zelle

$$x = \frac{r_2}{r_1} r_s.$$

Wenn der Brückendraht mit Längeneintheilung versehen ist, dann können in obigem Ausdrucke statt r_1 und r_2 die resp. Längen l_1 und l_2 eingesetzt werden. Bei der Messung muss man nach Einschaltung der Zelle eine Weile warten, bis die Polarisation einen constanten Werth annimmt.

Mit der verallgemeinerten Wheatstone'schen Brücke können viele wichtige Widerstandsbestimmungen durchgeführt werden, so z. B. die Bestimmung des Widerstandes eines inconstanten Elementes, Bestimmung der elektromotorischen Gegenkraft des Lichtbogens, ferner Bestimmung von Erdwiderständen, von Isolationsfehlern und noch vieles andere.

Isolationsmessungen.

Wenn sehr grosse Widerstände miteinander zu vergleichen sind, dann kann man die Widerstandsmessungen indirect durchführen. Zu diesem Zwecke schaltet man die zu vergleichenden Widerstände mit einem empfindlichen Strommesser in einen Stromkreis hintereinander. In solcher Schaltung zeigt also der Strommesser die Stärke des die Widerstände durchfliessenden Stromes und wenn man noch mit Hilfe eines Elektrometers die Potentialdifferenzen an den Enden der Widerstände misst, dann kann man den gesuchten Widerstandswerth aus Ohm's Gesetz durch Rechnung bestimmen. Sei die gemessene Stromstärke i, die Potentialdifferenz an den Endpunkten des grossen Widerstandes e, dann ist der Werth des Widerstandes

$$x = \frac{e}{i}.$$

x bekommt man in Ohm, wenn man e in Volt, i in Ampère misst.

Diese Methode ist aber nur dann durchführbar, wenn man eine constante Stromquelle hat. Ist dies nicht der Fall, dann kann man vier grosse Widerstände in eine Wheatstone'sche Brücke schalten und den gesuchten Widerstand nach bekannter Art bestimmen. Bei solcher Schaltung wird das Galvanometer im Diagonalzweige mit einem empfindlichen Elektrometer ver-

tauscht, da infolge der sehr grossen Widerstände die Stärke des Stromes sehr vermindert wird.

W. Siemens bestimmte den Widerstand eines Isolators mit der nachfolgenden elektrometrischen Methode. Ein Condensator wird mit einer Elektricitätsquelle geladen und seine Belegungen sowohl mit den Enden des zu bestimmenden Widerstandes als auch mit den Elektroden des Elektrometers verbunden. Man kann hierdurch die Elektricitätsmenge messen, welche durch den unbekannten Widerstand in einer bestimmten Zeit durchfliesst. Sei V die durch den Elektrometer gemessene Potentialdifferenz, c die Capacität des Condensators, x der zu bestimmende Widerstand, i aber die Stromstärke, welche bei Entladung des Condensators durch den Widerstand fliesst, dann ist die Elektricitätsmenge, mit welcher die Belegungen des Condensators geladen sind, $Q = cV$.
Die Potentialdifferenz V $V = ix$
und die Intensität des Stromes

$$i = -\frac{dQ}{dt}.$$

Aus diesen drei Gleichungen folgt, dass

$$Q = cix = -cx\frac{dQ}{dt}$$

oder $$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{cx}$$

und hieraus durch Integration

$$Q = Q_o e^{-\frac{t}{cx}}$$

wo Q_o jene Elektricitätsmenge bedeutet, welche zur Zeit $t = o$ an den Belegungen des Condensators vorhanden war.

Mit einer ähnlichen Formel lässt sich die Potentialdifferenz V_o im Zeitpunkte $t = o$ auch ausdrücken und zwar

$$V = V_o e^{-\frac{t}{cx}}$$

oder $$V_o = \frac{V}{e^{-\frac{t}{cx}}} = Ve^{\frac{t}{cx}}.$$

Aus den angeführten Gleichungen lässt sich x bestimmen und ist der betreffende Ausdruck folgender

$$x = \frac{t}{c} \frac{1}{[\text{log. nat. } V_o - \text{log. nat. } V]}.$$

Bei der Messung ist zuerst der Widerstand des Condensators zu bestimmen. Zu diesem Zwecke schaltet man in den Stromkreis nur den Condensator und bestimmt den Gesammtwiderstand R_o. Dann schaltet man auch den unbekannten Widerstand in den Stromkreis und bestimmt wieder den Gesammtwiderstand. Sei dieser letztere R, dann ist der Werth des gesuchten Widerstandes

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_o}$$

$$\text{oder} \quad x = \frac{R R_o}{R - R_o}.$$

Der Condensator ist unvollkommen isolirt, weshalb man bei jeder Messung die genannten zwei Versuche durchführen muss. Sinkt das Potential des geöffneten geladenen Condensators infolge dieses Isolationsfehlers in der Zeit t_1 von V_o auf V_1, dann ist in dem Ausdrucke für x statt V_o der Bruch $\frac{V_1 t}{t_1}$ zu setzen.

Eine andere Correction muss in Rechnung gezogen werden, wenn der Schliessungskreis eine erhebliche Selbstinduction besitzt. Ist diese Selbstinduction l, dann muss V_o und V_1 mit der Grösse

$$m = 1 + \frac{l}{c x^2}$$

multiplicirt werden, wobei von x ein Näherungswerth einzusetzen ist.

Man kann die Messung auch so ausführen, dass man t und c nicht bestimmen muss. Zu diesem Zwecke entladet man denselben Condensator bei gleich langer Zeit durch einen bekannten Widerstand r. Das Potential wird in diesem Falle von V_o auf V_3 sinken und der gesuchte Widerstand wird

$$x = r \frac{\text{log. nat. } V_o - \text{log. nat. } V_3}{\text{log. nat. } V_o - \text{log. nat. } V}.$$

Das Endresultat ist wegen der elektrischen Absorption von der Ladungsdauer abhängig, weshalb bei Messungen diese genau angegeben werden muss.

Bei der Bestimmung des Isolationswiderstandes eines Kabels ist die Schaltungsweise nach Fig. 80 zusammenzustellen. Das Kabel wird in einen Trog gelegt, welcher mit Wasser gefüllt ist und in welchem eine mit Zuleitung versehene Kupferplatte sich befindet. Diese Kupferplatte wird mit der Erde leitend verbunden. Das Kabel wird an seinen Enden von der Isolation entblösst, das eine Ende mit dem Galvanometer verbunden, das andere aber so befestigt, dass es mit der Flüssigkeit nicht in Berührung kommen kann. Im Galvanometerkreise ist ein Nebenschluss und ein Commutator C eingeschaltet. Der Nebenschluss ist N, mit Hilfe dessen die Empfindlichkeit des Galvanometers verändert werden kann, während K ein, das Galvanometer kurzschliessender Theil ist. Das Kabel ist ein Condensator, welcher beträchtliche Capacität besitzen kann. Wird der Stromkreis geschlossen, dann würde der starke Ladungsstrom im Galvanometer einen starken Ausschlag geben, welcher durch Kurzschliessen des Galvanometers durch den Theil K verhindert werden kann. Der Kurzschluss wird erst dann geöffnet, wenn der Stromkreis schon eine gewisse Zeit lang geschlossen war, da das Kabel dann schon eine Ladung angenommen hat und im Stromkreise kein zu starker Strom mehr fliesst. Der Nebenschluss N wird so regulirt, dass das Galvanometer einen passenden Ausschlag giebt.

Es ist zumeist genügend, das Galvanometer ca. $^1/_2$ Minute kurz zu schliessen. Dann entfernt man den Kurzschluss und beobachtet am Ende der ersten Minute den Ausschlag des Galvanometers. Nach einer zweiten Minute wird das Galvanometer wieder beobachtet, nachher kurzgeschlossen und das Kabel entladen. Die Entladung nimmt einen gewissen Zeitraum in Anspruch, denn die absorbirte Ladung der isolirenden Schicht muss auch ausgeglichen werden. Ist das Kabel vollständig entladen, dann wiederholt man den Versuch mit commutirtem Strome in derselben Weise wie beim ersten Versuche.

Das Galvanometer sowie die Zuleitungen müssen sorgfältig isolirt werden, und es ist gut, ihre Isolation genau zu prüfen.

Das Galvanometer zeigt nach einem gewissen Zeitraume im Stromkreise einen Strom, welcher zur indirecten Bestimmung des Isolationswiderstandes benützt werden kann. Dieser Strom fliesst nämlich von dem Kupferdraht des Kabels durch die isolirende Schicht und die Flüssigkeit zur Erde.

Der Strom fliesst vom Galvanometer zu einem Doppelschlüssel, dessen Construction aus der Fig. 80 deutlich zu ersehen ist; *a* und *b* sind zwei Contacthebel, welche durch Federwirkung mit den Contacten *c* und *d* beständig in Berührung stehen. Diese letzteren Contacte sind mit dem einen Pole der Stromquelle *E* leitend verbunden. Zwei andere Contacte *i* und *k* sind unter *c* und *d* angebracht, sie werden durch Hinabdrücken der Contacthebel in Function gesetzt.

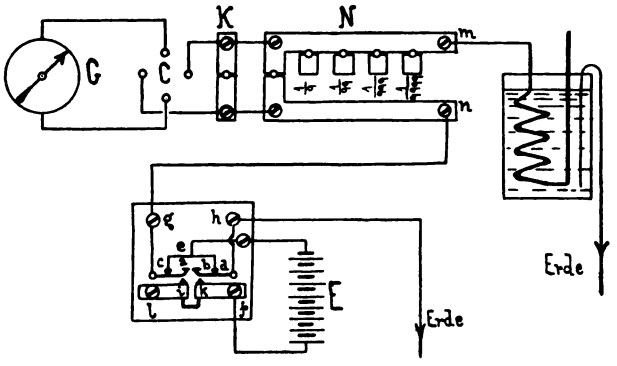


Fig. 80.

i und *k* sind ferner miteinander leitend verbunden und stehen mit dem zweiten Pole der Batterie *E* in Zusammenhang. Der Contacthebel *a* ist mit dem Galvanometer, *b* aber mit der Erde leitend verbunden. Bei der in die Figur eingezeichneten Lage der Contacthebel ist der Stromkreis unterbrochen, wie auch in jenem Falle, wenn beide Hebel niedergedrückt sind und mit den Contacten *i* und *k* in Verbindung stehen.

Ist der eine Hebel niedergedrückt, dann ist der Stromkreis geschlossen, wie das auch aus der Schaltungsfigur leicht ersichtlich ist. In diesem Falle muss aber das Galvanometer kurzgeschlossen bleiben, da das Kabel geladen wird. Nach ca. einer halben Minute öffnet man den Kurzschluss, wählt den Nebenschluss entsprechend, dass das Galvanometer keinen grossen Ausschlag giebt und beobachtet den Ausschlag des Galvanometers am Ende der ersten Minute, die Zeit von dem Augenblicke der Schliessung des Stromkreises rechnend. Dasselbe beobachtet man am Ende der zweiten Minute. Seien die beobachteten Ablenkungen der Galvanometernadel α_1 und α_2. Dann stöpselt man den Kurzschluss K, nachdem man zuerst den Hebel des Contactschlüssels in seine ursprüngliche Lage zurückgebracht hat.

Dieser Versuch muss auch mit commutirtem Strome durchgeführt werden, zu welchem Zwecke man mit dem zweiten Hebel des Contactschlüssels in ähnlicher Weise operirt. Um den Isolationswiderstand des Kabels bestimmen zu können, muss man die Constante des Galvanometers kennen. Es ist zu diesem Zwecke l mit m leitend zu verbinden und jener Widerstand zu bestimmen, bei welchem die Galvanometernadel durch dieselbe Batterie mit einem Skalentheil abgelenkt wird. Dieser Widerstand sei R. Ausserdem muss die Isolation des Galvanometers und der Zuleitungen geprüft werden, und giebt diese im Galvanometer ohne Nebenschluss die Ablenkung φ, dann ist der Isolationswiderstand des Kabels am Ende der ersten Minute

$$R_x' = \frac{R}{\alpha_1 - \varphi}$$

nach zwei Minuten

$$R_x'' = \frac{R}{\alpha_2 - \varphi}.$$

Der Isolationswiderstand eines Isolators hängt in bedeutendem Maasse von der Temperatur ab. Während der elektrische Widerstand der Metalle und der Flüssigkeiten für kleine Temperaturdifferenzen sich mit der Temperatur pro-

portional ändert, steht dies für Isolatoren nicht, da bei letzteren die Differenz der Logarithmen der Widerstände mit der Temperaturdifferenz proportional ist.

Bestimmung des Widerstandes eines Galvanometers nach W. Thomson.

Der Widerstand eines Galvanometers kann nach verschiedenen Methoden bestimmt werden, von denen einige schon besprochen wurden. Die Wheatstone'sche Brücke kann auch angewandt werden, nur braucht man bei der gewöhnlichen Anordnung zwei Galvanometer. Thomson gab eine Anordnung an, nach welcher zur Widerstandsbestimmung des Galvanometers dasselbe Galvanometer benützt wird. Die Schaltungsweise dieser Anordnung ist aus Fig. 81 ersichtlich.

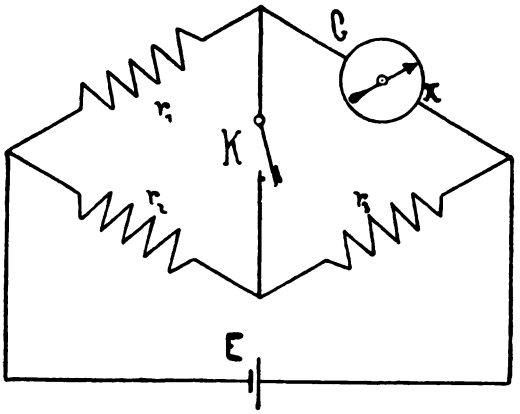


Fig. 81.

Die Stromquelle E wird in den einen Diagonalzweig der Brücke geschaltet, in den zweiten Diagonalzweig kommt aber anstatt des Galvanometers ein Stromschlüssel K. Das Galvanometer G bildet einen Seitenzweig der Combination, die anderen drei Seitenzweige werden aus bekannten Widerständen gebildet. Wenn die Widerstände passend gewählt sind, so dass die Proportion $x : r_1 = r_3 : r_2$

besteht, dann sind die beiden Diagonalzweige zu einander conjungirt, d. h. sie hängen miteinander in der Weise zusammen, dass die Stromintensität in dem einen Zweig unabhängig von der im anderen Zweig herrschenden elektromotorischen Kraft ist. In diesem Falle fliesst in dem einen Brückenzweig kein Strom, und die Stromstärken in den vier Seitenzweigen sind von der Widerstandsänderung dieses Diagonalzweiges unabhängig. Man kann also den Schlüssel K schliessen oder öffnen, die Ablenkung bleibt beim Galvanometer immer dieselbe. Bei der Messung muss man also die Widerstände r_1, r_2 und r_3 so wählen, dass die Ablenkung der Galvanometernadel bei Schliessen wie bei Oeffnen des Schlüssels unverändert bleibt. Ist dies erreicht, dann ist der Widerstand des Galvanometers

$$x = \frac{r_1}{r_2} r_3 .$$

Die Wahl der Widerstände r_1, r_2 erfolgt in derselben Weise und unter denselben Bedingungen, wie bei der gewöhnlichen Anordnung der Wheatstone'schen Brücke.

Drahtcalibrirung.

Der elektrische Widerstand eines Drahtes hängt bei einer bestimmten Länge und Reinheit des Materials von dem Querschnitt ab. Da die Querschnitte eines Drahtes an verschiedenen Stellen seiner Länge verschieden sind, muss man ihn, falls er als Brückendraht Verwendung findet, calibriren. Man bestimmt zu diesem Zwecke die äquivalenten Widerstände, d. h. die Widerstände von Stücken gleicher Länge oder aber die äquivalenten Längen, d. h. die Längen von gleichen Widerständen.

Zur Calibrirung des Drahtes kann man die Methode von Strouhal und Barus anwenden, welche auf der Aufsuchung äquipotentieller Punkte beruht. Zu diesem Behufe wird der Messdraht mit einander gleichen Hülfswiderständen parallel in einen Stromkreis geschaltet (Fig. 82). Der Spannungsabfall zwischen den Punkten A und B ist längs den Hülfswiderständen gerade so gross, wie längs dem zu calibrirenden Brücken-

drahte, man kann also mittelst eines Galvanometers mit grossem Widerstande am Brückendrahte solche Punkte a_1 b_1 c_1 ... g_1 finden, in welchen der Werth des Potentiales derselbe ist, wie in den Punkten a, b, ... g der Hülfswiderstände. Wenn das Galvanometer zwischen zwei correspondirende Punkte (z. B. zwischen a und a_1) geschaltet ist, dann fliesst durch dasselbe kein Strom, da zwischen solchen Punkten die Potentialdifferenz Null ist.

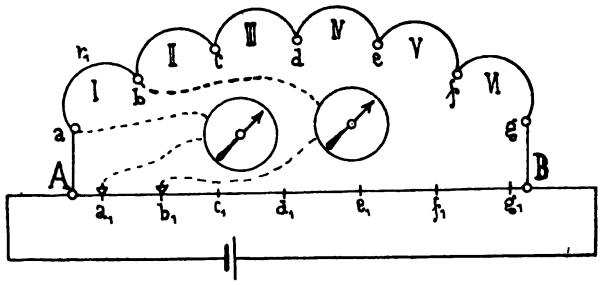


Fig. 82.

Wenn der Draht in n Abschnitten zu calibriren ist, dann müssen n gleiche Hülfswiderstände vorhanden sein. Ist die Länge $a_1 b_1 = \alpha_1$, so ist α_1 die mit dem Hülfswiderstand r_1 äquivalente Länge des Drahtes. Mit r_1 werden die anderen Theile des Messdrahtes verglichen, indem man r_1 abwechselnd in die Lagen II, III, . . VI bringt und mit dem Galvanometer auch entsprechend vorrückt. Wenn die in solcher Weise erhaltenen äquivalenten Längen α_1, α_2, α_3, ... sind, dann ist die mittlere äquivalente Länge des Drahtes

$$\alpha = \frac{\Sigma \alpha}{n}.$$

Die Caliberfehler der einzelnen Theile können nun bestimmt werden und zwar sind sie bei einer Gesammtlänge l des Drahtes die folgenden Werthe:

$$\text{von } 0 \text{ bis } \frac{1}{n} l \ \ldots \ \alpha - \alpha_1$$

$$\text{von } \frac{1}{n}l \text{ bis } \frac{2}{n}l \ldots \alpha - \alpha_2$$

$$\text{„ } \frac{2}{n}l \text{ „ } \frac{3}{n}l \ldots \alpha - \alpha_3$$

u. s. w. Die Summation ergiebt als Caliberfehler bei

$$\frac{1}{n}l \qquad \varphi_1 = \alpha - \alpha_1$$

$$\frac{2}{n}l \qquad \varphi_2 = 2\alpha - \alpha_1 - \alpha_2$$

$$\frac{3}{n}l \qquad \varphi_3 = 3\alpha - \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{m}{n}l \qquad \varphi_m = m\alpha - \alpha_1 - \ldots - \alpha_m = m\alpha - \sum_{n=1}^{n=m} \alpha_n.$$

Wenn man die äquivalenten Widerstände in Betracht zieht, dann seien r_1, r_2, . . ., r_n die äquivalenten Widerstände der einzelnen Theile. Der mittlere Widerstand eines Theiles ist demnach

$$r = \frac{\Sigma r}{n}.$$

Die Correctionen bei den einzelnen Theilen werden also

bis zum ersten Theile $\varrho_1 = \frac{r_1}{r}$

„ „ zweiten „ $\varrho_2 = \frac{r_1 + r_2}{r}$

$$\vdots \qquad \vdots$$

„ „ n-ten „ $\varrho_n = \frac{r_1 + r_2 + \ldots + r_n}{r} = \frac{\sum_{n=1}^{n=n} r_n}{r}$

sein.

Das Ergebniss der Calibrirung wird zumeist graphisch aufgetragen. Hierbei sind die Längen die Ordinaten, die Correctionswerthe die Abscissen.

Eine andere Methode stammt von Braun her. Sie ist dann anzuwenden, wenn man aus einem Drahte eine passende

Länge von gutem Caliber aussuchen will. Man verbindet zu diesem Zwecke die Drahtenden der Galvanometerwicklung mit zwei von einander in constantem Abstand befindlichen Schneiden, welche man längs des zu untersuchenden Drahtes verschiebt, während ein constanter Strom den Draht durchfliesst. Wenn der Draht gleichmässig ist, dann bleibt die Ablenkung der Galvanometernadel bei der Verschiebung der Schneiden constant.

Bestimmung des specifischen Widerstandes und des Leitungsvermögens.

Zur Bestimmung des specifischen Widerstandes eines Leiters misst man nach einer schon beschriebenen Methode den Widerstand des Leiters mit einem Normalwiderstande unter gleichzeitiger Messung seiner Länge und seines Querschnittes. Wenn der gemessene elektrische Widerstand r, die Länge des cylindrischen Leiters l, der Querschnitt q ist, dann kann dieser Widerstand folgendermassen ausgedrückt werden

$$r = \varrho \frac{l}{q}$$

in welchem Ausdrucke ϱ der specifische Widerstand des den Leiter bildenden Materiales ist.

Sind nun r, l und q durch Messung bekannt, dann ist

$$\varrho = \frac{rq}{l}.$$

Das Leitungsvermögen λ ist der reciproke Werth des specifischen Widerstandes, also

$$\lambda = \frac{1}{\varrho} = \frac{l}{rq}.$$

Wenn l in cm, q in cm^2, ϱ in CGS Einheiten bekannt sind, dann kann man nach obiger Formel den Widerstand dieses Leiterstückes in CGS Einheiten berechnen. Durch Division dieses Werthes mit 10^9 bekommt man den Widerstandswerth in praktischer Einheit, in wahren Ohm.

Ist ϱ der specifische Widerstand auf Quecksilber von 0^0 C Temperatur bezogen, wobei l in m, f in mm^2 gemessen

ist, dann erhält man den Widerstand r in Siemens-Einheiten. Will man ihn in legalen und wahren Ohm haben, so muss man den erhaltenen Widerstandswerth mit 1,06 resp. 1,063 dividiren.

Die Bestimmung der Länge des Leiters muss sorgfältig durchgeführt werden. Man benutzt hierbei einen Normalmaassstab, wobei auf die Temperaturausdehnung des Leiters und des Maassstabes Rücksicht zu nehmen ist. Ist diese Länge des Körpers bei der Temperatur t^0 C gleich l_t, jene bei $t_1{}^0$ C l_{t_1}, dann wird der Werth des letzteren durch die Formel

$$l_{t_1} = l_t\,(1 + \gamma\,[t_1 - t])$$

gegeben, wobei γ den Ausdehnungscoefficienten des betreffenden Materials bedeutet.

Der mittlere Querschnitt wird bestimmt, wenn man die Masse des Körpers mit dem Producte der Länge und des specifischen Gewichtes des Materiales dividirt. Sind diese Grössen m, l und s, dann ist der mittlere Querschnitt q

$$q = \frac{m}{l \cdot s}.$$

Da der Querschnitt des Leiters auch mit der Temperatur sich verändert, müssen q, l und s auf dieselbe Temperatur bezogen werden. Wenn qt der Querschnitt bei t^0 C, qt_1 bei $t_1{}^0$ C ist, dann wird

$$qt_1 = qt\,(1 + 2\gamma\,[t_1 - t]).$$

Die Masse m ist bei der Berechnung des Querschnittes auf den luftleeren Raum zu beziehen.

Wenn die Stromzuführung zu dem Leiter durch Endstücke sehr grossen Querschnittes geschieht, dann sind die Endflächen nicht mehr äquipotentielle Flächen und der Widerstand kann nicht mehr nach der angegebenen Weise berechnet werden. Ist der mittlere Durchmesser der beiden Endflächen $\triangle$, die Länge des Leiters l, dann ist der gesuchte Widerstandswerth nach Kohlrausch

$$r = \left(1 + 0{,}805\,\frac{\triangle}{l}\right)\varrho\,\frac{l}{q}.$$

Bei conischen Leitern mit den Endquerschnittten q_1 und q_2 und der Länge l ist der Widerstand bei axialer Stromrichtung

$$r = \varrho \frac{l}{\sqrt{q_1 \cdot q_2}}.$$

Ein Mikroohmcm ist der tausendste Theil des specifischen Widerstandes in CGS-Einheiten.

Ist die Länge des Leiters abgemessen, dann setzt man an die Endpunkte dieser Abmessung Spitzen oder Schneiden, welche zugleich die Verbindungspunkte des Stromkreises für das Galvanometer bilden. Zur Bestimmung des specifischen Widerstandes des Leiters eignet sich besonders die Methode von Matthiesen und Hockin, bei welcher man mittelst eines Galvanometers äquipotentielle Punkte sucht. Es ist gut, die Schneiden von den Endpunkten, wo die Stromzuführung geschieht, in einiger Entfernung anzubringen, da dann die Messung durch den Ausbreitungswiderstand nicht beeinflusst wird. Wenn nämlich die Stromzuführung durch solche Leiterstücke (Klemmen) geschieht, welche im Verhältniss zum untersuchenden Leiter einen sehr grossen Querschnitt besitzen, dann sind die Querschnitte bei den Schneiden, senkrecht zur Axe des Leiters genommen, keine äquipotentiellen Flächen mehr, welcher Umstand die Widerstandsverhältnisse verändert.

Bei flüssigen Körpern giebt man keinen specifischen Widerstand, sondern nur das Leitungsvermögen an. Die Bestimmungsweise dieses Leitungsvermögens wurde schon an einem früheren Orte angegeben, hier sei nur noch bemerkt, dass diese Körper bei der Messung womöglich auf constanter Temperatur zn halten sind, da ihr Temperaturcoefficient gross ist und demzufolge jede Temperaturänderung den Widerstand des flüssigen Leiters stark beeinflusst.

VI. Kapitel.

Strommessungen.

Wenn zwei Punkte, in welchen die Potentiale die Werthe V_1 und V_2 besitzen, durch einen Leiter verbunden werden, dann entsteht im Leiter eine elektrische Strömung, und zwar wird die positive Elektricität vom Punkte höheren Potentiales nach dem von niedrigerem Potentiale überführt. Die Grösse der durch einen beliebigen Querschnitt des Leiters fliessenden Elektricitätsmenge hängt bei constanter Potentialdifferenz von der Zeit ab, während welcher der Strom den Leiter durchfliesst. Ist die während des Zeitraumes t überführte Elektricitätsmenge q, dann ist das Verhältniss

$$\frac{q}{t} = i$$

die Intensität oder die Stärke des elektrischen Stromes.

Die Stromstärke ist constant, solange unter gleichen Umständen die Potentialdifferenz zwischen den genannten Punkten constant bleibt, oder aber wenn in gleichen kleinsten Zeiträumen gleiche Elektricitätsmengen durch einen beliebigen Querschnitt des Leiters fliessen.

Zwischen der elektromotorischen Kraft, d. h. jener Kraft, welche in dem Leiter den elektrischen Strom hervorruft, dem Widerstande des Leiters und der ihn durchfliessenden Stromstärke besteht ein Zusammenhang, welcher durch das Ohm'sche Gesetz folgendermassen ausgedrückt werden kann. Sei die elektromotorische Kraft e constant, der elektrische Widerstand sei r, dann ist

$$r = \frac{e}{i}$$

wo i die Intensität des den Leiter durchfliessenden Stromes ist. Sind r und e bekannt, dann kann die Stromstärke als das Verhältniss der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes definirt werden, und zwar

$$i = \frac{e}{r}.$$

Diese Formel kann, wie wir später sehen werden, zur Bestimmung der Stromstärke benutzt werden.

Die praktische Einheit der Stromstärke ist das Ampère. Zwischen dieser praktischen und der absoluten elektromagnetischen Einheit der Stromstärke besteht der Zusammenhang, dass

$$1 \text{ Ampère} = 10^{-1} \text{ abs. el. magn. Einheiten der Stromstärke.}$$

Der tausendste Theil eines Ampère heisst Milliampère

$$1 \text{ Ampère} = 10^{3} \text{ Milliampère.}$$

Zur Bestimmung des Ampère kann man auch jenes Gesetz benutzen, laut welchem die Menge der aus einem Elektrolyten während einer bestimmten Zeit durch den Strom ausgeschiedenen Substanz proportional der Stromstärke ist. Ein constanter Strom hat die Stärke 1 Ampère, wenn durch ihn aus einer wässerigen Lösung von salpetersaurem Silber in einer Secunde 1,118 Milligramm Silber ausgeschieden wird.

Das elektrochemische Aequivalent einer Verbindung ist die in der Zeiteinheit von der Stromeinheit zersetzte Menge der Verbindung. Wenn nun das elektrochemische Aequivalent einer Verbindung bekannt ist, dann kann man jenes eines anderen Körpers leicht bestimmen. Aus obigem folgt, dass das elektrochemische Aequivalent des Silbers 0,001118 in Gramm ist, wenn man also das Verhältniss des chemischen Aequivalents zu jenem des Silbers mit 0,001118 multiplicirt, dann bekommt man das elektrochemische Aequivalent des fraglichen Körpers. Z. B. sei das elektrochemische Aequivalent des Kupfers zu bestimmen. Das chemische Aequivalent des Kupfers ist 31,59, jenes des Silbers 107,66, das Verhältniss beider also

$$\frac{31{,}59}{107{,}66} = 0{,}293.$$

Das elektrochemische Aequivalent des Silbers 0,001118 ist also mit 0,293 zu multipliciren, um dasjenige des Kupfers zu erhalten. Nach Durchführung dieser Rechnung bekommt man 0,000327574, das elektrochemische Aequivalent des Kupfers ist demnach in Milligramm 0,3275. Diese Zahl besagt, dass

1 Ampère in einer Secunde aus einer Kupferverbindung 0,3275 Milligramm Kupfer ausscheidet.

Die Elektricitätsmenge ist aus der Intensität des Stromes leicht zu berechnen. Wenn i die Intensität eines constanten Stromes ist, dann wird die Elektricitätsmenge q, welche in der Zeit t durch einen beliebigen Querschnitt des Leiters fliesst, sein.

$$q = it$$

Die praktische Einheit der Elektricitätsmenge ist das Coulomb.

1 Coulomb $= 10^{-1}$ abs. el. magn. Einheiten der Elektricitätsmenge.

Ein Coulomb ist jene Elektricitätsmenge, welche durch einen beliebigen Querschnitt des Leiters in der Zeiteinheit Secunde fliesst, wenn die Stärke des Stromes ein Ampère beträgt.

Messen der Stromstärke mittelst der Tangentenbussole.

Die Tangentenbussole ist ein Apparat, dessen Wirkung auf der magnetischen Wirkung des Stromes beruht. In dem Mittelpunkte eines kreisförmigen Leiters ist eine Magnetnadel so angebracht, dass sie sich um eine durch ihren Schwerpunkt hindurchgehende verticale Axe frei bewegen kann. Der Apparat muss so aufgestellt werden, dass die Ebene des kreisförmigen Leiters in die magnetische Meridianebene fällt. Dies ist dadurch zu erkennen, dass man in den Apparat einen constanten elektrischen Strom sendet und die Ablenkung der Magnetnadel beobachtet. Dann commutirt man den Strom und beobachtet wieder die Ablenkung. Sind diese Ablenkungen einander gleich, dann ist die Tangentenbussole richtig in die Meridianebene gestellt. Man muss ausserdem noch darauf achten, dass der Apparat horizontal aufgestellt werde, damit die Magnetnadel sich frei bewegen kann.

Wenn H die horizontale Feldstärke des Erdmagnetismus ist, r der Halbmesser des kreisförmigen Leiters, α der Ablenkungswinkel der Nadel, λ aber der Polabstand, dann ist die Intensität des den Leiter durchfliessenden Stromes

$$i = \frac{rH}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha.$$

Da in einem gewissen Zeitpunkte H für constant genommen werden kann, ist die Gleichung

$$i = c \operatorname{tg} \alpha,$$

wo c die Constante der Tangentenbussole ist. Die Intensität des Stromes ist also proportional der Tangente der Ablenkung der Magnetnadel. Wenn r in cm, H im absoluten Maasse gegeben sind, dann ergiebt sich die Stromstärke im absoluten Maasse. In Ampère bekommt man die so gemessene Intensität des Stromes dadurch, dass man den erhaltenen Werth mit 10 multiplicirt.

Die horizontale Intensität H des erdmagnetischen Feldes ist indes nicht ganz constant, weshalb man obige Formel auch folgendermassen schreibt

$$i = \frac{H}{G} \operatorname{tg} \alpha$$

wo G die Galvanometerconstante der Tangentenbussole bedeutet, und zwar ist

$$G = \frac{2\pi}{r}.$$

Im obigen Ausdrucke ist c der Reductionsfactor der Tangentenbussole, sie ist jene Stromstärke, bei welcher die Magnetnadel um $\alpha = 45^0$ abgelenkt wird, da $\operatorname{tg} 45^0 = 1$ ist. In diesem Falle ist also

$$i = c.$$

Der Reductionsfactor einer Tangentenbussole besteht aus zwei Theilen, nämlich aus der mit der Zeit veränderlichen Horizontalintensität H und der Galvanometerconstante G.

Die Wirkung des Stromes kann dadurch verstärkt werden, dass man mehrere Windungen anwendet. Ist die Anzahl der Drahtwindungen n, dann wird die Stromstärke durch den Ausdruck

$$i = \frac{rH}{2\pi n} \operatorname{tg} \alpha.$$

gegeben sein.

Die Windungen müssen so angebracht werden, dass sie miteinander concentrisch sind, da sie theoretisch denselben Radius und denselben Mittelpunkt haben sollten. Wenn die

Windungen dicht nebeneinander in mehreren Lagen angeordnet sind, dann nimmt man den mittleren Radius des kleinsten und des grössten Leiterkreises in Rechnung.

Die Zuleitung des Stromes muss so durchgeführt werden, dass der sie durchfliessende Strom auf die Magnetnadel nicht störend wirkt. Bei einer Anordnung, bei welcher die Magnetnadel an einem Faden aufgehängt ist, muss auch der Torsionscoefficient des Fadens in Rechnung gezogen werden. Ferner ist die Stromintensität mit der Tangente des Ablenkungswinkels nur dann proportional, wenn die Länge der Magnetnadel zu dem Durchmesser des Drahtringes vernachlässigt werden kann. Endlich sind noch die Aenderungen der Horizontalintensität zu berücksichtigen und sind Lokaleinflüsse sorgfältigst zu vermeiden.

Wenn der Querschnitt der Windungslage bei mehreren Windungen gegenüber dem Durchmesser der Kreiswindungen nicht klein genug ist, dann muss der Reductionsfactor verändert werden. Sei bei rechteckigem Querschnitte die Höhe der Windungslage gleich h, die Breite aber b, dann ist der corrigirte Reductionsfactor nach Kohlrausch folgender

$$c_1 = \frac{Hr}{2n\pi}\left(1 + \frac{1}{8}\frac{b^2}{r^2} - \frac{1}{12}\frac{h^2}{r^2}\right).$$

Wenn man alle oben angeführten Umstände in Betracht zieht, dann ist der Ausdruck der Stromintensität

$$i = \frac{Hr}{2n\pi}\left(1 + \frac{1}{8}\frac{b^2}{r^2} - \frac{1}{12}\frac{h^2}{r^2} - \frac{3}{16}\frac{\lambda^2}{r^2}\right)\left(1 + \frac{15}{16}\frac{\lambda^2}{r^2}\sin^2\alpha\right)\operatorname{tg}\alpha(1+\Theta)$$

wo λ die Poldistanz der Magnetnadel, Θ das Torsionsverhältniss des Aufhängefadens bedeutet.

Bestimmung des Reductionsfactors.

Der Reductionsfactor einer Tangentenbussole kann bestimmt werden, wenn man eine constante, bekannte elektromotorische Kraft und einen bekannten Widerstand zur Verfügung hat. Die elektromotorische Kraft kann durch ein Normalelement erzeugt werden. Man schaltet in den Stromkreis die Tangenten-

bussole, das Normalelement, den bekannten Widerstand und einen Commutator und beobachtet den Winkel α, welcher ein Mittelwerth der beiden Ablenkungen der Magnetnadel bei commutirtem Strome ist. Wenn r der Widerstand des Schliessungskreises ist, dann wird die Intensität des Stromes

$$i = \frac{e}{r} \text{ sein.}$$

Nehmen wir an, dass das Normalelement eine elektromotorische Kraft von 1 Volt hat, dann ist

$$i = \frac{1}{r} = c \operatorname{tg} \alpha.$$

Sei der Normalwiderstand gleich 1 Ohm, dann wird die Stromstärke in dem vorigen, jedoch mit 1 Ohm Widerstande veränderten Stromkreise

$$i_1 = \frac{1}{r+1} = c \operatorname{tg} \alpha_1$$

sein, wobei α_1 wieder ein Mittelwerth von zwei entgegengesetzten Ablenkungen ist.

Aus den letzten zwei Gleichungen folgt, dass

$$r \operatorname{tg} \alpha = (r+1) \operatorname{tg} \alpha_1$$

oder der Widerstand des Schliessungskreises

$$r = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_1}.$$

Somit ist der Reductionsfactor auch bekannt, denn der Werth r in die Gleichung

$$\frac{1}{r} = c \operatorname{tg} \alpha$$

eingesetzt, ergiebt den gesuchten Werth als

$$c = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha_1}.$$

Graduirung der Tangentenbussole.

Bei der Tangentenbussole ist die Stromstärke i bei einem Ablenkungswinkel α durch die Formel

$$i = c \operatorname{tg} \alpha$$

gegeben. c ist der Reductionsfactor der Tangentenbussole, und ist diese bekannt, dann kann die Bussole graduirt werden, d. h. man kann jene Winkel bestimmen, welche den Stromintensitäten 1, 2, . . . n entsprechen.

Aus obiger Gleichung folgt, dass

$$\text{tg } \alpha = \frac{i}{c}.$$

Wenn i die Werthe 1, 2, 3, . . . n annimmt, dann sind die Ablenkungen der Magnetnadel α_1, α_2, . . ., α_n und wird

$$\text{tg } \alpha_1 = \frac{1}{c}$$

$$\text{tg } \alpha_2 = \frac{2}{c}$$

$$\vdots$$

$$\text{tg } \alpha_n = \frac{n}{c}.$$

Hierdurch sind die der Intensitätseinheit des Stromes oder ihrer Mehrfachen entsprechenden Ablenkungswinkel bestimmt. Die Graduirung kann nach Ampère- oder nach anderen Einheiten durchgeführt werden, man kann sich eine Tabelle zusammenstellen, welche für verschiedene Ablenkungen die entsprechenden Stromstärken in Ampère- oder in der gewählten anderen Maasseinheit giebt.

Anwendung eines Nebenschlusses bei der Strommessung.

Wenn starke Ströme zu messen sind, dann wendet man einen Nebenschluss oder Shunt an, und berechnet aus der durch das Galvanometer fliessenden Stromstärke die Intensität im Hauptstromkreise. Das Galvanometer oder die Tangentenbussole wird mit einem Widerstand von bekannter Grösse parallel geschaltet, wodurch nur ein Theil des gesammten Stromes in die Galvanometerleitung gelangt. Der parallel geschaltete Widerstand muss constant bleiben, da sonst die Stromstärke im

Galvanometerkreise verändert wird und man auf die Hauptstromstärke falsche Ergebnisse erhalten würde.

Die Stromstärke im Galvanometerkreise kann berechnet werden, wenn man die Widerstände in Betracht zieht. Sei der Widerstand des Galvanometers r_1, jener des Nebenschlusses r_2, die Intensität im Hauptstromkreise J, im Galvanometerzweige i_1, im Nebenschlusse aber i_2, dann bestehen folgende Gleichungen:

$$J = i_1 + i_2$$
$$i_1 r_1 = i_2 r_2.$$

In diesem Falle sind zwei Widerstände, nämlich der Galvanometerwiderstand und der Nebenschlusswiderstand miteinander parallel geschaltet. Diese zwei Widerstände können durch einen resultirenden Widerstand ersetzt werden, dessen Grösse

$$R = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \text{ ist.}$$

Die Stromstärken in den einzelnen Zweigen stehen mit den Widerständen derselben in umgekehrtem Verhältnisse, d. h.

$$i_1 : i_2 = r_2 : r_1$$
$$\text{oder} \quad i_1 : i_2 = \frac{1}{r_1} : \frac{1}{r_2}.$$

Bei parallel geschalteten Leitern sind die Potentialgefälle längs der Leiter in Bezug auf die Abzweigungspunkte gleich

$$i_1 r_1 = i_2 r_2 = JR$$
$$\text{oder} \quad \frac{i_1}{\frac{1}{r_1}} = \frac{i_2}{\frac{1}{r_2}} = \frac{J}{\frac{1}{R}}.$$

Den Werth des resultirenden Widerstandes eingesetzt, wird

$$\frac{i_1}{\frac{1}{r_1}} = \frac{i_2}{\frac{1}{r_2}} = \frac{J}{\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2}} = J\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$$

sein. Hieraus bekommt man, dass

$$i_1 = J\frac{r_2}{r_1 + r_2}$$
$$\text{und} \quad i_2 = J\frac{r_1}{r_1 + r_2}$$

ist. Wenn man also im Tangentenbussolenkreise die Stromstärke i_1 misst, dann kann man die Intensität des Hauptstromes bestimmen, und zwar wird

$$J = i_1 \frac{r_1 + r_2}{r_2}.$$

Man wählt den Widerstand des Nebenschlusses so, dass er den

$$\frac{1}{9}, \frac{1}{99}, \frac{1}{999}, \ldots$$

Theil des Galvanometerwiderstandes bildet. Dann fliesst durch den Galvanometerzweig

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \ldots$$

Theil des Hauptstromes, man muss also den Werth der durch das Galvanometer gemessenen Stromstärke mit

$$10, 100, 1000, \ldots$$

multipliciren, um die Intensität des Hauptstromes zu erhalten.

Ein Nebenschluss oder Shunt wird in solchen Fällen angewendet, wenn die Intensität des zu messenden Stromes gross ist und so die Nadel des Galvanometers eine zu starke Ablenkung zeigen würde. Die Empfindlichkeit des Galvanometers kann also durch einen passend gewählten Nebenschluss beliebig verändert werden, man muss nur darauf achten, dass die Temperatur des Nebenschlusses immer dieselbe bleibt, da sonst der Widerstand desselben sich verändert und die Stromvertheilung dadurch in den einzelnen Zweigen auch verändert wird.

Messung der Stromstärke mittelst einer bekannten elektromotorischen Kraft.

Bei Anwendung eines Nebenschlusses fliesst durch den Galvanometerzweig ein Strom, dessen Intensität von dem Widerstande des Galvanometerzweiges und von jener Potentialdifferenz abhängt, welche zwischen den zwei Abzweigungspunkten auftritt. Wenn nun in dem Galvanometerzweig eine solche elektromotorische Kraft erzeugt wird, welche der ursprüng-

lich wirkenden elektromotorischen Kraft entgegenwirkt, dann kann bei vollständiger Compensation des Galvanometerstromes zwischen den vorhandenen Grössen eine solche Beziehung festgestellt werden, aus welcher man die Stromstärke im Hauptstromkreise bestimmen kann.

Man bildet zu diesem Zwecke einen Stromkreis, welcher in Figur 83 abgebildet ist. Im Hauptstromkreise ist die Intensität des Stromes J, im Nebenschlusse i_1, im Galvanometerzweige i_2. Wenn der Widerstand des Nebenschlusses R ist, dann ist der Spannnngsabfall zwischen den Punkten a und b

$$\triangle = i_1 R.$$

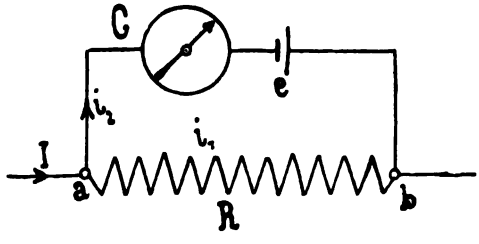


Fig. 83.

$\triangle$ ist die Potentialdifferenz zwischen den Punkten ab, zu welchen auch die Galvanometerleitung angeschlossen ist. Man schalte nun in den Galvanometerkreis ein Normalelement, welches eine EMK bestimmter Grösse hat und führe die Anordnung so aus, dass die Richtung der elektromotorischen Kraft e des Elementes entgegengesetzt zu jener von $\triangle$ sei. Im Galvanometerzweige wird hierdurch die Stromstärke insofern verändert, dass nun eine elektrische Strömung stattfindet, deren Grösse von der Potentialdifferenz $(\triangle - e)$ abhängt. Wenn diese Differenz negativ ist, dann ist die Richtung der elektrischen Strömung im Galvanometerzweige jener in der Figur eingezeichneten entgegengesetzt.

Der Widerstand R muss so beschaffen sein, dass man seinen Werth verändern kann. Bei der Messung verändert man R so lange, bis das Galvanometer keinen Ausschlag zeigt. In diesem Falle ist im Galvanometerzweig kein Strom, oder aber in diesem Falle halten $\triangle$ und e miteinander Gleichgewicht. Ist dies erreicht, dann muss

$$e = \triangle$$

sein. Im Allgemeinen wechselt $\triangle$, da einerseits der Widerstand R verändert wird, andererseits aber auch die Stärke des Stromes in R wechselt. Ist einmal im Galvanometerzweige kein Strom nachweisbar, dann fliesst durch R der Hauptstrom J, folglich ist $\triangle_1 = JR_1$

wo $\triangle_1$ und R_1 jene Potentialdifferenz- und Widerstandswerthe bedeuten, bei welchen der Galvanometer keinen Ausschlag mehr zeigt. Hieraus folgt, dass

$$\triangle_1 = e = JR_1$$

ist, woraus sich

$$J = \frac{e}{R_1}$$

ergiebt.

Man kann also in solcher Weise die Intensität des Stromes messen. Der Widerstand R muss aus solchem Materiale sein, dessen Widerstand sich mit der Temperatur nicht stark verändert, da sonst Fehlerquellen entstehen, welche nicht zu eliminiren sind.

Torsionsgalvanometer von Siemens & Halske.

Das Torsionsgalvanometer von Siemens & Halske kann sowohl für Strom- als auch für Spannungsmessung verwendet werden, und ist im Wesentlichen aus zwei Drahtrollen und aus einem entsprechend geformten Magneten zusammengestellt. Der Magnet hängt an einem Coconfaden und ist mit dem einen Ende einer Spiralfeder verbunden, deren anderes Ende auf einem, am oberen Theile des Apparates angebrachten Torsionskopfe befestigt ist. Der Torsionskopf hat einen Zeiger, welcher bei Verdrehung über einem in Graden eingetheilten Kreise den Verdrehungswinkel in Grade direct angiebt. Der bewegliche Theil des Apparates besitzt noch zwei leichte Flügel, welche zur Dämpfung dienen.

Vor Benutzung des Apparates löst man zuerst die Arretirungsschraube des Magnets, bringt den Zeiger des Torsionskopfes in den Nullpunkt der Kreistheilung und dreht den den ganzen Apparat tragenden Untertheil solange, bis der am Magnet befestigte Zeiger auch auf dem Nullpunkt steht. In

dieser Stelle wird die Grundplatte festgestellt und bei Messung die Klemmen des Apparates mit der Stromleitung so verbunden, dass die Ablenkung im entgegengesetzten Sinne der Uhrzeigerbewegung erfolgt.

Der Torsionskopf ist im entgegengesetzten Sinne der Ablenkung des Magnetzeigers so lange zu verdrehen, bis der letztere wieder in den Nullpunkt kommt. In diesem Falle ist also das Drehungsmoment der Spiralfeder gleich dem Drehungsmomente des den Magnet ablenkenden magnetischen Feldes, und der Torsionswinkel ist mit der Stärke des die Galvanometerrollen durchfliessenden Stromes proportional. So kann das Instrument direct zur Strommessung verwendet werden.

Ist die magnetische Intensität der Pole μ, die Intensität des die Spulen durchfliessenden Stromes J, dann ist die Wirkung des letzteren auf den Magnet mit μ und J proportional, d. h.

$$P = C\,\mu\,J$$

wo C einen Proportionalitätsfactor bedeutet. Das Drehungsmoment der Spirale ist mit dem Torsionswinkel proportional oder

$$p = c\varphi$$

wo c eine Constante, φ den Torsionswinkel bedeutet.

Im Gleichgewichtszustande ist $P = p$, daher

$$C\,\mu\,J = c\,\varphi$$

und hieraus

$$J = \frac{c}{C\,\mu}\varphi = C_1\,\varphi.$$

C_1 ist eine Constante, welche von der Horizontalintensität des erdmagnetischen Feldes unabhängig ist.

Die Justirung des Apparates beruht auf der Annahme, dass ein Strom von der Intensität 1 Ampère in einer Stunde 4,025 Gramm Silber niederschlägt, und dass nach dem Ohm'schen Gesetze

$$1 \text{ Volt} = 1 \text{ Ampère} \times 1 \text{ Ohm}$$

ist. Nachdem die Justirung des Apparates nicht genau durchgeführt werden kann, und auch die Kraft der Spiralfeder dem Torsionswinkel nicht genau proportional ist, muss zu jedem Apparate eine Correctionstabelle verfertigt werden, um bei der Messung die nöthigen Correctionen vornehmen zu können.

Das Torsionsgalvanometer ist so eingerichtet, dass es zur Messung stärkerer und schwächerer Ströme benutzt werden kann. Es besitzt zu diesem Zwecke solche Drahtrollen, deren Widerstand 1 Ohm resp. 100 Ohm beträgt. Zur Vergrösserung des Messbereichs werden dem Apparate Nebenschlüsse und Vorschaltwiderstände als Nebenapparate beigegeben. Die Nebenschlüsse gehören zur Strommessung, die Vorschaltwiderstände aber zur Spannungsmessung, und beide sind so eingerichtet, dass sie den Gesammtwiderstand zu einem einfachen Decimalwerth ergänzen.

Die Eintheilung des Kreises geht von 0^0 bis 170^0. Die Nebenschlüsse haben Widerstände von $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$, $\frac{1}{4999}$ und $\frac{1}{9999}$ Ohm, es kann also der Apparat zur Messung bei

$\frac{1}{9}$ Ohm Nebenschluss zur Messung bis 1,7 Ampère

$\frac{1}{99}$ „ „ „ „ „ 17 „

$\frac{1}{999}$ „ „ „ „ „ 170 „

$\frac{1}{4999}$ „ „ „ „ „ 850 „

$\frac{1}{9999}$ „ „ „ „ „ 1700 „ dienen.

Die Empfindlichkeit des Instrumentes ist hierbei in den einzelnen Fällen

$1^0 =$ 0,01 Ampère im Hauptstromkreise
$1^0 =$ 0,1 „ „ „
$1^0 =$ 1,0 „ „ „
$1^0 =$ 5,0 „ „ „
$1^0 =$ 10,0 „ „ „.

Die Zuleitungen sind so zu wählen, dass ihr Widerstand unter 0,01 Ohm bleibt.

Wenn das Galvanometer zur Messung schwacher Ströme benutzt werden soll, dann enthält es einen Widerstand von 100 Ohm und ist so justirt, dass ohne Nebenschluss 1^0 Torsions-

winkel 0,0001 Ampère entspricht. Da die Kreistheilung 170 Grade enthält, ist bei dieser Anordnung die maximale messbare Stromstärke ohne Nebenschluss 0,017 Ampère. Um auch etwas stärkere Ströme messen zu können, werden auch diesem Apparate Nebenschlüsse beigegeben, deren Widerstände $\frac{100}{9}$, $\frac{100}{99}$ und $\frac{100}{999}$ Ohm betragen. Es kann also das Instrument bei den Nebenschlüssen von

$\frac{100}{9}$ Ohm zur Messung bis 0,17 Ampère

$\frac{100}{99}$ „ „ „ „ 1,7 „

$\frac{100}{999}$ „ „ „ „ 17,0 „

benutzt werden, wobei die Empfindlichkeiten

im ersten Falle $1^0 = 0{,}001$ Ampère
„ zweiten „ $1^0 = 0{,}01$ „
„ dritten „ $1^0 = 0{,}1$ „

sind. Die Zuleitungen zum Apparate müssen so gewählt werden, dass ihr Widerstand unter 1 Ohm bleibt.

Dieser Apparat kann auch zur Spannungsmessung verwendet werden. In diesem Falle muss er mit einem Vorschaltwiderstand versehen werden. Um das Messbereich auch bei Spannungsmessungen vergrössern zu können, betragen die Werthe der Vorschaltwiderstände 900, 9900 und 99900 Ohm. Ueber die Verwendung des Apparates als Spannungsmesser wird im nachfolgenden Kapitel die Beschreibung sowie die Berechnungsweise folgen.

Strommessung mit dem Spiegelgalvanometer.

Bei den Spiegelgalvanometern ist der Magnet in einer Spule, also von Windungen eng umschlossen, auch sind seine Dimensionen zu jenen der Drahtspule nicht verschwindend klein, weshalb die Constante dieser Apparate sehr schwer auszurechnen ist. Es ist zweckmässiger, diese Constante durch

ein Experiment zu bestimmen, zu welchem Behufe man in denselben Stromkreis ein Instrument, welches vollständig bekannt ist, und das zu bestimmende Galvanometer einschaltet. Bei kleinen Ablenkungen ist die Stromstärke proportional noch der Tangente des Ablenkungswinkels, also

$$i = c \operatorname{tg} \alpha,$$

wenn i die Stromintensität, α den Ablenkungswinkel bedeutet. c ist die zu bestimmende Constante des Galvanometers. Wenn in denselben Stromkreis mit dem Galvanometer noch eine Tangentenbussole eingeschaltet ist, deren Constante schon früher bestimmt wurde, dann kann man dieselbe Stromstärke folgendermassen ausdrücken $i = c_1 \operatorname{tg} \alpha_1$

wo c_1 die bekannte Constante der Tangentenbussole, α_1 aber jenen Ablenkungswinkel bedeutet, welcher der Stromintensität i entspricht.

Aus beiden Gleichungen folgt, dass

$$c \operatorname{tg} \alpha = c_1 \operatorname{tg} \alpha_1$$

oder hieraus die gesuchte Constante des Galvanometers

$$c = c_1 \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Eine andere Methode der Bestimmung der Constante des Galvanometers besteht darin, dass man in denselben Stromkreis ein Silbervoltameter schaltet und den constanten Strom längere Zeit wirken lässt. Die Ablenkungen des Galvanometerspiegels werden mittelst eines Fernrohrs mit Hilfe einer fixen Skalentheilung in gleichen Zeitinterwallen abgelesen und am Ende der Messung aus den so erhaltenen Werthen der Mittelwerth genommen. Sind die einzelnen Ablenkungen z. B. bei einer Tangentenbussole $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, der Mittelwerth aber α, und ist die in einer bestimmten Zeit ausgeschiedene Menge des Silbers q, dann ist die Constante

$$c = \frac{q}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Bei Spiegelgalvanometern ist der Magnet an einem Faden aufgehängt, welcher einen Spiegel trägt. Die Ablenkung des Spiegels kann subjectiv und objectiv beobachtet werden. Bei

dem ersteren ist dem Spiegel gegenüber eine Skalentheilung, sowie ein Fernrohr angebracht, mittelst welchem man bei einer Ablenkung die Bewegungen der Spiegelbilder der Skalentheilung beobachten kann. Wenn der Magnet in seiner Ruhelage verbleibt, dann zeigen auch die Spiegelbilder der Skalentheilung durch das Fernrohr betrachtet keine Bewegung.

Bei der objectiven Beobachtung wird von einer Lichtquelle ein Lichtstreifen auf den Hohlspiegel des Galvanometers geworfen und das reflectirte Licht mit einem entsprechend aufgestellten Schirme aufgefangen. Jede Bewegung des Spiegels verursacht eine Bewegung des reflectirten Lichtstreifens, man kann also ganz kleine Bewegungen auch bestimmt beobachten.

Ist die Constante eines Spiegelgalvanometers c, der Ablenkungswinkel α, der diesem Winkel entsprechende abgelesene Skalentheil φ, dann ist die Intensität des Stromes, vorausgesetzt, dass die Ablenkung klein ist

$$i = c \operatorname{tg} \alpha = c \varphi.$$

Die Empfindlichkeit des Spiegelgalvanometers kann dadurch erhöht werden, dass man sogenannte astatische Nadelpaare verwendet. Ein astatisches Nadelpaar besteht aus zwei, womöglich ganz gleichen Magnetnadeln, welche miteinander so verbunden sind, dass der Nordpol des einen Magnets über dem Südpol des anderen zu liegen kommt. Die erdmagnetische Kraft kann bei dieser Anordnung nur in dem Maasse wirken, als es der Differenz der magnetischen Massen der beiden Nadeln entspricht, und ist die Beschaffenheit der Magnetnadeln eine solche, dass sie in jeder Hinsicht einander gleich sind, dann verbleiben diese, zu einem astatischen Paar vereinigt, in jeder Lage stehen. Die Richtkraft des magnetischen Feldes der Erde übt auf sie gar keine Wirkung aus.

In der Wirklichkeit werden diese Nadeln einander nie ganz gleich gemacht, wodurch erreicht wird, dass der Erdmagnetismus zwar auf sie wirkt, jedoch die Wirkung eine geschwächte ist. Hierin liegt eben die Ursache, warum diese Anordnung das Galvanometer empfindlicher macht. Die Wirkung der magnetischen Richtkraft der Erde wird geschwächt, wodurch

die ablenkende Wirkung des Stromes leichter zur Geltung kommen kann, und auch sehr schwache Ströme schon eine ziemlich grosse Ablenkung verursachen können.

Das Differentialgalvanometer.

Das Differentialgalvanometer besteht aus zwei Drahtspulen, welche einander gegenüber stehen und welche gegenseitig, aber in entgegengesetztem Sinne auf einen Magnet wirken. Wenn durch die Drahtrollen die Ströme i_1 und i_2 fliessen, die Constanten der Drahtspulen c_1 und c_2 sind, dann ist bei kleiner Ablenkung des Magnets die Tangente des Ablenkungswinkels mit der Differenz der Stromstärken proportional d. h.

$$\operatorname{tg} \alpha = c_1 i_1 - c_2 i_2.$$

Die Drahtrollen werden so verfertigt, dass ihre Constanten einander gleich sind. In diesem Falle ist also

$$c_1 = c_2 = c$$

$$\text{und} \quad \operatorname{tg} \alpha = c (i_1 - i_2).$$

$\operatorname{tg} \alpha = o$ wenn $i_1 = i_2$, wenn also beide Drahtrollen gleiche Constanten haben, dann kann man das Differentialgalvanometer zur Vergleichung zweier Ströme benutzen. Die Galvanometerrollen werden zu diesem Zwecke ganz gleich gewickelt und ihre Widerstände werden auch einander gleich gemacht. Bei der Vergleichung beider Rollen werden diese in denselben constanten Stromkreis hintereinander und entgegengesetzt geschaltet. Dann wird die Schaltung geändert, und die Spulen werden mit denselben Abzweigungspunkten verbunden, also parallel geschaltet, jedoch in der Weise, dass ihre Wirkungen auf den Magnet entgegengesetzt sind. In beiden Fällen muss die Ablenkung des Magnets Null bleiben, ist dies nicht der Fall, dann sind die Stromspulen einander nicht genau gleich.

Wenn die Ablenkung bei Nebeneinanderschaltung der Spulen Null ist, jedoch bei Hintereinanderschaltung nicht verschwindet, dann sind die Widerstände der beiden Spulen zwar einander gleich, jedoch sind sie in ihren magnetischen Wirkungen ungleich. In diesem Falle hilft man sich dadurch, dass man

den Strom bei der Messung in beiden Spulen commutirt und aus den beobachteten Ablenkungen des Magnets den Mittelwerth nimmt.

Galvanometer mit beweglicher Spule und fixen Magneten.

Da bei den Galvanometern die Wirkung zwischen der Drahtrolle und dem Magnete eine gegenseitige ist, kann auch eine solche Anordnung geschaffen werden, bei welcher die Magnete stehen, die Drahtspule aber beweglich ist. Fliesst nun ein Strom durch die Drahtrolle, dann erfährt sie bei entsprechender Aufstellung eine Ablenkung, aus deren Grösse man auf die Intensität des Stromes schliessen kann.

Ist die Intensität des den Drahtrahmen durchfliessenden Stromes i, die durch die Drahtspule begrenzte Fläche f, dann kann der Rahmen durch einen solchen Magnet ersetzt werden, dessen magnetisches Moment fi ist. Der Drahtrahmen befindet sich in seiner Ruhelage im magnetischen Meridian, und wird er durch die Wirkung des Stromes mit dem Winkel α abgelenkt, dann besteht die folgende Gleichung für die Gleichgewichtslage

$$Hfi \cos \alpha = C\alpha$$

wo H die Intensität des magnetischen Feldes, C aber den Torsionscoefficient des die Rolle tragenden Aufhängungsdrahtes ist. Aus der gegebenen Gleichung kann i bestimmt werden,

$$i = \frac{C}{Hf} \frac{\alpha}{\cos \alpha}.$$

Bei der Aufstellung muss man genau darauf achten, dass der Aufhängefaden schon ursprünglich keine Torsion habe, da sonst die Constante des Apparates verändert wird. Da indessen dies nicht vollständig zu erreichen ist, verfährt man bei der Messung in der Weise, dass man den Strom commutirt und den Mittelwerth aus den erhaltenen Ablesungen nimmt. Seien diese Ablesungen α_1 und α_2, dann ist die Intensität des Stromes

$$i = \frac{C}{Hf} \frac{\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}}{\cos \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}}.$$

Elektrodynamometer.

Zur Messung der Stromstärke gehören ausser den bereits angeführten Apparaten auch die Elektrodynamometer. Bisher wirkten Magnete und Ströme aufeinander, und aus der Grösse der Ablenkung folgerte man auf die Intensität des elektrischen Stromes. In allen Fällen waren die Ablenkungen mit der Intensität des Stromes proportional, bei den Elektrodynamometern indessen sind die Ablenkungen mit dem Quadrate der Stromintensität proportional.

Das Elektrodynamometer besteht aus zwei Drahtspulen, welche aufeinander senkrecht stehen. Diese Drahtrahmen sind hintereinander geschaltet, einer der beiden ist fix befestigt, während der andere sich bewegen kann. Die bewegliche Spule ist an einem Faden aufgehängt und steht mit einer Spiralfeder in Verbindung, welche der ablenkenden Wirkung des Stromes entgegenwirkt. Fliesst nun ein Strom durch beide Drahtrahmen, dann erfährt die bewegliche Spule eine Ablenkung, welche mit der Torsionskraft der Spiralfeder compensirt werden muss. Zu diesem Behufe ist die bewegliche Spule mit einem Zeiger verbunden, welcher über einen Index spielt. Bei einer Ablenkung ertheilt man im entgegengesetzten Sinne der Spiralfeder mit Hülfe eines Torsionskopfes eine solche Torsion, welche die bewegliche Spule in ihre ursprüngliche Lage zurückbringt. Am Torsionskopfe ist ein Zeiger angebracht, welcher an einer Kreistheilung die Grösse des ertheilten Torsionswinkels anzeigt.

Wenn C die Constante des Elektrodynamometers bedeutet, und ein Strom durch den Apparat fliesst, dessen Intensität i ist, dann ist die Wirkung der beiden Stromkreise mit dem Producte der Intensitäten proportional. Die Stromspulen sind bei dem Elektrodynamometer hintereinander geschaltet, folglich sind die Stromstärken in den beiden Spulen einander gleich und die Wirkung W der Stromkreise aufeinander ist durch die Formel

$$W = C i^2$$

ausgedrückt.

Die Stromwirkung wird mit einer Torsion compensirt. Wenn α der Torsionswinkel ist, mit welchem man die Spiralfeder verdrehen muss, um zwischen den wirkenden Kräften Gleichgewicht herstellen zu können, dann ist das Torsionsmoment

$$T = C_1 \alpha$$

wo C_1 eine Constante bedeutet.

Im Gleichgewichtsfalle ist $W = T$ also

$$Ci^2 = C_1 \alpha$$

oder hieraus $$i = C_2 \sqrt{\alpha}.$$

C_2 ist die Constante des Elektrodynamometers, welche empirisch bestimmt werden muss. Man schaltet zu diesem Behufe das Elektrodynamometer und ein Normalinstrument in denselben constanten Stromkreis hintereinander und beobachtet beide Instrumente bei verschiedenen Stromstärken. Der Werth der Constante lässt sich dann folgendermassen berechnen:

$$C_2 = \frac{i}{\sqrt{\alpha}}$$

Wenn die beobachteten Stromstärken am Normalinstrument $i_1, i_2, \ldots, i_n$ sind, die entsprechenden Torsionswinkel aber $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, dann berechnet man aus den zusammengehörenden Werthen die Constanten

$$C_2' = \frac{i_1}{\sqrt{\alpha_1}}$$

$$C_2'' = \frac{i_2}{\sqrt{\alpha_2}}$$

$$\vdots$$

$$C_2^n = \frac{i_n}{\sqrt{\alpha_n}}.$$

Aus den so gefundenen Werthen ergiebt sich die Constante des Elektrodynamometers als ein Mittelwerth, d. h.

$$C_2 = \frac{C_2' + C_2'' + \ldots C_2^n}{n}.$$

Die bewegliche Spule wird von einem Strome durchflossen, sie verhält sich also als ein Magnet. Wegen dieses Umstandes

muss bei der Aufstellung des Apparates darauf geachtet werden, dass der Erdmagnetismus nicht störend einwirke. Dies kann dadurch vermieden werden, dass man die Ebene der beweglichen Drahtspirale noch vor der Messung auf den magnetischen Meridian senkrecht stellt. Ein zweiter Umstand, auf welchen man achten muss, ist jener, dass die fixe und die bewegliche Spirale im stromlosen Zustande aufeinander senkrecht stehen.

Bei der Aufstellung des Elektrodynamometers wird zuerst die bewegliche Rolle in sich kurzgeschlossen und durch die fixe Spule werden Wechselströme geschickt. Der Torsionskopf muss nun so lange verdreht werden, bis der Zeiger der beweglichen Rolle auf den Nullpunkt steht. Ist dies erreicht, dann stehen die Spulen senkrecht aufeinander. Um auch die zweite Bedingung zu erfüllen, nämlich, dass die Ebene der beweglichen Spule im stromlosen Zustande auf den magnetischen Meridian senkrecht steht, löst man die Kurzschliessung der Spule, schaltet sie in einen constanten Stromkreis ein, nachdem man den Stromkreis der fixen Spirale unterbrochen hat, und dreht den ganzen Apparat so lange, bis der Zeiger der beweglichen Spule wieder auf den Nullpunkt zu stehen kommt. Dann ist die Ebene der Spule senkrecht auf den magnetischen Meridian und der Apparat kann zur Messung verwendet werden.

Die Intensität des Stromes kann auch dadurch gemessen werden, dass man den Ablenkungswinkel φ der beweglichen Drahtspule beobachtet und keine Torsionskraft wirken lässt, um die Spule in ihre ursprüngliche Lage zurück zu bringen. Vorausgesetzt, dass die Ablenkung eine kleine ist, wird bei Vernachlässigung der Wirkung des Erdmagnetismus die Intensität des Stromes bei bifilarer Aufhängung

$$i = \sqrt{\frac{\Theta}{CF}} \sqrt{\operatorname{tg}\varphi}$$

wo Θ eine von der Aufhängung abhängige Constante, C die Galvanometerconstante, F aber die Windungsfläche der beweglichen Spule bedeutet.

Für unifilare Aufhängung ist folgende Formel gültig

$$i = \sqrt{\frac{\Theta}{CF}} \sqrt{\frac{\varphi}{\cos \varphi}}.$$

Bei diesen Messungen muss φ möglichst klein sein. Um diese kleinen Ablenkungen genau messen zu können, wird die bewegliche Rolle mit einem Spiegel versehen und die Bewegungen desselben werden mittelst eines Fernrohres oder mit einem reflectirten Lichtstrahl beobachtet in derselben Weise wie bei den Spiegelgalvanometern.

Die Richtung der Ablenkung kann durch einfache Commutation nicht verändert werden, es muss zu diesem Zwecke die Richtung des Stromes in einer der beiden Drahtrollen geändert werden. Wenn der Strom seine Richtung in beiden Rollen gleichzeitig ändert, dann bleibt der Sinn der gegenseitigen Wirkung der Spulen aufeinander derselbe und die Richtung der Ablenkung ändert sich nicht. Wegen dieser Eigenschaft sind die Elektrodynamometer auch in Wechselstromkreisen gut verwendbar und eignen sie sich z. B. bei Widerstandsmessungen der Flüssigkeiten statt den Telephons als empfindliche Galvanometer.

Voltameter.

Messinstrumente, welche zur Messung der Stromstärke dienen und welche auf der chemischen Wirkung des elektrischen Stromes beruhen, heissen Voltameter. Bei diesen Apparaten wird die zersetzende Eigenschaft des elektrischen Stromes zu chemischen Reactionen angewandt und die Intensität des Stromes wird aus der ausgeschiedenen Menge des Elektrolyten bestimmt.

Wenn ein Strom von der Stärke i während der Zeit t auf einen Elektrolyten wirkt, dessen elektrochemisches Aequivalent m ist, dann ist die ausgeschiedene Menge der Substanz

$$Q = m\,i\,t$$

und hieraus

$$i = \frac{Q}{m\,t}.$$

Wenn das elektrochemische Aequivalent einer Substanz bekannt ist, dann kann man in einem gegebenen Falle die Intensität des Stromes dadurch messen, dass man während des Zeitraumes t die ausgeschiedene Menge Q der Substanz bestimmt. Hierbei ist nöthig, dass die Stärke des Stromes constant bleibt. Ist dies nicht der Fall, dann giebt die Messung eine mittlere Stromintensität.

Das elektrochemische Aequivalent einer Substanz kann dadurch bestimmt werden, dass man in einen Stromkreis von constanter Intensität einen Zersetzungsapparat und einen Normalstrommesser hintereinander schaltet. Der Stromkreis wird hierauf geschlossen und der Zeitraum t, während welchem der Strom wirkt, beobachtet. Die Stromintensität i giebt das Normalinstrument, während die ausgeschiedene Menge der Substanz nach der Messung durch Wägung ermittelt wird. Sei das gesuchte elektrochemische Aequivalent m, die während der Zeit t aus der Substanz ausgeschiedene Menge bei einer Stromintensität i sei q, dann ist

$$m = \frac{q}{it}$$

d. h. das elektrochemische Aequivalent einer Substanz ist jene Menge des Elektrolyten, welche in der Zeiteinheit durch die Einheit der Stromstärke ausgeschieden wird. Da die Stromstärke nie ganz constant erhalten werden kann, beobachtet man ihren Werth während der Messung mehrere Male und nimmt aus den so erhaltenen Werthen einen Mittelwerth. Man kann auch einen Ballastwiderstand in den Stromkreis schalten, um eventuelle grössere Stromschwankungen ausgleichen zu können.

Wenn i in *CGS*-Einheiten gemessen wird, dann bekommt man m auch in *CGS*-Einheiten. Um das elektrochemische Aequivalent auf Ampère beziehen zu können, dividirt man den Werth für *CGS*-Einheiten mit 10.

Das elektrochemische Aequivalent ist demnach jene Anzahl von Gramm der Substanz, welche durch ein Ampère in einer Secunde aus der Substanz ausgeschieden wird.

Das Elektrolyt kann eine beliebige Substanz sein. Bei voltametrischen Messungen verwendet man aber gewöhnlich eine Lösung von salpetersaurem Silber, Kupfersulphat oder angesäuertes Wasser, und dementsprechend unterscheidet man Silbervoltameter, Kupfervoltameter und Wasservoltameter.

Das Silbervoltameter.

Das Silbervoltameter ist eine Zersetzungszelle, bei welcher die Anode aus chemisch reinem Silber, die Kathode aber aus Platin besteht. Das Silber hat gewöhnlich eine Stabform von ca. 5 mm Dicke und ist mit einer untergehängten Glasschale oder mit Musselin versehen, um das Herabfallen der Silbertheilchen zu verhüten. Ein Platintiegel, welcher mit einer Lösung von reinem salpetersaurem Silber gefüllt ist, bildet die Kathode. Diese Lösung besteht aus 15 bis 30 Gewichtstheilen salpetersaurem Silber in 85 bis 70 Gewichtstheilen destillirtem Wasser.

Vor der Messung wird ein Silberniederschlag am Platin hergestellt und nachher die Platinschale einer Waschung unterzogen. Das Waschen geschieht zuerst in kaltem, dann in warmem, destillirtem Wasser, später wird der Tiegel zum Trocknen erwärmt und nachdem er ausgekühlt ist, abgewogen. Die Wägung muss aber sehr genau durchgeführt werden, da doch die Genauigkeit der Strommessung von der Genauigkeit der Wägung abhängt. Ist einmal das Gewicht des Tiegels bestimmt, dann schaltet man den Apparat wieder in den Stromkreis und lässt den Strom während eines genau beobachteten Zeitraumes wirken. Eine genaue Uhr ist bei dieser Messung nothwendig. Nach der Messung wird die Lösung aus dem Tiegel behutsam ausgeleert, um etwaige lose Silberstücke nicht zu verschütten, und das ganze Wasch- und Wägeverfahren wird wiederholt. Die durch beide Wägungen sich ergebende Gewichtsdifferenz giebt die Masse des ausgeschiedenen Silbers.

Sei die im Zeitraume von t Minuten durch den Strom aus-

geschiedene Menge des Silbers m Gramm, dann ist die auf eine Secunde fallende Gewichtsmenge

$$g = \frac{m}{60 \cdot t}.$$

Ein Strom von der Stärke 1 Ampère scheidet aus einer reinen, wässerigen Lösung von salpetersaurem Silber in einer Secunde 0,001 118 Gramm Silber aus, wenn also die Intensität des zu messenden Stromes J ist, dann wird

$$0{,}001\,118\, J = \frac{m}{60 \cdot t}$$

sein und hieraus

$$J = \frac{m}{60 \cdot 0{,}001\,118\, t} = 14{,}908\, \frac{m}{t} \text{ Ampère}$$

wo m in Gramm auszudrücken ist. In CGS-Einheiten bekommt man die Stromstärke, wenn man obigen Werth mit 10 dividirt, also

$$J = 1{,}4908\, \frac{m}{t} \text{ in } CGS\text{-Einheiten.}$$

Um guten und gleichmässigen Silberniederschlag bekommen zu können, darf die Stromdichte nicht zu gross genommen werden. Als Minimum kann eine Stromdichte von 0,02 Ampère pro 1 cm^2 wirksame Kathodenfläche genommen werden. Die Zersetzung soll solange dauern, bis der Niederschlag mindestens 0,5 Gramm beträgt. Nach den Vorschriften des Board of the Trade Committee soll der Strom mindestens eine halbe Stunde wirken.

Das Kupfervoltameter.

Das Kupfervoltameter besteht aus drei Kupferplatten, welche in einer concentrirten Lösung von reinem schwefelsaurem Kupfer stehen. Die mittlere Platte ist die Kathode, die zwei seitlichen bilden die Anode und sind untereinander leitend verbunden. Die Kathode ist von ihrem Gestelle leicht entfernbar.

Die Lösung besteht aus 1 Theile Kupfersulfatsalz in 3 Theilen destillirtem Wasser. Um sie leitender zu machen,

kann man ihr auch Schwefelsäure zugeben, man muss jedoch vorsichtig vorgehen, da viel Säure das Kupfer der Kathode auflöst. Eine andere Lösung ist folgende: 1 Liter reine 12% Kupfersulfatlösung wird mit $^1/_2$ Gramm 1% reine Schwefelsäure enthaltender Kupfersulfatlösung gemischt.

Der Vorgang bei der Messung ist derselbe wie bei dem Silbervoltameter. Es wird ein frischer Kupferniederschlag an der Kathode hergestellt, dann die Platte gewaschen, rasch abgetrocknet und gewogen. Die Wägung und das Trocknen müssen rasch geschehen, damit sich der Kupferüberzug nicht sehr oxydirt. Oxydflecke dürfen überhaupt auf der Platte nicht vorhanden sein.

Das elektrochemische Aequivalent des Kupfers in Gramm ist 0,000 328, folglich ist die Intensität des Stromes, welche in t Minuten aus der Lösung m Gramm Kupfer ausscheidet

$$J = \frac{m}{60 \cdot 0{,}000\,328\, t} = 50{,}81 \frac{m}{t} \text{ Ampère.}$$

oder $$J = 5{,}081 \frac{m}{t} \, CGS\text{-Einheiten.}$$

Die Stromdichte ist bei dem Kupfervoltameter 0,04 Ampère pro 1 cm² Kathodenfläche. Die Stromwirkung muss bei gleicher Stromstärke das dreifache jener des Silbervoltameters sein.

Bei der Wägung verfährt man nach der Tarirmethode oder nach der Methode der doppelten Wägung.

Die Tarir-Methode der Wägung besteht darin, dass man das zu bestimmende Gewicht G mit beliebigen Taragewichten austarirt. Die Wägung ergiebt, dass

$$T = G + a$$

wo T das Taragewicht, a aber die an der Skala zu beobachtende Gleichgewichtslage des Wagebalkens bedeutet. a kann aus drei unmittelbar aufeinander folgenden Ausschlägen des Wagebalkens bestimmt werden, und zwar sind diese Ausschläge α, β, γ, dann ist

$$a = \frac{\frac{\alpha + \gamma}{2} + \beta}{2}.$$

Hierauf ersetzt man G bei unverändertem T durch Normalgewichte N, wodurch $T = N + b$
wo b dieselbe Bedeutung hat wie im ersten Falle a.

Aus den beiden Gleichungen ergiebt sich, dass

$$G + a = N + b$$
$$\text{oder } G = N + (b - a).$$

Bei der Methode der doppelten Wägung legt man das zu bestimmende Gewicht auf eine Waagschale, auf die andere aber Normalgewichte, dann bekommt man, dass

$$G = N + c \text{ ist.}$$

Bei Vertauschung der Gewichte ist

$$G = N - d$$

und durch Vergleichen der so erhaltenen Gleichungen bekommt man das gesuchte Gewicht G als

$$G = N + \left(\frac{c - d}{2}\right).$$

Die Skalentheile der Ablenkungen des Waagebalkens können in Milligrammen ausgedrückt werden, wenn man die Empfindlichkeit der Waage bei der betreffenden Belastung bestimmt. Man beobachtet den Ausschlag des Waagebalkens bei der fraglichen Belastung, wenn das Gewicht in einer Schale mit 1 Milligramm vermehrt wird. Dies giebt ein Maass der Empfindlichkeit der Waage.

Das Wasservoltameter.

Ein drittes Voltameter, welches sich von den bisher beschriebenen darin unterscheidet, dass nicht das Gewicht, sonden das Volumen der ausgeschiedenen Substanz gemessen wird, ist das Wasservoltameter. Bei diesem Apparate wirkt der Strom auf Wasser, welches mit 10 bis 20% reiner Schwefelsäure angesäuert wird, um besser leitend zu werden. Die Schwefelsäure hat ein specifisches Gewicht von 1,05 bis 1,14. Die Elektroden sind Platinbleche, welche mit Platindrähten als Zuleitungen versehen sind. Die Platindrähte sind in das Glasgefäss eingeschmolzen, ihre Enden bilden die Zuleitungspole des Apparates.

Das sich bildende Knallgas wird in eine mit Theilung versehene Glasröhre aufgefangen und aus seinem Volumen die Intensität des zersetzenden Stromes bestimmt. Die Flüssigkeit absorbirt den ausgeschiedenen Sauerstoff, weshalb es zweckmässig ist, dieselbe Flüssigkeit mehrere Male zu benutzen. So wird die Menge des absorbirten Sauerstoffes immer kleiner und der Fehler bei der Messung immer minderer. Es ist auch üblich, wegen dieses Umstandes den Sauerstoff entweichen zu lassen und nur den Wasserstoff aufzufangen. Aus dem Volumen des aufgefangenen Wasserstoffes berechnet man das Volumen des Knallgases, indem man dasjenige des Wasserstoffes mit 1,5 multiplicirt. Es ist auch darauf zu achten, dass die durch die entweichenden Gase mitgerissenen Wasserdämpfe zurückgehalten werden. Um dies zu erreichen, führt man das Gasgemisch durch eine mit concentrirter Schwefelsäure angefüllten Vorlage, in welcher die Wasserdämpfe absorbirt werden.

Bei dem Messen reducirt man die erhaltenen Volumen, auf Volumen bezogen auf 0^0 C. Wenn V_t das beobachtete Volumen des Knallgases bei t^0 C Temperatur ist, V_o jenes bei 0^0 C, dann ist nach Mariotte-Gay-Lussac

$$V_o = \frac{p V_t}{(1 + \alpha t)\, 760}$$

wo p der Druck des Gases am Ende des Versuches auf 0^0 C Temperatur bezogen und α der Ausdehnungscoefficient des Gases ist.

Wenn am Ende des Versuches die Flüssigkeit im Auffangsrohre über der Fläche der im äusseren Gefässe sich befindenden Flüssigkeit in einer Höhe h sich befindet, dann ist der Druck des trockenen Gases auf 0^0 C bezogen

$$p = b - \frac{h}{13{,}596} - \varepsilon,$$

vorausgesetzt, dass die Röhre am Anfange des Versuches mit Flüssigkeit vollgefüllt war. In dieser Formel bedeutet b den beobachteten Barometerstand, $\frac{h}{13{,}596}$ den Druck der Wasser-

säule auf Quecksilber bezogen, ε aber den Druck des Wasserdampfes in dem aufgefangenen Gase, da letzteres mit Wasserdampf gesättigt ist. Bei genauen Bestimmungen muss der Barometerstand auch auf 0° reducirt werden. Wenn b_t der bei der Temperatur t^0 C beobachtete Barometerstand ist, dann wird derselbe, auf 0° C bezogen, folgenden Werth haben

$$b_o = b_t (1 - [\gamma - \delta] t)$$

wo γ den cubischen Ausdehnungscoefficienten des Quecksilbers, δ aber den linearen Ausdehnungscoefficienten der Skala bedeutet. Zur Reduction des Barometerstandes auf 0° C kann zwischen den Temperaturen von 15° bis 25° C folgende Tabelle benutzt werden.

Temperatur in Celsius	Beobachteter Barmometerstand in Millimeter			
	720	740	760	780
15	1,76	1,81	1,86	1,91
16	1,88	1,93	1,98	2,03
17	1,99	2,05	2,10	2,16
18	2,11	2,17	2,23	2,29
19	2,23	2,29	2,35	2,41
20	2,34	2,41	2,47	2,54
21	2,46	2,53	2,60	2,67
22	2,58	2,65	2,72	2,79
23	2,69	2,77	2,84	2,92
24	2,81	2,89	2,97	3,05
25	2,93	3,01	3,09	3,17

Für verdünnte Schwefelsäure sind die Werthe der Spannkraft des Wasserdampfes bei verschiedenen Temperaturen die folgenden:

Temperatur C°	5	10	15	20	25	30
ε für 10% Säure	6,3	8,8	12,2	16,7	22,6	30,3 mm
ε für 20% Säure	5,7	8,0	11,2	15,3	20,7	27,7 mm

Wenn das Gas nicht über Wasser, sondern über einer Flüssigkeit vom specifischen Gewichte σ aufgefangen wird, dann ist

$$p = b - \frac{H\sigma}{13{,}596} - ke$$

wo nach Kohlrausch*) der Factor k für verschiedene Procentgehalte der Schwefelsäure folgende Werthe annimmt:

Schwefelsäuregehalt in %	18	20	27	33
Werthe von k	0,9	0,88	0,8	0,7

Ein Strom von der Intensität 1 Ampère entwickelt in einer Secunde 0,174 Kubikcentimeter Knallgas, bezogen auf 0° C und 760 mm Quecksilberdruck. Fliesst der Strom durch das Wasservoltameter während der Zeit T, dann ist die Intensität des Stromes J aus dem entwickelten Gasvolum V zu berechnen, und zwar ist

$$V = JT\,0{,}174 = \frac{p\,v_t}{(1+\alpha t)\,760}.$$

Hieraus bekommt man

$$J = \frac{p\,v_t}{(1+\alpha t)\,760}\,\frac{1}{0{,}174\,T}\ \text{Ampère}$$

wo $\alpha = \frac{1}{273}$ ist.

Bestimmung der Grösse der Ablenkung einer Galvanometernadel.

Bei elektrischen Messungen muss man oft die Ablenkung einer Galvanometernadel beobachten, und hängt die Genauigkeit der Messung mit der Genauigkeit der Ablesung eng zusammen. Um die durch einen Strom bewirkte Ablenkung einer Galvanometernadel genau bestimmen zu können, kann man verschiedene Methoden anwenden.

Eine Methode besteht darin, dass man während der Messung den Strom im Galvanometerkreise umschaltet und so entgegengesetzte Ablenkungen hervorruft. Das arithmetische Mittel der beiden entgegengesetzten Ablenkungen giebt die gesuchte Ablenkung der Galvanometernadel.

*) F. Kohlrausch: Leitf. der prakt. Physik.

Eine andere Methode ist einfacher, da sie das Commutiren des Stromes nicht bedingt. Es werden nur drei, unmittelbar aufeinander folgende Elongationen der Magnetnadel beobachtet und aus diesen Werthen der richtige Ablenkungswerth berechnet. Wenn α, β und γ drei unmittelbar aufeinander folgende Ablenkungen sind, von denen α und γ nach einer Richtung, β aber in entgegengesetzte Richtung fällt, dann ist die richtige Ablenkung der Galvanometernadel

$$a = \frac{\frac{\alpha + \gamma}{2} + \beta}{2}.$$

In vielen Fällen ist die Bewegung der Galvanometernadel gedämpft, um sie schnell in die Gleichgewichtslage bringen zu können. Wenn eine Dämpfung vorhanden ist, dann muss man auch das Dämpfungsverhältniss in Betracht ziehen. Nach Gauss ist das Dämpfungsverhältniss einer Anordnung das Verhältniss zweier aufeinander folgenden Elongationen der Magnetnadel und das logarithmische Dekrement ist der Logarithmus des Dämpfungsverhältnisses.

Das Dämpfungsverhältniss kann also bestimmt werden, wenn man z. B. die Elongationen φ_m und φ_n beobachtet, wo φ_m und φ_n die m- resp. n-te Elongation ist. Wird das Dämpfungsverhältniss mit k bezeichnet, dann ist

$$k = \left(\frac{\varphi_m}{\varphi_n}\right)^{\frac{1}{n-m}}$$

und das logarithmische Dekrement

$$\lambda = \log k = \frac{1}{n-m} [\log \varphi_m - \log \varphi_n].$$

Wenn man natürliche Logarithmen anwendet, dann bekommt man das natürliche logarithmische Dekrement Λ, also

$$\Lambda = 2{,}3026\ \lambda$$

da der Modul des natürlichen Logarithmensystems 2,3026 ist.

Dämpfungsfactor ist das Verhältniss der Ausschläge eines schwingenden Magnets, wenn er gedämpft und nicht gedämpft ist. Wenn der Ausschlag bei Dämpfung φ, der entsprechende

Ausschlag bei keiner Dämpfung φ_o ist, dann wird der Dämpfungsfactor durch das Verhältniss

$$K = \frac{\varphi_o}{\varphi} \text{ ausgedrückt,}$$

oder da $\varphi_o = \varphi\, e^{\frac{\Lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}} = \varphi\, k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}}$

ist, wo e die Basis des natürlichen Logarithmensystemes bedeutet, folgt, dass

$$K = k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}} \text{ ist.}$$

Bei der Multiplicationsmethode wiederholt man in geeigneten Zeitintervallen Stromstösse von gleicher Stärke und vergrössert so die Ablenkung des Magnets des Galvanometers. Die Wiederholung der Stromstösse ist immer dann zu bewerkstelligen, wenn der Magnet sich in den Umkehrpunkten befindet. Um die Ablenkungen vergrössern zu können, müssen die aufeinander folgenden Stromstösse entgegengesetzte Richtungen haben. Infolge der Dämpfung nähern sich die Ausschläge einem Grenzwerthe, aus welchem man die gesuchte Ablenkung ermitteln kann. Sei dieser Maximalwerth der Ablenkung nach einer Richtung φ_1, nach der entgegengesetzten Richtung φ_2, dann ist der dem einmaligen Stromstoss entsprechende Ausschlag

$$\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \frac{k-1}{k}$$

wo k das Dämpfungsverhältniss bedeutet.

Diese Methode ist nur dann anwendbar, wenn man k genau kennt und wenn die Dämpfung gross genug ist. Bei kleiner Dämpfung ist die Beobachtung der Schwingungen sehr langwierig. Die Methode ist zum Nachweis eines sehr schwachen Stromes gut verwendbar.

Die Zurückwerfungsmethode besteht darin, dass man der Magnetnadel durch einen Stromimpuls einen Ausschlag nach einer Seite ertheilt und sie frei schwingen lässt, bis sie durch

die Gleichgewichtslage zum entgegengesetzten Umkehrpunkt kommt und eine entgegengesetzte Schwingung beginnend sich wieder der Gleichgewichtslage nähert. In dem Augenblicke, wo sie diese Lage erreicht hat, ertheilt man ihr einen Impuls in solchem Sinne, dass sie zurückgeworfen wird. Dies wiederholt man bei jeder zweiten Rückkehr der Magnetnadel in die Ruhelage. Die Ablenkungen der Magnetnadel erreichen Maximalwerthe den grösseren und kleineren Schwingungen entsprechend. Man beobachtet nun die so entstehenden maximalen Schwingungsbögen und berechnet daraus den Ausschlag für einen Stromstoss.

Sei der maximale Schwingungsbogen den grösseren Ablenkungen entsprechend φ_1, jener für die kleineren φ_2, dann ist der gesuchte Ausschlag der Magnetnadel

$$\varphi = \frac{\varphi_1^2 + \varphi_2^2}{2\sqrt{\varphi_1 \varphi_2}}.$$

Endlich sei noch die Strommessung nach der ballistischen Methode erwähnt. Zu diesem Zwecke verwendet man ein ballistisches Galvanometer, dessen beweglicher Theil eine solche Schwingungsdauer hat, dass die Dauer des Stromstosses ihr gegenüber vernachlässigt werden kann. Man bestimmt die durch den Stromstoss entladene Elektricitätsmenge, woraus man die mittlere Stromstärke dadurch berechnet, dass man sie mit der Zeitdauer der Entladung dividirt. Wenn nämlich die fragliche Elektricitätsmenge Q ist, die Entladungszeit aber t, dann wird die Intensität des Stromes

$$J = \frac{Q}{t} \text{ sein.}$$

Wenn der Ausschlag der Galvanometernadel φ ist, C aber den Reductionsfactor und τ die Schwingungsdauer der ungedämpften Nadel auf unendlich kleine Bogen reducirt bedeuten, dann ist

$$Q = C\frac{\tau}{\pi}\varphi K$$

wo K der Dämpfungsfactor ist.

Die Zeitdauer des Stromstosses kann dadurch ermittelt werden, dass man durch den Galvanometer einen constanten Strom von der Intensität J durchlässt, da

$$Q = Jt = C\frac{\tau}{\pi}\varphi K$$

und $J = C \operatorname{tg} \alpha$

woraus die gesuchte Zeitdauer

$$t = \frac{\tau}{\pi}\frac{\varphi K}{\operatorname{tg}\alpha}.$$

Calibriren von Strommessern.

Bei dem Calibriren von Strommessern werden die zu untersuchenden Instrumente mit einem Normalinstrument in einen Stromkreis geschaltet. Um die Intensität des Stromes verändern zu können, schaltet man noch in den Stromkreis einen Rheostaten. Die Apparate sind in Serie geschaltet, folglich zeigen sie denselben Strom an. Die Schaltungsweise für zwei Apparate ist aus Figur 84 ersichtlich. E ist die Stromquelle, C ein Contact, womit der Strom im ganzen Stromkreise unterbrochen werden kann, R ist der Rheostat, N das Normalinstrument, A aber der zu calibrirende Strommesser.

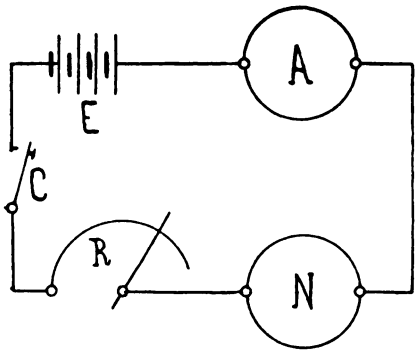


Fig. 84.

Bei der Messung fängt man bei minimaler Stromstärke an, es ist in diesem Falle also im Rheostat ein maximaler Widerstand eingeschaltet. Mit dem allmählichen Ausschalten des Rheostatenwiderstandes wächst die Stromstärke im Stromkreise und die Ablenkungen der Messinstrumente werden immer grösser. Die Ablenkungen an beiden Apparaten müssen in demselben Zeitpunkte genau abgelesen werden, da die Stromstärke sich mit der Zeit ändert. Die Beobachtungen werden

in eine Tabelle zusammengefasst und aus den zusammengehörenden Werthen ein Diagramm verfertigt. Auf die Coordinatenaxen trägt man die Beobachtungen von den beiden Instrumenten, die Verbindungslinie der erhaltenen Punkte giebt die Calibrirungskurve des untersuchten Strommessers.

Die procentuelle Abweichung p der Beobachtungen kann folgendermassen bestimmt werden. Sei die Ablesung am Normalinstrument n, jene für denselben Zeitpunkt an dem zu calibrirenden Apparate a, dann ist

$$p = \frac{(n - a)\,100}{a} \%.$$

VII. Kapitel.

Spannungsmessungen.

Zwischen zwei Punkten herrschende Spannungsdifferenz kann durch die elektrometrische oder statische und durch die elektrokinematische Methode bestimmt werden. Bei den elektrometrischen Messinstrumenten wirken solche Körper aufeinander, welche verschiedene Potentiale haben, und aus der Grösse der gegenseitigen Wirkung wird die zwischen diesen Körpern herrschende Potentialdifferenz bestimmt. Die zweite Methode beruht auf der gegenseitigen Beziehung zwischen der Spannungsdifferenz, des Widerstandes und der Stromstärke. Bei letzterer Methode muss bemerkt werden, dass die ursprüngliche Spannungsdifferenz immer grösser ist als die gemessene, da durch das Anlegen des Messapparates an die Stromleitung der Spannungsunterschied beeinflusst wird.

Die statische Methode ist sowohl für constante als auch für veränderliche Stromquellen anwendbar, nur muss man auf die Isolirung der Leiter grosse Sorgfalt legen. Paraffin ist zu diesem Zwecke gut verwendbar, auch trockenes und vollständig reines, schweres Glas.

Wenn durch einen Leiter von dem Widerstande r ein Strom von der Stärke i fliesst, dann ist der Spannungsabfall längs dieses Leiters $e = ir$.

Dies ist die Spannungsdifferenz zwischen den Endpunkten des Leiters. Sie ergiebt sich in solchen Einheiten, in welchen i und r gemessen sind. Die praktische Einheit des Spannungsunterschiedes ist das Volt, wenn also i in Ampère, r in Ohm gemessen werden, dann bekommt man e in Volt.

Um die Spannungsdifferenz an den Enden eines Leiters bestimmen zu können, muss man nur den Widerstand dieses Leiterstückes, sowie die Stärke des den Leiter durchfliessenden Stromes messen.

In derselben Weise lässt sich auch die elektromotorische Kraft einer constanten Stromquelle messen. Man bildet hierzu einen Stromkreis und misst die Intensität des Stromes. Der Widerstand bedeutet in diesem Falle den gesammten Widerstand des Stromkreises, er besteht also aus drei Theilen und zwar aus dem inneren Widerstande r_e der Stromquelle, aus dem äusseren Widerstande r_a des Stromkreises und aus dem Widerstande r_g des Strommessers. r_a ist ein veränderlicher Rheostatenwiderstand, in ihm sind auch die Widerstände der Zuleitungen miteinbegriffen.

Wenn ε die elektromotorische Kraft der Stromquelle ist, dann folgt nach dem Ohm'schen Gesetze bei einer Stromintensität i, dass $e = i\,(r_e + r_a + r_g)$.

In diesem Ausdrucke sind r_e und r_g zumeist unbekannte Grössen, weshalb man sie eliminiren muss. Zu diesem Zwecke verändert man den Rheostatenwiderstand r_a auf r'_a und stellt folgende Gleichung auf:

$$e = i_1\,(r_e + r'_a + r_g)$$

vorausgesetzt, dass die elektromotorische Kraft der Stromquelle constant bleibt.

Aus obigen zwei Gleichungen ergiebt sich für die gesuchte elektromotorische Kraft folgender Ausdruck:

$$e = i\,i_1\,\frac{r_a - r'_a}{i_1 - i}.$$

Bei schwachen Strömen kann man den Spannungsunterschied zwischen zwei Punkten eines Leiters von kleinem Widerstande auch mittelst eines Strommessers bestimmen, wenn der Widerstand des Strommessers gross genug ist. Nach dem Ohm'schen Gesetze ist der gesuchte Spannungsunterschied durch ein Product gegeben, welches aus der gemessenen Stromstärke und aus dem Widerstande des Strommessers besteht.

Bei dynamischen Spannungsmessungen fällt der Werth des Spannungsunterschiedes durch Anlegen des Spannungsmessers ab, weshalb der gemessene Spannungsunterschied nicht der wahre ist. Wenn zwischen zwei Punkten der Widerstand des Leiters r ist, wenn ferner der Widerstand des Spannungsmessers den Werth R, die gemessene Spannung aber jenen von e beträgt, dann wird die wahre Spannung

$$E = e\left(1 + \frac{r}{R}\right)$$

sein. Aus dieser Formel ersieht man, dass $E = e$ nur dann genommen werden kann, wenn der Widerstand des Leiterstückes zu dem Widerstande des Spannungsmessers genommen, verschwindend klein ist.

Die Klemmenspannung und die elektromotorische Kraft einer Stromquelle sind verschiedene Grössen. Wenn der äussere Stromkreis geschlossen wird, dann fliesst durch das ganze Leitersystem ein Strom, dessen Grösse von der elektromotorischen Kraft und dem Gesammtwiderstande abhängt. Die Stromquelle hat einen inneren Widerstand von bestimmter Grösse, weshalb bei geschlossenem äusseren Stromkreis in der Stromquelle selbst ein Spannungsverlust entsteht. Die Klemmenspannung ist die Differenz der elektromotorischen Kraft und des genannten Spannungsverlustes. Bei geöffnetem Stromkreise ist letzterer Spannungsverlust Null und die Klemmenspannung mit der elektromotorischen Kraft identisch.

Sei die Klemmenspannung e, die elektromotorische Kraft E, der innere Widerstand der Stromquelle r, der äussere

Widerstand des Stromkreises R. Nach Schliessen des Stromkreises entsteht ein Strom von der Intensität J, es ist also

$$E = J(r + R).$$

Ferner $$e = JR.$$

Aus diesen Gleichungen bekommt man das Verhältniss der Spannungen als ein Verhältniss von Widerständen, und zwar

$$\frac{e}{E} = \frac{R}{r + R}.$$

Bei sehr grossem äusseren Widerstande kann man r vernachlässigen, in diesem Falle ist also $e = E$.

Elektrodynamische Spannungsvergleichung.

Ohm'sche Methode.

Bei dieser Methode wird eine elektromotorische Kraft zur Vergleichung anderer elektromotorischen Kräfte benutzt. Die bekannte, zur Vergleichung dienende elektromotorische Kraft wird durch ein Normalelement hergestellt. Das zu untersuchende Element wird mit einem grossen Widerstande geschlossen und die Stromintensität durch einen eingeschalteten Strommesser bestimmt, Dann schaltet man an Stelle der früheren Stromquelle das Normalelement und beobachtet wieder die Stromstärke.

Sei die zu bestimmende elektromotorische Kraft e, die elektromotorische Kraft des Normalelementes e_1, der Widerstand im ersten Falle R, im zweiten R_1, endlich die Stromintensitäten J und J_1, dann ist

$$e = JR$$

resp. $$e_1 = J_1 R_1$$

folglich $$\frac{e}{e_1} = \frac{JR}{J_1 R_1}.$$

Die Widerstände der beiden Stromkreise sind verschieden, da die inneren Widerstände der Stromquellen auch verschieden sind. Man kann den Widerstand des Schliessungs-

kreises so wählen, dass durch den Strommesser immer derselbe Strom angezeigt wird. Hierdurch wird die Berechnung einfacher, da $J = J_1$ und

$$e = e_1 \frac{R}{R_1} \quad \text{wird.}$$

Eine Modification dieser Methode stammt von Fechner her. Man kann nämlich die Widerstände der Stromkreise constant erhalten und die Stromintensitäten messen. In diesem Falle verhalten sich die elektromotorischen Kräfte wie die beobachteten Stromintensitäten, also

$$\frac{e}{e_1} = \frac{J}{J_1}$$

und hieraus $e = e_1 \frac{J}{J_1}$.

Bei diesen Methoden sind in die Widerstände der Widerstand des äusseren Stromkreises, der Widerstand des Strommessers und der innere Widerstand der Stromquelle miteinbegriffen. Wenn der äussere Widerstand gross genug gewählt wird, dann können die übrigen Widerstände vernachlässigt und bloss der Rheostatenwiderstand in Rechnung gezogen werden, wodurch die ganze Berechnung sehr vereinfacht werden kann, umsomehr, da die inneren Widerstände der Stromquellen zumeist unbekannte Grössen sind.

Wiedemann schaltet das zu untersuchende Element mit dem Normalelement in denselben Stromkreis und zwar einmal gleichgerichtet, ein andermal aber gegeneinander geschaltet. Die elektromotorischen Kräfte addiren sich respective wirken gegeneinander, weshalb folgende Beziehungen bestehen:

$$e + e_1 = JR$$

resp. $e - e_1 = J_1 R$

und $\frac{e + e_1}{e - e_1} = \frac{J}{J_1}$.

Aus dieser Gleichung kann e bestimmt werden

$$e = e_1 \frac{J_1 + J}{J - J_1}.$$

Ein Nachtheil dieser Methode besteht darin, dass bei der Zusammenschaltung der Elemente durch das schwächere Element Ströme fliessen, welche die elektromotorische Kraft verändern.

Compensationsmethoden.

Die bisher angeführten Methoden sind nur dann anwendbar, wenn die elektromotorischen Kräfte constant sind und durch die Stromstärke nicht beeinflusst werden. Da diese Bedingungen fast nie erfüllt werden, können diese Methoden für genaue Messungen nicht angewandt werden.

Für genaue Messungen sind besondere Methoden anzuwenden. Bei diesen Methoden muss der Stromkreis nicht ständig geschlossen bleiben, auch fliesst durch das Normalelement kein Strom, weshalb eine elektromotorische Kraft nicht verändert wird. Während der Messung werden die Widerstände so gewählt, dass das Normalelement keinen Strom erhält. Diese Methoden compensiren Spannungsunterschiede, weshalb sie Compensationsmethoden genannt werden.

Mit den Compensationsmethoden können die elektromotorischen Kräfte constanter und inconstanter Stromquellen bestimmt werden, weshalb man diese Methoden bei genauen Spannungsmessungen anwendet. Der Strom hat keinen bemerkenswerthen schädlichen Einfluss, da er nur kurze Zeit geschlossen werden braucht.

Compensationsmethode Poggendorff-Dubois-Reymond.

Man bildet zwei Stromkreise, welche gegeneinander geschaltet sind. Der eine Stromkreis enthält ein Galvanometer G_1 (Fig. 85) und ein Normalelement N, der andere das eine der zu vergleichenden Elemente und ein Galvanometer G_2. Die so gebildeten Stromkreise hängen durch den veränderlichen Widerstand R zusammen.

Bei der Messung wird R solange verändert, bis das Galvanometer G_2 keinen Strom anzeigt. Es ist dann die von dem einen Stromkreise hervorgerufene Potentialdifferenz zwischen den Punkten a und b durch die des zweiten Stromkreises compen-

sirt. Wenn in diesem Falle das Galvanometer G_1 einen Strom von der Intensität i zeigt, dann ist

$$E = i\,R.$$

Hierauf bringt man an Stelle M das andere zu vergleichende Element und compensirt wieder den Stromkreis.

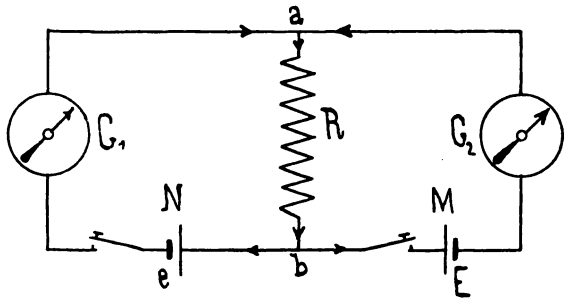


Fig. 85.

Bei einer elektromotorischen Kraft E_1 wird der den veränderten Widerstand R_1 durchfliessende Strom die Intensität i_1 haben und

$$E_1 = i_1\,R_1.$$

Aus beiden Gleichungen ergiebt sich, dass

$$E : E_1 = i\,R : i_1\,R_1.$$

Diese Bestimmungsweise ist durch einen calibrirten Brückendraht sehr bequem durchzuführen. In Fig. 86 ist $a\,b$ der Brückendraht, c ein Laufcontact, e das Normalelement, G ein Galvanometer. Der andere Stromkreis enthält die Stromquelle E, deren elektromotorische Kraft zu bestimmen ist.

Der Laufcontact c muss am Brückendrahte solange verschoben werden, bis das Galvanometer keinen Strom zeigt. Ist dies erreicht, dann verhalten sich die elektromotorischen Kräfte wie die betreffenden Widerstände, also

$$E : e = R : r$$

wo R den Gesammtwiderstand des Stromkreises $aEba$, r den Widerstand des Drahtstückes ac bedeutet. Der Widerstand des Brückendrahtes kann so gross gewählt werden, dass der übrige Widerstand des Stromkreises $aEba$ daneben vernachlässigt werden kann. Wenn dieser grosse Widerstand mit R_1

schaltet. Der Läufer muss natürlich auf Null zurückgebracht werden. Sind die zu vergleichenden elektromotorischen Kräfte e_1 und e_2, dann ist

$$e_1 = e_2 \frac{150 - \alpha_1}{150 - \alpha_2},$$

wenn der Läufer nach Seite A verschoben wurde und

$$e_1 = e_2 \frac{150 + \alpha_1}{150 + \alpha_2},$$

wenn der Läufer auf Seite B des Apparates steht.

Spannungsmessung mit dem Universalwiderstandskasten.

Der Widerstandskasten ist in Fig. 88 schematisch dargestellt. Die Einrichtung desselben ist schon bekannt von der

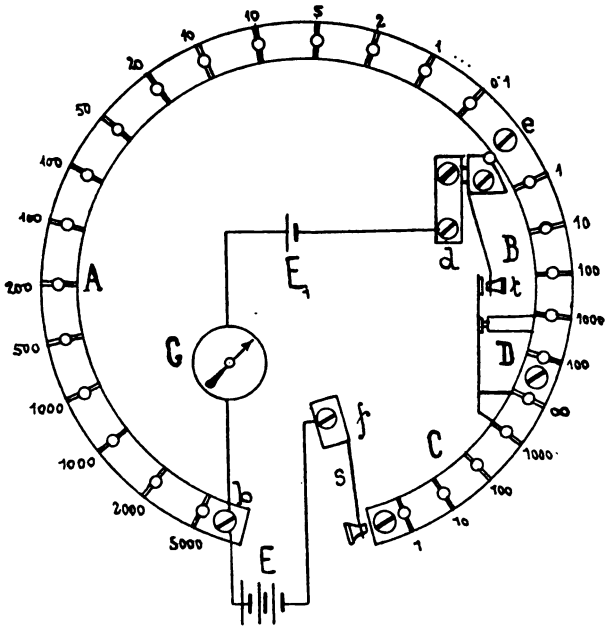


Fig. 88.

Widerstandsmessung. Soll der Widerstandskasten zu Spannungsmessungen verwendet werden, dann ist die Schaltung folgende:

Zwischen b und f kommt das Normalelement, dessen elektromotorische Kraft E sei. Die zu vergleichende elektromotorische Kraft ist E_1, das betreffende Element wird zu den Klemmen $b\,d$ geschaltet. Dieser Stromkreis enthält auch ein Galvanometer. Der Stöpsel zwischen e und d wird herausgenommen, der mit ∞ bezeichnete Punkt aber gestöpselt. Nun wird von dem Vergleichswiderstande A soviel eingeschaltet, bis das Galvanometer keinen Strom zeigt. Die Stromkreise werden durch die Taster s und t geschlossen. Die Messung muss sowohl für E als auch für E_1 durchgeführt werden, und man bekommt

$$E_1 = \frac{A+B+D}{A+B+D+C+r}\,E$$

wenn r den Widerstand des Normalelementes einschliesslich der Zuleitungen bedeutet.

Methode von L. Clark.

Bei der Methode von Clark bleiben beide zu vergleichende Elemente stromlos, welcher Umstand ein Vorzug ist. Die Schaltungsweise ist aus Fig. 89 ersichtlich. Die zu vergleichen-

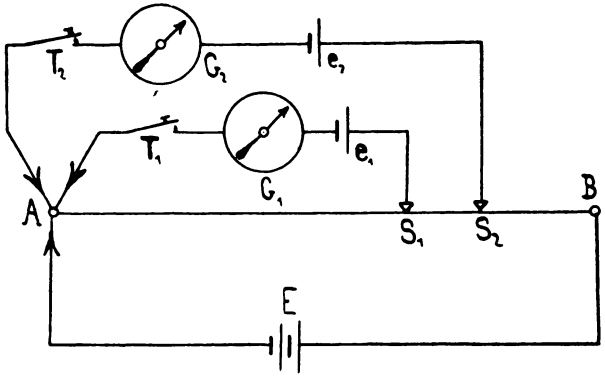


Fig. 89.

den elektromotorischen Kräfte sind e_1 und e_2, während die Hülfsbatterie die elektromotorische Kraft E besitzt. Man bildet zunächst einen Hauptstromkreis, welcher aus der Hülfsbatterie

und einem Brückendrahte $A\,B$ von grossem Widerstande besteht. Die zu vergleichenden Elemente werden in eigene Stromkreise geschaltet, welche aus je einem Element, einem Galvanometer und einem Contactschlüssel bestehen.

In der Figur sind die so entstehenden Stromkreise einerseits zum Punkte A, andererseits zu den Schleifcontacten S_1 und S_2 geschaltet, welche letztere längs des Brückendrahtes verschoben werden können.

Bei der Messung stellt man zuerst den Hauptstromkreis her, dann schliesst man durch den Taster T_1 den ersten Stromkreis und compensirt letzteren durch Verschieben des Laufcontactes S_1. Bei vollständiger Compensation zeigt das Galvanometer G_1 keinen Strom an. Ebenso verfährt man mit dem zweiten Stromkreis. Die Compensation kann hier durch die Verschiebung des Contactes S_2 durchgeführt werden. Die Stromkreise sind so angeordnet, dass der Strom von allen Seiten zu dem Punkte A fliesst.

Wenn die Compensationen durchgeführt sind, dann können aus den beobachteten Widerständen die elektromotorischen Kräfte berechnet werden Sei der Strom, der durch den Messdraht fliesst, in diesem Falle J, die Widerstände der Drahtstücke $A\,S_1 = r_1$ und $A\,S_2 = r_2$, dann folgt, dass

$$e_1 = J\,r_1$$

$$\text{und} \quad e_2 = J\,r_2$$

$$\text{oder} \quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{r_1}{r_2}.$$

Wenn e_2 die elektromotorische Kraft eines Normalelementes ist, dann kann e_1 auch numerisch bestimmt werden, und zwar

$$e_1 = e_2 \frac{r_1}{r_2}.$$

Die Messung mit dieser Methode ist nur dann durchführbar, wenn die elektromotorische Kraft E der Hülfsquelle grösser als e_1 und e_2 ist.

Torsionsgalvanometer.

Das Torsionsgalvanometer von Siemens kann ausser der Stromintensitätsmessung auch zu Spannungsmessungen dienen. Der Apparat ist so eingerichtet, dass der Torsionswinkel der Spiralfeder mit der das Galvanometer durchfliessenden Stromintensität proportional ist, da aber der Widerstand des Galvanometers auch constant bleibt, folgt, dass der Torsionswinkel auch der Spannung proportional ist, welche an den Zuleitungsklemmen des Apparates herrscht.

Sei z. B. die Potentialdifferenz an zwei Punkten eines Leiters Δ. Durch Anlegen des Torsionsgalvanometers fällt diese Spannung auf den Werth Δ' ab, da der Gesammtwiderstand des Stromkreises durch das Parallelschalten vermindert wurde. Wenn der Widerstand des zwischen beide Punkte fallenden Leiterstückes R ist, dann wird bei einer Stromintensität J

$$\Delta = JR$$

sein.

Wird das Torsionsgalvanometer an die genannten Punkte angelegt, dann verzweigt sich der Strom in den Hauptkreis und das Galvanometer, folglich ist

$$\Delta' = J'R$$

wenn J' die Intensität des Stromes im Hauptstromkreise ist. Bezeichnet man noch den Galvanometerstrom mit i, dann ist

$$J = J' + i.$$

Die Grösse des Spannungsabfalles durch Anlegen des Apparates ist desto verschwindender, je kleiner i ist. Darum schaltet man mit dem Galvanometer in Serie einen anderen Widerstand z, welcher ein Stöpselrheostat ist, um mit ihm die Empfindlichkeit des Galvanometers auch verändern zu können. Wenn der Widerstand des Galvanometers g ist, dann wird der Widerstand des ganzen Galvanometerkreises, abgesehen von den Zuleitungen

$$G = z + g$$

sein.

Das Leiterstück ist mit dem Galvanometerkreise parallel geschaltet, folglich sind die Stromintensitäten nach dem bereits erörterten Stromverzweigungsgesetze in den einzelnen Zweigen

$$J' = J \frac{G}{G + R}$$

resp.

$$i = J \frac{R}{G + R}.$$

Das Galvanometer zeigt die Spannungsdifferenz Δ'

$$\Delta' = \delta = iG = i\,(z + g).$$

Der Strom i kann auch durch jenen Torsionswinkel ausgedrückt werden, welchen man der Spiralfeder geben muss, um den Magnet des Apparates in seine ursprüngliche Gleichgewichtslage zurückbringen zu können. Bedeutet φ diesen Winkel, ist c die Constante des Apparates, dann ist

$$i = c\,\varphi$$

oder

$$\Delta' = \delta = c\,\varphi\,(z + g).$$

Das Torsionsgalvanometer für stärkere Ströme ist so justirt, dass einer Potentialdifferenz von 1 Volt der Torsionswinkel von 1^0 entspricht, wenn der Gesammtwiderstand des Galvanometerkreises, ausschliesslich der Zuleitungen 1000 Ohm beträgt.

In diesem Falle ist also

$$i = \frac{1}{1000} \text{ Ampère}$$

und die Constante

$$c = \frac{1}{1000}.$$

Der Widerstand der Galvanometerspulen ist g, und zwar

$$g = 1 \text{ Ohm}.$$

Bei den für starke Ströme angefertigten Apparat ist also die Formel

$$\Delta' = \delta = \frac{z + 1}{1000}\,\varphi$$

anzuwenden, wenn man die Potentialdifferenz messen will.

Die Empfindlichkeit des Apparates kann durch Veränderung des Vorschaltwiderstandes z verändert werden. Gewöhnlich sind fünf Abstufungen der Empfindlichkeit hergestellt und zwar

Empfindlichkeit	1	2	3	4	5	je nachdem der
Vorschaltwiderstand $z =$	0	9	99	999	9999	Ohm ist.

Bezeichnen δ_1, δ_2, δ_3, δ_4 und δ_5 die diesen Empfindlichkeiten entsprechenden Spannungen, dann ist

				Spannungsdifferenz
$\delta_1 = \frac{0+1}{1000}\varphi = \frac{1}{1000}\varphi$	d. h.	1^0	Torsion entspricht	0,001 Volt
$\delta_2 = \frac{9+1}{1000}\varphi = \frac{1}{100}\varphi$	„	1^0	„ „	0,01 „
$\delta_3 = \frac{99+1}{1000}\varphi = \frac{1}{10}\varphi$	„	1^0	„ „	0,1 „
$\delta_4 = \frac{999+1}{1000}\varphi = 1\ \varphi$	„	1^0	„ „	1 „
$\delta_5 = \frac{9999+1}{1000}\varphi = 10\ \varphi$	„	1^0	„ „	10 „

Die grösste ertheilbare Torsion ist 170^0, folglich sind die maximalen Spannungen, welche mit dem Apparate gemessen werden können

bei der Empfindlichkeit	1	0,001	$\cdot 170^0 =$	0,17 Volt
„ „ „	2	0,01	$\cdot 170^0 =$	1,7 „
„ „ „	3	0,1	$\cdot 170^0 =$	17 „
„ „ „	4	1	$\cdot 170^0 =$	170 „
„ „ „	5	10	$\cdot 170^0 =$	1700 „

Der Maximalstrom, welcher bei vorschriftsmässiger Behandlung durch den Apparat gehen kann, ist

$$i = c\varphi = \frac{1}{1000}\,170 = 0{,}17 \text{ Ampère.}$$

Eine andere Ausführung des Apparates dient für schwächere Ströme. Der Widerstand der Galvanometerspule ist 100 Ohm, und der Apparat ist so justirt, dass der Potentialdifferenz 1 Volt der Torsionswinkel 1^0 entspricht, wenn der Gesammtwiderstand

$$G = z + g = 10000 \text{ Ohm}$$

ist. Die Constante dieses Galvanometers ist also

$$c = \frac{1}{10000}$$

d. h. 1^0 Torsionswinkel bedeutet 0,0001 Ampère Stromstärke.

Die zur Bestimmung der Potentialdifferenz gültige Formel lautet also $\Delta' = \delta = c\varphi\,(z + g) = \frac{z + 100}{10000}\,\varphi.$

Hier sind vier Empfindlichkeiten herstellbar und zwar

Empfindlichkeit	1	2	3	4	bei einem
Vorschaltwiderstand von $z =$	0	900	9900	99900	Ohm.

Ebenso sind die messbaren Spannungen bei

$\delta_1 = \frac{0+100}{10000}\,\varphi = \frac{1}{100}\varphi$ d. h. 1^0 Torsion entspricht 0,01 Volt

$\delta_2 = \frac{900+100}{10000}\,\varphi = \frac{1}{10}\varphi$ „ 1^0 „ „ 0,1 „

$\delta_3 = \frac{9900+100}{10000}\,\varphi = 1\ \varphi$ „ 1^0 „ „ 1 „

$\delta_4 = \frac{99900+100}{10000}\,\varphi = 10\ \varphi$ „ 1^0 „ „ 10 „

Die messbaren maximalen Spannungen sind demzufolge

bei der Empfindlichkeit 1 $0{,}01 \cdot 170^0 =$ 1,7 Volt
„ „ „ 2 $0{,}1 \cdot 170^0 =$ 17 „
„ „ „ 3 $1 \cdot 170^0 =$ 170 „
„ „ „ 4 $10 \cdot 170^0 =$ 1700 „

Der Maximalstrom bei vorschriftsmässiger Behandlung ist

$$i = c\varphi = \frac{1}{10000}\,170 = 0{,}017 \text{ Ampère.}$$

Wenn der Widerstand des Galvanometerkreises so gross ist, dass der Widerstand des Leiterstückes daneben vernachlässigt werden kann, dann kann man die gemessene Potentialdifferenz als die wahre Potentialdifferenz nehmen. Wenn aber der Unterschied der Widerstände nicht sehr gross ist, dann ändert das Anlegen des Messapparates beträchtlich die Spannung, und der gemessene Potentialunterschied ist kleiner als der ursprüngliche war. In diesem Falle ist der gemessene Spannungswerth zu corrigiren und zwar ist die wahre Spannung

$$\Delta = \Delta' \left(1 + \frac{1}{g}\,\frac{R\,R_1}{R + R_1}\right)$$

wenn R_1 den übrigen Widerstand des Hauptstromkreises bedeutet.

Bestimmung der gegenelektromotorischen Kraft einer Zersetzungszelle.

Die Schaltungsweise wird so durchgeführt, dass die Zersetzungszelle mit der polarisirenden Batterie auf einen gewissen Zeitraum verbunden wird, dann wird die Verbindung gelöst und die Zelle mit einem Galvanometer verbunden. Diese Aenderung der Schaltung muss schnell durchgeführt werden, da die elektromotorische Gegenkraft der Zelle sich schnell verändert. Am besten ist zu diesem Zwecke eine Siemens'sche Wippe oder eine elektromagnetisch wirkende Stimmgabel zu verwenden. Hierdurch kann man für dieselbe Zeitdauer verschiedene Schaltungen herstellen. Zuerst wird das Galvanometer, welches einen grossen Widerstand besitzt, mit dem Stromkreis verbunden, welcher die Batterie und die Zelle enthält. Wenn die elektromotorische Kraft der polarisirenden Batterie E, jene der Polarisation E_1 ist, dann wird der Ausschlag φ_1 der Galvanometernadel mit der Spannungsdifferenz $E - E_1$ proportional sein.

Bei der zweiten Schaltung wird nur die polarisirende Batterie mit dem Galvanometer verbunden. Der Ausschlag ist jetzt φ_2 und mit der elektromotorischen Kraft E proportional. Endlich die dritte Schaltung bringt ein Normalelement von der elektromotorischen Kraft e mit dem Galvanometer in Verbindung. Der Ausschlag ist jetzt φ_3. Zwischen den beobachteten Grössen bestehen Beziehungen, woraus man die gegenelektromotorische Kraft der Polarisation folgendermassen berechnen kann:

$$E_1 = e \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\varphi_3}.$$

Calibriren eines Voltmeters.

Der zu untersuchende Voltmeter wird mit dem Normalinstrumente zu denselben zwei Punkten parallel geschaltet und die Spannung in diesen Punkten verändert. Eine Schaltungsweise ist in Fig. 90 dargestellt. E ist eine Stromquelle, welche mit zwei Rheostaten R und R_1 verbunden wird. Am besten

sind zu diesem Zwecke Kurbelrheostate zu verwenden, nur werden R und R_1 verschieden in den Stromkreis geschaltet. Während nämlich durch Verstellen der Kurbel des Rheostaten R_1 der Gesammtwiderstand des Hauptstromkreises verändert wird, beeinflusst das Verstellen der Kurbel von R denselben nicht. Wie die Rheostate zu schalten sind, ist aus der Figur leicht ersichtlich.

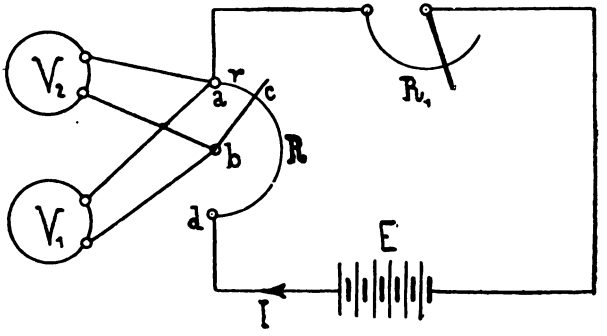


Fig. 90.

V_1 und V_2 sind die zu vergleichenden Voltmeter. Beide werden mit den Punkten a und b des Rheostaten R verbunden, weshalb sie dieselbe Spannung anzeigen. Wenn die Intensität des Stromes im Hauptstromkreise J ist, dann wird der Spannungsabfall zwischen den Punkten $a\,b$ gleich e sein, und zwar

$$e = Jr$$

wenn r jenen Widerstand bedeutet, welcher zwischen die Punkte a und c eingeschaltet ist. Der maximale Werth von r ist R, es ist in diesem Falle der Punkt c mit dem Punkte d identisch. Der entsprechende Spannungsabfall ist also durch

$$e_1 = JR \quad \text{gegeben.}$$

Die Voltmeter zeigen diese Spannungen an. Man fängt bei der Messung bei Nullspannung an, welches dann der Fall ist, wenn c mit a zusammenfällt. Dann führt man die Kurbel allmählich vor, bis die maximale Spannung e_1 durch die Voltmeter angezeigt wird. Die Stromstärke und dadurch der

Spannungsabfall längs des Rheostaten R kann durch Verstellen des Rheostaten R_1 geregelt werden,

Aus den beobachteten Spannungswerthen zeichnet man auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem eine Calibrirungskurve, wodurch das geaichte Voltmeter als ein Normalvoltmeter bei späteren Messungen verwendet werden kann.

Galvanische Elemente.

Zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft sind Normalelemente sowie auch andere stärkere Elemente nöthig, weshalb nachstehend die in der Praxis gebräuchlichsten zusammengestellt sind nebst Angabe ihrer wichtigsten Eigenschaften.

Normalelemente.

1. Das Clark-Element. Elektroden: Quecksilber oder amalgamirtes Platin und Zink. Das Quecksilber ist die positive Elektrode und ist mit schwefelsaurem Quecksilberoxydul Hg_2SO_4 in Berührung, während das amalgamirte Zink in Zinksulphat steht.

Die elektromotorische Kraft dieses Elementes beträgt bei 15° C 1,435 Volt, sie verändert sich mit der Temperatur. Wenn man obigen Werth für 15° C für richtig annimmt, dann ist die elektromotorische Kraft bei t^0 C nach Rayleigh

$$e_t = 1{,}435\ (1 - 0{,}00077\ [t - 15])\ \text{Volt}.$$

2. Normalelement von Fleming. Die Elektroden sind bei dieser Anordnung reines amalgamirtes Zink und elektrolytisch reines Kupfer. Die Lösungen sind neutrale reine Zink- und Kupfersulphatlösung. Die elektromotorische Kraft beträgt bei 18° C 1,102 Volt, wenn das specifische Gewicht der Lösungen bei 15° C 1,2 ist. Die elektromotorische Kraft nimmt mit der Temperaturerhöhung ab, sie ist auch von der Concentration der Lösungen abhängig, und zwar nach Rayleigh & Lindeck

	Zinksulphat	Kupfersulphat	EMK	
spec. Gewicht	1,100	1,100	1,107	Volt bei 18° C
„ „	1,200	1,100	1,098	„ „ „ „
„ „	1,400	1,100	1,084	„ „ „ „
„ „	1,463	1,200	1,043	„ „ „ „

3. Das Normalelement von Kittler hat reines amalgamirtes Zink und reines Kupfer zu Elektroden. Die Lösungen sind verdünnte Schwefelsäure vom spec. Gewicht 1,075 und concentrirte Kupfersulphatlösung vom spec. Gewicht 1,200. Die elektromotorische Kraft beträgt 1,177 Volt, sie verändert sich auch mit der Temperatur.

4. Weston'sches Normalelement. Elektroden: Quecksilber oder amalgamirtes Platin und Cadmiumamalgam. Die Leiter zweiter Ordnung sind Quecksilberoxydulsulphat und Cadmiumsulphat.

Die elektromotorische Kraft ist bei gewöhnlicher Temperatur 1,025 Volt, ihr Werth kann als constant betrachtet werden, da der Temperaturcoefficient sehr klein ist.

Bei Benutzung der Normalelemente muss man darauf achten, dass sie stromlos bleiben oder mit ganz schwachem Strom (bis höchstens 0,001 Ampère) arbeiten, da nur unter solchen Bedingungen ihre elektromotorische Kraft constant bleibt. Wird das Normalelement mit kleineren Widerständen (1000 Ohm) geschlossen, dann sinkt seine elektromotorische Kraft und es bedarf eines gewissen Zeitraumes, bis es wieder seine volle elektromotorische Kraft erreicht. Auf den ursprünglichen Spannungswerth kann man es aber nicht wieder bringen.

Elemente für Hülfsbatterien.

a) Mit einer Flüssigkeit.

Grenet'sches Flaschenelement. Die Elektroden sind amalgamirtes Zink und Retortenkohle. Das Zink kann bei Nichtbenutzung aus der Erregerlösung herausgehoben werden. Die Lösung hat folgende Zusammenstellung: 1 Theil doppeltchromsaures Kali, 3 Theile concentrirte Schwefelsäure und 10 Theile Wasser. Die elektromotorische Kraft dieses Elementes beträgt 1,95 Volt.

Chromsäureelement von Bunsen. Elektroden: amalgamirtes Zink und Retortenkohle. Lösung: 1 Theil doppeltchromsaures Kali, 2 Theile concentrirte Schwefelsäure und 12 Theile Wasser. Elektromotorische Kraft beträgt 2 Volt.

Element von Pabst. Die Elektroden sind Eisen und mit Zinkoxyd präparirte Kohlenplatte, welche in Eisenchlorürlösung tauchen. Die elektromotorische Kraft beträgt 1 bis 1,2 Volt.

Leclanché-Element. Zink und Kohle tauchen in eine concentrirte Salmiaklösung. Die Kohle befindet sich in einem Diaphragma, welches mit Braunstein gefüllt ist. Die elektromotorische Kraft ist 1,3 bis 1,4 Volt.

Element von Lalande. Die positive Elektrode ist Kupfer, die negative Zink. Der Leiter zweiter Ordnung ist Kali- oder Natronlauge. Elektromotorische Kraft 0,9 Volt.

b) Mit zwei Flüssigkeiten.

Meidingers Ballonelement. Elektroden sind Zink und Kupfer. Das Zink steht in einer Bittersalzlösung, das Kupfer in Kupfersulphatlösung. Die Concentration wird durch Kupfersulphatkrystalle erhalten. Die elektromotorische Kraft beträgt 1,18 Volt.

Das Grove'sche Element besteht aus amalgamirtem Zink in verdünnter Schwefelsäure und Platin in concentrirter Salpetersäure. Elektromotorische Kraft 1,9 Volt.

Bunsen'sches Element. Elektroden: Zink und Kohle. Das Zink steht in verdünnter Schwefelsäure (1 Theil Schwefelsäure auf 12 Theile Wasser), die Kohle in Salpetersäure vom spec. Gewicht 1,35. Der Zinkcylinder umfasst ein Diaphragma von porösem Thon, welches die Kohlenelektrode enthält. Die elektromotorische Kraft dieses Elementes beträgt 1,85 Volt.

Element von Callaud. Ein Zinkring befindet sich in Bittersalz- oder Zinksulphatlösung. Die zweite Elektrode ist eine Kupferplatte, welche in einen concentrirten Kupfersulphatlösung liegt. Elektromotorische Kraft 0,9 Volt.

Daniell's Element besteht aus einer Kupfer- und Zinkelektrode. Das Kupfer taucht in Kupfersulphatlösung, das Zink in verdünnte Schwefelsäure. Elektromotorische Kraft 1,1 Volt.

Ausser den genannten Primärelementen sind die Accumulatoren sehr zweckmässig zu verwenden. Die Accumulatoren

bestehen aus präparirten Bleiplatten, welche durch den Strom verändert werden. Die elektromotorische Kraft beträgt bei geladenem Elemente 2,2 Volt, später fällt die Spannung ab und bei 1,8 Volt Klemmenspannung betrachtet man die Zelle als entladen.

Trockenelemente.

Bei den Trockenelementen sind die Leiter zweiter Ordnung in fester Form angewandt, um die Transportirung und die Behandlung solcher Stromquellen leichter zu bewerkstelligen. Einige Formen dieser Elemente sind folgende:

Gaiffe's Element. Die Elektroden sind Silber und Zink. Zwischen diesen Elektroden liegen Schichten von Chlorzinklösung und Chlorsilber, mit welchem Filtrirpapier getränkt ist. Die elektromotorische Kraft ist 1,02 Volt.

Lessing's Trockenelement. Die Zusammenstellung dieses Elementes ist mit jener des Leclanché'schen Elementes identisch. Die Flüssigkeit wird von einer Asbestmasse aufgesaugt. Elektromotorische Kraft ist 1,4 Volt.

Scrivanoff's Element. Eine Kohlenplatte wird mit einer Paste belegt, welche folgende Zusammensetzung hat:

10 Theile Ammoniumquecksilberchlorid, 3 Theile Kochsalz, $^1/_4$ Theil Chlorsilber wird mit Zinkchlorid angerührt und mit Löschpapier bedeckt. Auf dieser Masse liegen die Zinkelektroden. Die elektromotorische Kraft beträgt 1,5 Volt.

VIII. Kapitel.

Capacitätsbestimmungen.

Ein isolirter Leiter mit einer Elektricitätsquelle verbunden, nimmt eine gewisse Menge Elektricität an, welche von der Form des Leiters und von jener Potentialdifferenz abhängt, welche zwischen dem Leiter und seiner Umgebung herrscht. Bezeichnet man die aufgenommene Elektricitätsmenge mit Q,

die Potentialdifferenz mit e, dann ist auf ein und demselben Leiter unter unveränderten Umständen das Verhältniss

$$K = \frac{Q}{e}$$

constant. K nennt man die Capacität des Leiters. Man kann also auch sagen, dass ein Leiter, mit einer Elektricitätsquelle verbunden, eine Elektricitätsmenge aufnimmt, deren Grösse von der Capacität des Leiters abhängt.

Die Capacität eines Leiters kann dadurch vergrössert werden, dass man ihn einem zweiten Leiter gegenüberstellt, ohne ihn damit leitend zu verbinden. Hierdurch ist zu erreichen, dass man mit verhältnissmässig geringer Oberfläche grössere Elektricitätsmengen aufnehmen lassen kann. Eine Anordnung, bei welcher zwei Leiter, durch eine isolirende Schicht von einander getrennt, einander gegenüberstehen, nennt man einen Condensator. Die Leitertheile eines Condensators heissen Belegungen, die isolirende Schicht wird Dielectricum genannt. Unter Capacität des Condensators versteht man das Verhältniss der Elektricitätsmenge, welche durch die Belegungen aufgenommen wurde, zur herrschenden Potentialdifferenz. Wenn der Condensator aus zwei Platten besteht, dann wird die eine Platte mit der Erde verbunden; wodurch diese den Potentialwerth der Erde (welcher Null ist) annimmt. Bei grösseren Condensatoren sind mehrere Platten und mehrere Dielectrica vorhanden. Die Platten werden in zwei Gruppen getheilt, indem die 1, 3, 5 . . . und die 2, 4, 6, . . . Platten untereinander leitend verbunden werden. In solcher Weise angeordnet, kann der Condensator als ein zweiplattiger grosser Condensator betrachtet werden, bei dem die Plattenoberfläche gleich der Summe der Oberflächen der zusammengeschalteten Platten ist.

Die Capacität eines Condensators hängt von der Dicke des Dielectricums und von der Grösse und der Gestalt der Belegungen ab. Als Dielektricen können alle Isolatoren verwendet werden. Diese Substanzen beeinflussen den Werth der Capacität, weshalb man ihre sogenannte Dielectricitätsconstante kennen muss. Die Capacität eines Condensators ohne Luftisolirung ist immer grösser

als sie bei reiner Luftisolirung wäre. Den Coefficient, mit welchem man die Capacität des Luftcondensators multipliciren muss, um die Capacität desselben Condensators für ein anderes Dielectricum zu erhalten, nennt man die Dielectricitätsconstante, oder das specifische Inductionsvermögen des betreffenden Dielectricums.

Folgende Tabelle giebt eine Zusammenstellung der Dielectricitätsconstanten verschiedener Substanzen. Diese Werthe sind nur ungefähre Werthe, da die Grössen dieser Constanten, wegen der Oberflächenleitung und der elektrischen Absorption nicht genau bestimmt werden können.

Körper	Dielektricitäts-constante	Temperaturcoefficient
Glas	5 — 10	+ 0,01
Glimmer	6 — 8	+ 0,04
Schwefel	4	—
Schellak	3 — 3,7	—
Ebonit	2,5 — 3,2	+ 0,04
Paraffin	2,12 (1,96 — 2,14)	—
Wasser	80 (76 — 84)	— 0,046
Methylalkohol . . .	33	—
Aethylalkohol . . .	26 (24,3 — 27,3)	— 0,038
Amylalkohol	15,5	—
Ricinusöl	4,70 (4,61 — 4,82)	—
Olivenöl	3,07 (2,99 — 3,16)	+ 0,023
Wallrathöl	3,05 (3,02 — 3,09)	—
Terpentinöl	2,26 (2,16 — 2,43)	— 0,011
Benzol	2,23 (1,95 — 2,43)	— 0,013
Petroleum	2,14 (2,04 — 2,38)	—
Luft bei 0° C 760 mm Druck	1,029	—
H „	1,013	—
CO_2 „	1,047	—
CO „	1,034	—
NO „	1,055	—
C_2H_4 „	1,072	—
CH_4 „	1,046	—
CS_2 „	1,0146	—
C_6H_6 bei 100° C 760 mm Druck	1,027	—
C_2H_6O „	1,065	—

Die Angaben für feste Körper (das Paraffin ausgenommen) sind sehr unsicher. Die eingeklammerten Zahlen geben die äussersten beobachteten Werthe. Die Temperaturen sind mittlere Zimmertemperaturen. (Vergl. Heydweiller: Hülfsbuch für el. Messungen.)

Die praktische Einheit der Capacität ist das Farad. Das Farad ist demnach jene Capacität, welche ein solcher Condensator besitzt, welcher durch die Elektricitätsmenge 1 Coulomb eine Potentialdifferenz von 1 Volt erhält. Es ist also

$$1 \text{ Farad} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}}$$

ferner ist $1 \text{ Farad} = 10^{-9}$ absolute elektromagnetische Einheiten der Capacität.

Das Farad ist eine sehr grosse Einheit, weshalb man bei Bestimmungen sehr kleine Werthe erhält. Der Pariser Elektriker-Congress hat daher das Mikrofarad für den praktischen Gebrauch vorgeschlagen, welches der millionste Theil des Farads ist: $1 \text{ Mikrofarad} = 10^{-6}$ Farad

oder $1 \text{ Mikrofarad} = 10^{-15}$ absolute Einheiten der Capacität.

Bei der experimentellen Bestimmung der Capacität muss man darauf Rücksicht nehmen, dass der Capacitätswerth bei flüssigen und festen Dielektriken von der Ladungszeit abhängt. Will man daher möglichst pünktliche Messungen vornehmen, dann muss man nur kurzandauernde Ströme verwenden, bei welchen dieser Einfluss klein ist. Ein anderer Umstand, auf den man achten muss, ist die Leitungsfähigkeit der Dielektriken. Diese kann man durch galvanometrische Messung des Widerstandes bestimmen. Wenn man kleine Capacitäten zu bestimmen hat, dann nimmt man auch die Capacitäten der Zuleitungen in Rechnung, und zieht sie von den gemessenen Werthen ab, wodurch sich allein die Capacitäten der Condensatoren ergeben.

Bestimmung der Capacität eines Condensators.

Bei dieser Methode ladet man den Condensator mit einer constanten Batterie und bestimmt die durch den Condensator aufgenommene Elektricitätsmenge. Zu diesem Zwecke bildet man einen Stromkreis, welcher die Stromquelle E, einen Umschalter U (Fig. 91), das ballistische Galvanometer G und den

Condensator K enthält. Zum Condensator ist ein Widerstand R parallel geschaltet. Die Ladung erfolgt dadurch, dass man a mit f und b mit c verbindet. e und d sind miteinander dauernd verbunden. Bei der Entladung wird der Umschalter so gestellt, dass f mit e und c mit d in Verbindung kommt. Dadurch wird der Condensator durch das Galvanometer entladen.

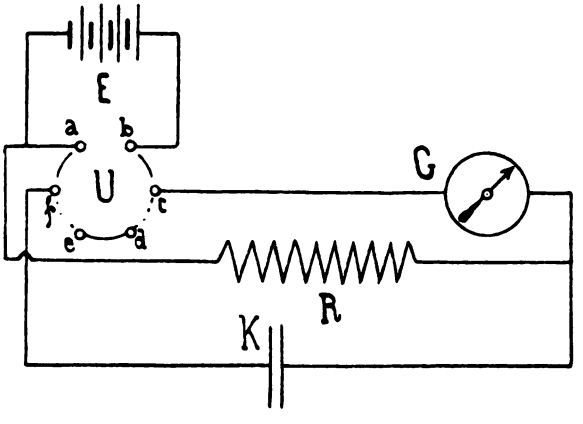


Fig. 91.

Sei die elektromotorische Kraft der Batterie E, der Impulsivausschlag der Galvanometernadel bei der Entladung φ, der Reductionsfactor des Galvanometers C, dann ist die Elektricitätsmenge, welche der Condensator aufgenommen hat

$$Q = C \frac{\tau}{\pi} \varphi k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}}$$

wo τ die auf unendlich kleine Bogen reducirte Schwingungsdauer, k das Dämpfungsverhältniss, Λ das natürliche logarithmische Dekrement der Galvanometernadel bedeutet.

Die Potentialdifferenz ist E, also ist die Capacität des Condensators

$$K = \frac{Q}{E} = \frac{C}{E} \frac{\tau}{\pi} \varphi k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\Lambda}}.$$

Bestimmung der Capacität nach Klemenčič und Himstedt.

Klemenčič und Himstedt wenden bei ihrer Methode ein Differentialgalvanometer an, dessen eine Rolle von einem constanten Strom, die andere Rolle aber von dem Entladungsstrom des Condensators durchflossen wird. Die Schaltungsweise ist aus Fig. 92 ersichtlich.

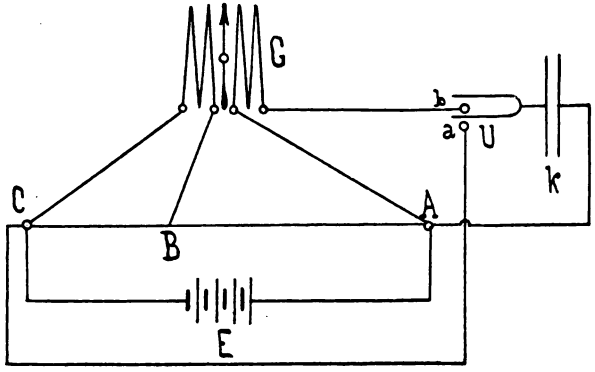


Fig. 92.

Zur periodischen Ladung und Entladung dient ein Stimmgabelunterbrecher U, welcher mit der einen Belegung des Condensators k in Verbindung ist. Der Strom der Stromquelle E fliesst durch den Widerstand CBA und zweigt bei C und B in die eine Multiplicatorrolle des Galvanometers G ab. Die zweite Multiplicatorrolle des Galvanometers ist so geschaltet, dass durch Vermittelung des Stimmgabelunterbrechers U der Entladungsstrom durch ihn fliesst. Die Lage des Punktes B auf dem Widerstand CA wird so gewählt, dass die Galvanometernadel keinen Ausschlag zeigt.

Bedeutet r_1 den Widerstand des Leiters zwischen den Punkten C und A, r_2 jenen zwischen C und B, r_3 aber den Widerstand jener Galvanometerrolle, welche zwischen die Punkte C und B geschaltet ist, dann ist bei einer secundlichen

Schwingungszahl n der Stimmgabel die Capacität des Condensators

$$K = \frac{r_2}{r_2 + r_3} \frac{1}{n r_1}.$$

Bei der Ausführung der Messung muss man darauf achten, dass die Contactdauer genügend gross ist, um eine vollständige Ladung und Entladung des Condensators erreichen zu können. Je grösser die Capacität des zu untersuchenden Condensators ist, desto langsamer müssen wegen der Contactdauer die Vibrationen des Stimmgabelunterbrechers erfolgen.

Capacitätsbestimmung nach Maxwell.

In den Zweig $b\,c$ (Fig. 93) der Wheatstone'schen Combination wird der Condensator K geschaltet, welcher einerseits mit dem Punkte b, andererseits aber mit einem Stimmgabelunterbrecher U verbunden ist, welcher den Condensator ladet und durch Kurzschluss entladet. Das Galvanometer G kommt

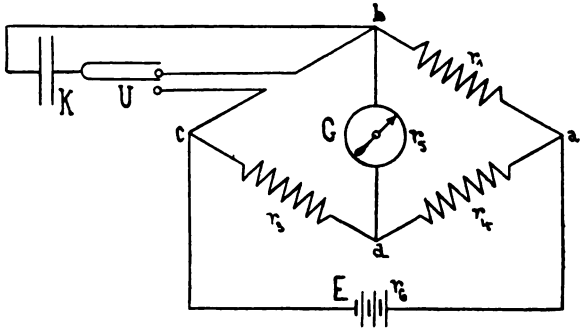


Fig. 93.

in den einen, die Stromquelle E in den anderen Diagonalzweig. Die Seitenwiderstände r_1, r_3 und r_4 müssen so abgeglichen werden, dass der Strom im Galvanometerzweige Null wird. Ist dies erreicht, dann ist die Capacität des Condensators

$$K = \frac{1}{n} \frac{r_4 - r}{r_1 r_3}$$

wenn n die Schwingungszahl der Stimmgabel, r aber jener Widerstand ist, welchen man an Stelle r_4 setzen muss, um bei

ausgeschalteten Condensatorplatten die Galvanometernadel wieder auf Null bringen zu können.

Eine andere Form des Ausdruckes der Capacität ist nach Glazebrook folgender

$$K = \frac{1}{n}\,\frac{r_4}{r_1\,r_3}\,\frac{1 - \dfrac{r_4^2}{(r_4 + r_1 + r_5)\,(r_4 + r_3 + r_6)}}{\left[1 + \dfrac{r_4\,r_6}{r_1\,(r_4 + r_3 + r_6)}\right]\left[1 + \dfrac{r_4\,r_5}{r_3\,(r_4 + r_1 + r_5)}\right]}$$

wo r_5 der Widerstand des Galvanometerzweiges, r_6 jener des Batteriezweiges ist. Man muss auch hier auf eine ausreichende Contactdauer achten.

Wenn r_1 und r_3 sehr gross (10^5 bis 10^7 Ohm), r_4 und r_6 dagegen klein (10 bis 10^3 Ohm), r_5 aber mittelgross (10^4 Ohm) genommen werden, dann kann der Werth der Capacität mit annähernder Genauigkeit aus der Formel

$$K = \frac{1}{n}\,\frac{r_4}{r_1\,r_3}$$

berechnet werden.

Ein genauerer Ausdruck wird erhalten, wenn r_5 annähernd so gross wie r_1 und r_3 ist, und zwar

$$K = \frac{1}{n}\,\frac{r_4}{r_1\,r_3}\,\frac{1}{1 + \dfrac{r_4\,r_5}{r_3\,(r_1 + r_5)}}.$$

Um den störenden Einfluss etwaiger elektromotorischer Kräfte vermeiden zu können, ist es rathsam unter Stromwenden zu messen.

Messung der Capacität nach W. Siemens.

Der Condensator wird mit einer Stromquelle und einem Galvanometer so verbunden, dass die Entladungsströme durch das Galvanometer fliessen können, während die Ladungsströme nur in den Condensator gelangen. Die Stromquelle E (Fig. 94) liefert ihren Strom durch Vermittelung des Unterbrechers U in den Condensator K, und ladet ihn. Der Unterbrecher bewirkt, dass der so geladene Condensator durch den Galvanometer-

zweig G entladen wird. Die Wirkungsweise des Unterbrechers und die durch ihn bewirkte Stromvertheilung ist aus der Figur leicht ersichtlich und benöthigt keiner weiteren Aufklärung.

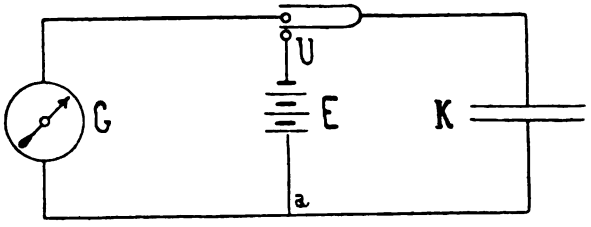


Fig. 94.

Sei der Reductionsfactor des Galvanometers R, der auf Proportionalität mit der Stromstärke reducirte Ausschlag der Galvanometernadel α, die elektromotorische Kraft der Batterie E, endlich die Schwingungszahl des Stimmgabelumschalters n, dann ist die Capacität des Condensators

$$K = \frac{R\,\alpha}{n\,E}.$$

Wenn der Condensator durch einen sehr grossen Widerstand R_1 ersetzt wird und wenn in diesem Falle der Galvanometerausschlag α_1 ist, dann wird

$$K = \frac{\alpha}{n\,R_1\,\alpha_1}$$

sein, oder wenn R_1 so regulirt wird, dass der Ausschlag des Galvanometers wieder α ist, dann folgt, dass

$$K = \frac{1}{n\,R_2}$$

wenn R_2 den regulirten Widerstand bedeutet.

Eine entsprechende Schaltungsanordnung zeigt Figur 95. E ist die Stromquelle, mit welcher ein Stromkreis gebildet wird, welcher ein Galvanometer G, eine Pohl'sche Wippe P und den Condensator K enthält. Durch die Wippe ist zu erreichen, dass durch das Galvanometer die Ladungs- und Entladungsströme im gleichen Sinne durchfliessen, also einen dauernden Ausschlag der Galvanometernadel bewirken.

Durch Umlegen der Wippe ist die Ladung des Condensators abwechselnd positiv und negativ. Die Capacität des Condensators ist jetzt

$$K = \frac{1}{2 n R_2}$$

da durch das Galvanometer sowohl die Ladungs- als auch die Entladungsströme fliessen und so die angezeigte Elektricitäts-

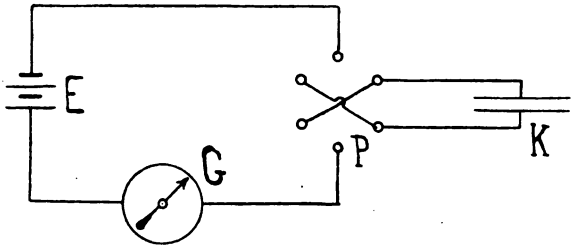


Fig. 95.

menge eine doppelte ist. n ist die Umkehrungszahl der Wippe in einer Secunde, R_2 aber jener Widerstand, welcher an Stelle des Condensators geschaltet werden muss, um dieselbe Stromstärke im Stromkreise zu erhalten.

Vergleichung zweier Capacitäten.

Die Capacität eines Condensators hängt von der aufgenommenen Elektricitätsmenge und der Potentialdifferenz ab, und bezeichnet man diese Grössen mit K, Q resp. E, dann ist

$$K = \frac{Q}{E}.$$

Für einen zweiten Condensator steht, dass

$$K_1 = \frac{Q_1}{E_1}.$$

Wenn zwei Condensatoren miteinander verglichen werden, dann kann dies entweder auf gleiche Elektricitätsmengen oder auf gleiche Potentialdifferenzen bezogen werden. In diesen Fällen misst man also entweder die Elektricitätsmengen bei gleichen Potentialen oder die Potentiale bei gleichen Elektricimengen, die Methoden sind demzufolge auch verschiedene.

Wenn die Potentialdifferenzen bei den zwei Condensatoren gleiche sind, dann geschieht die Messung nach folgender Schaltungsweise.

E ist eine Stromquelle (Fig. 96), welche zur Ladung der Condensatoren K_1 und K_2 dient. Die Ladungen erfolgen dadurch, dass man die Stromschlüssel S_1 resp. S_2 niederdrückt. Nach dem Laden lässt man den Stromschlüssel in seine ursprüngliche Lage zurückschnellen, wodurch der betreffende Condensator durch das Galvanometer G entladen wird. Da dieselbe Batterie zur Ladung der beiden Condensatoren dient, ist das Potential in beiden Fällen dasselbe, man muss also nur die Elektricitätsmengen messen, um die Capacitäten miteinander vergleichen zu können.

Wenn der Reductionsfactor des Galvanometers C ist, wenn ferner die Schwingungsdauer der ungedämpften Galvanometernadel durch τ, die Ablenkungen der Nadel durch n_1 und n_2 in Bezug auf beide Condensatoren gegeben ist, dann wird die Elektricitätsmenge beim ersten Condensator

$$Q_1 = K_1 E = C \frac{\tau}{\pi} n_1$$

bei dem zweiten Condensator

$$Q_2 = K_2 E = C \frac{\tau}{\pi} n_2$$

wo das Potential E in beiden Fällen gleich bleibt.

Aus diesen zwei Gleichungen folgt, dass

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{K_1}{K_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Bei der Messung ladet man also durch Niederdrücken des Tasters S_1 den ersten Condensator. Dann lässt man den Schlüssel los, welcher dadurch infolge einer Federkraft in seine ursprüngliche Lage zurückkehrt und den Condensator K_1 durch das Galvanometer entladet. Man beobachtet den Ausschlag des Galvanometers und wiederholt dann den Versuch mit dem zweiten Condensator in derselben Weise.

Die Capacitäten zweier Condensatoren können auch dadurch miteinander verglichen werden, dass man den Conden-

satoren gleiche Ladungen giebt und die verschiedenen Potentiale misst.

Bei dieser Messung ertheilt man dem einen Condensator eine Ladung Q und beobachtet das Potential E an seinen Be-

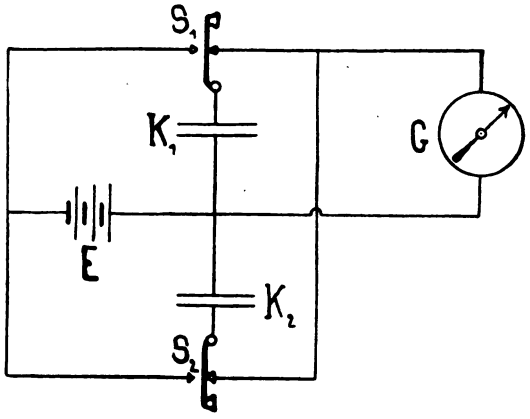


Fig. 96.

legungen. Dann verbindet man beide Condensatoren miteinander und beobachtet wieder das Potential E_1. Sind die Capacitäten der Condensatoren K und K_1, dann ist

$$Q = KE$$

und $$Q = (K + K_1) E_1.$$

Hieraus folgt, dass

$$\frac{K}{K_1} = \frac{E_1}{E - E_1}$$ ist.

Capacitätenvergleichung mittelst der Wheatstone'schen Brücke nach de Sauty.

Aus zwei inductionsfreien Widerständen r_1 und r_2 und den zu vergleichenden Condensatoren, deren Capacitäten K_1 und K_2 sind, wird eine Wheatstone'sche Combination zusammengestellt (Fig. 97). In den einen Diagonalzweig kommt das Galvanometer G, in den zweiten die Elektricitätsquelle E und ein Doppeltaster T.

Bei der Messung müssen r_1 und r_2 so regulirt werden, dass die Galvanometernadel keinen Ausschlag zeigt, wenn der Taster T niedergedrückt oder losgelassen wird. Beim Niederdrücken des Tasters werden die Condensatoren geladen, beim Loslassen desselben entladen. Wenn die Widerstände entsprechend abgeglichen sind, dann verhalten sich die Capacitäten, wie die entsprechenden Widerstände, d. h.

$$K_1 : K_2 = r_2 : r_1.$$

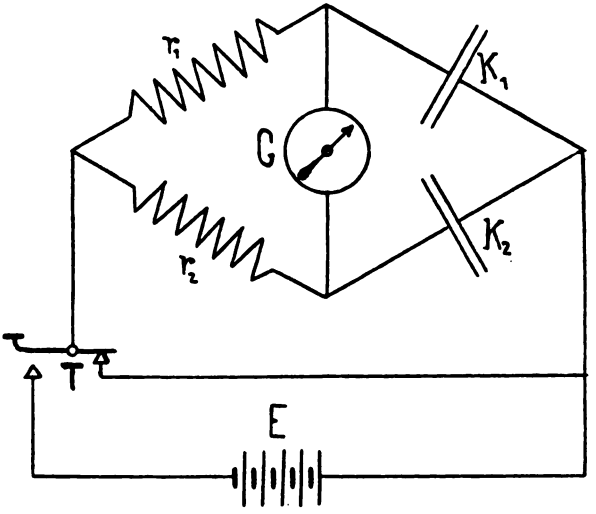


Fig. 97.

Ist der eine Condensator ein Normalapparat, dessen Capacität bekannt ist, dann wird die unbekannte Capacität des zu vergleichenden Condensators durch den Ausdruck

$$K_1 = K_2 \frac{r_2}{r_1}$$

gegeben sein.

Diese Messmethode ist von den Schwankungen der elektromotorischen Kraft unabhängig. Man kann auch periodische Ströme anwenden, nur muss in diesem Falle das Galvanometer durch ein Elektrodynamometer, ein Telephon oder ein Elektrometer ersetzt werden.

Die de Sauty'sche Methode ist dann fehlerlos anwendbar, wenn beide Condensatoren dieselbe Ladungszeit haben. Für mittlere Capacitäten kann man diese Anordnung sehr gut benutzen, auch für kleinere Capacitäten, jedoch muss in diesem Falle ein Inductionsapparat und ein Telephon die Elektricitätsquelle resp. das Galvanometer in der ersteren Schaltung ersetzen.

Methode von W. Thomson.

Die zwei zu vergleichenden Condensatoren werden mit zwei Widerständen zu einer Wheatstone'schen Brücke vereinigt. E ist die Elektricitätsquelle (Fig. 98), welche durch die Widerstände r_1 und r_2 constant geschlossen wird. Diese Widerstände sind gross. Die Condensatoren mit den Capacitäten K_1 und K_2 sind so geschaltet, dass die inneren Belegungen mit den Widerständen r_1 und r_2 durch Niederdrücken der Taster T_1 und T_2 verbunden werden können. Die äusseren Belegungen sind mit einander direct durch einen Draht zusammengeschaltet. T_1 und T_2 sind Doppelschalter, welche ermöglichen, dass beim Loslassen derselben die Condensatoren entladen werden können.

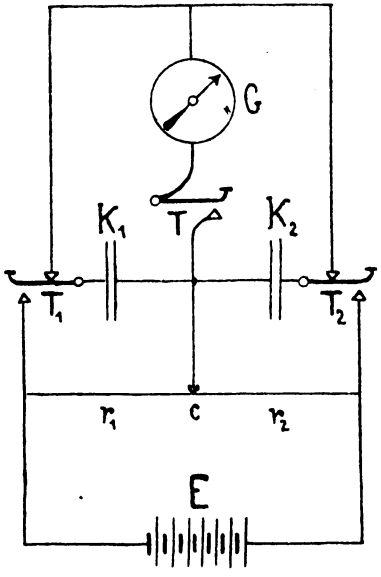


Fig. 98.

Werden die Taster T_1 und T_2 niedergedrückt, dann laden sich die Condensatoren; lässt man sie los, dann erfolgt eine gegenseitige Entladung bis auf einen gewissen Rest. Wird nun der Taster T niedergedrückt, dann entladet sich dieser Rest durch das Galvanometer und verursacht einen Ausschlag der

Galvanometernadel. Alsdann sind die Widerstände r_1 und r_2 so zu reguliren, dass nach Loslassen der Taster T_1 und T_2 und Niederdrücken des Tasters T das Galvanometer keinen Ausschlag zeigt. In diesem Falle ist

$$K_1 : K_2 = r_2 : r_1$$

oder $$K_1 = K_2 \frac{r_2}{r_1}.$$

Diese Methode ist von der Ladungszeit der Condensatoren fast unabhängig, man kann also mit derselben Condensatoren mit verschiedenen Dielektricis auch vergleichen.

Berechnung von Capacitäten aus den geometrischen Ausmessungen.

Im Nachstehenden sind die Ausdrücke der Capacitäten auf einige Formen der Condensatoren zusammengestellt, wobei Bedingung ist, dass das Dielektricum die Einheit als Dielektricitätsconstante hat. Bei anderen Dielektriken sind die berechneten Werthe nur mit der entsprechenden Dielektricitätsconstante zu multipliciren, um den richtigen Capacitätswerth zu erhalten.

1. Concentrische Kugeln. Der Condensator besteht aus zwei concentrischen Kugeln, von denen der äussere eine Bohrung hat, um den Zuleitungsdraht zur inneren Kugel führen zu können. Wenn der Radius der inneren Kugel r, jener der äusseren r_1 ist, dann ist die Capacität des aus diesen Kugeln gebildeten Condensators

$$K = \frac{r\, r_1}{r_1 - r} = \frac{r}{1 - \frac{r}{r_1}}.$$

Man sieht aus diesem Ausdrucke, dass die Capacität des Condensators desto grösser ist, je grösser r wird, d. h. je dünner die isolirende Schicht ist. Wenn $r_1 = \infty$, dann bedeutet K die Capacität der Kugel vom Radius r

$$K = r$$

d. h. die Capacität eines Condensators ist gleich ihrem Radius, wenn in der Nähe dieser Kugel kein Leiter sich befindet.

2. Zwei parallele Cylinder besitzen die Capacität K, wenn ihr Abstand gegen ihre Länge zu vernachlässigen ist

$$K = \frac{l}{4 \lg n \frac{a}{r}}$$

wo l ihre Länge, r ihr Halbmesser und a der Abstand ihrer Achsen ist.

3. Zwei parallele Platten, deren Abstand a klein zu den linearen Ausmessungen der Platten ist, hat die Capacität

$$K = \frac{F}{4 a \pi}$$

wenn F die Oberfläche einer Plattenebene ist.

4. Zwei conaxiale Cylinder mit den Radien r und r_1 und der Länge l

$$K = \frac{l}{2 \lg n \frac{r_1}{r}}$$

wenn $r_1 > r$ ist.

5. Zwei gleiche, parallele, einander gegenüberstehende Platten haben die Capacität nach Kirchhoff

$$K = \frac{R^2}{4a}\left\{1 + \frac{a}{\pi R}\left(\lg n \frac{16 \pi (a+d) R}{a^2} + \frac{d}{a} \lg n \frac{a+d}{a} + 1\right)\right\}$$

wobei R den Halbmesser der Platten, a ihren gegenseitigen Abstand, d aber die Dicke einer Platte bedeutet.

IX. Kapitel.

Bestimmung von Inductionscoefficienten.

Wenn durch einen Leiter ein elektrischer Strom fliesst, dann entstehen Kraftlinien, welche den Leiter umgeben. Wird der Strom unterbrochen, dann verschwinden auch die Kraftlinien. Dies Verschwinden des magnetischen Feldes inducirt im Leiter einen elektrischen Strom und dieselbe Erscheinung kann beobachtet werden, wenn der Stromkreis geschlossen wird, wenn also um den Leiter ein magnetisches Feld entsteht.

Diese Erscheinung wird die Selbstinduction genannt und der so inducirte Strom heisst Extrastrom. Die Richtung des Extrastromes ist jener des inducirenden Hauptstromes immer entgegengesetzt. Wird der Stromkreis geschlossen, d. h. wächst der inducirende Strom von Null auf ein Maximum, dann entsteht ein solcher Extrastrom, welcher das Anwachsen des ersteren Stromes hindert. Beim Oeffnen des Stromkreises sind die Erscheinungen entgegengesetzt. In diesem Falle sinkt nämlich die Intensität des inducirenden Stromes vom Maximum auf Null herab, das magnetische Feld des Stromes verschwindet, und es entsteht ein Extrastrom, welcher den verschwindenden inducirenden Hauptstrom weiter erhalten will. Die Wirkungen des Extrastromes sind also den Wirkungen des Leiterstromes entgegengesetzt.

Die Grösse der Selbstinduction eines Leiters hängt wesentlich von seiner Form ab. Man kann in Folge dessen Leiter oder Leitercombinationen herstellen, welche eine Selbstinduction von gewünschter Grösse haben. Wird z. B. ein gerader Leiter in seiner Mitte umgebogen, dann ist seine Selbstinduction viel kleiner als sie früher war. Je länger ein Leiter ist, um so grösser ist seine Selbstinduction, wenn man also einen Leiter in eine Spirale unifilar aufwickelt, dann wächst seine Selbstinduction erheblich. Die Selbstinduction einer Drahtspule kann auch noch dadurch gesteigert werden, dass man sie mit einem Kerne von paramagnetischem Materiale versieht und die Windungen vermehrt.

Die Selbstinductionsverhältnisse eines Leiters sind also von der Form, der Länge und der Wickelung abhängig, sie werden durch eine Grösse ausgedrückt, welche der Selbstinductionscoefficient des Leiters genannt wird.

Die Grösse der in Folge der Selbstinduction inducirten elektromotorischen Kraft ist mit der Aenderung der Stromstärke des inducirenden Stromes proportional. Aendert sich die Intensität des Stromes in der Zeit dt mit dem Werthe di, dann ist die elektromotorische Kraft der Selbstinduction

$$e = - L \frac{di}{dt}$$

wo L der Selbstinductionscoefficient des Leiters ist.

Da die Selbstinduction im Stromkreise immer hemmend wirkt, verhält sie sich als ein scheinbarer Widerstand. Dieser scheinbare Widerstand ist besonders bei schnell wechselnden und periodischen Strömen von Bedeutung, da er erhebliche Werthe annehmen kann. Der Widerstand eines Leiters wird also durch die Selbstinduction vermehrt und zwar, wenn r der thatsächliche oder ohmsche Widerstand des Leiters ist, wird sein scheinbarer Widerstand R in Folge der Selbstinduction durch folgende Formel gegeben:

$$R = \sqrt{r^2 + L^2 \cdot 4\,\pi^2\, n^2}$$

wenn die Anzahl der Stromwechsel in der Secunde durch n ausgedrückt ist.

Die praktische Einheit des Selbstinductionscoefficienten ist der Quadrant, das Secohm oder das Henry. Da ein Leiter den Selbstinductionscoefficienten Eins dann besitzt, wenn in ihm die Einheit der elektromotorischen Kraft inducirt wird, während die Stromstärke mit der Einheit sich verändert, kann der Selbstinductionscoefficient folgendermassen ausgedrückt werden:

	1 Ampère	$= 10^{-1}$	CGS-Einheiten
	1 Volt	$= 10^{8}$	„
also	1 Henry	$= 10^{9}$	„

Ein Leiter besitzt den Selbstinductionscoefficienten 1 Henry, wenn in ihm die elektromotorische Kraft 1 Volt inducirt wird, während die Intensität des Stromes in 1 Secunde mit 1 Ampère sich verändert.

Die Dimension des Inductionscoefficienten im elektromagnetischen Maasssystem ist eine Länge, und da die Producte einer Zeit und eines Widerstandes oder dem Quadrate des Widerstandes und einer Capacität oder der Quotient aus dem Quadrate der Zeit und der Capacität dieselbe Dimension besitzen, kann man die Bestimmung des Inductionscoefficienten auf die Messung der oben angeführten Grössen zurückführen.

Wird die Zeit in Secunden, der Widerstand in Ohm, die Capacität in Farad ausgedrückt, dann bekommt man den Inductionscoefficienten in Quadranten.

Bestimmung des Selbstinductionscoefficienten durch Widerstands- und Zeitmessung.

Diese Methode rührt von Maxwell her und besteht darin, dass man eine Wheatstone'sche Brücke bildet, deren drei Seitenzweige aus inductionsfreien Widerständen r_4, r_2 und r_3 bestehen, während der vierte Seitenzweig aus der zu untersuchenden Inductionsrolle vom Widerstande r_1 gebildet wird (Fig. 99).

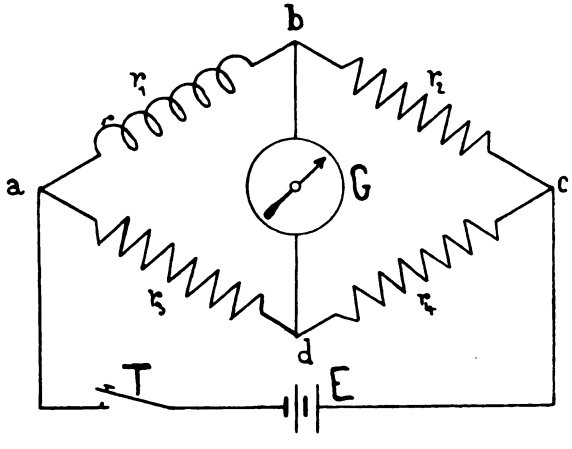


Fig. 99.

Im Diagonalzweige *bd* befindet sich ein empfindliches ballistisches Galvanometer *G*, im zweiten Diagonalzweige *ac* die Stromquelle *E*.

Die Widerstände werden so abgeglichen, dass das Galvanometer keinen Ausschlag zeigt. In diesem Falle ist

$$r_1 r_4 = r_2 r_3.$$

Wenn der so abgeglichene Stromkreis geöffnet wird, dann verursacht die in der Inductionsspirale entstehende elektromotorische Kraft im Galvanometer einen Impulsivausschlag, mittelst welchem man den Selbstinductionscoefficienten der

Spule bestimmen kann. Hierauf ändert man den Widerstand des Seitenzweiges r_1 mit einem kleinen Bruchtheile desselben, welcher zwar den Strom nicht beträchtlich ändert, jedoch dazu ausreicht, um in der Brücke das Gleichgewicht zu stören. Wird jetzt der Stromkreis geschlossen, dann zeigt die Galvanometernadel in Folge der gestörten Stromgleichgewichtslage eine dauernde Ablenkung.

Ist der Impulsivausschlag der Galvanometernadel beim Oeffnen oder Schliessen des Stromkreises bei abgeglichenen Widerständen α, der dauernde Ausschlag der Galvanometernadel, während r_1 mit dem Bruchtheile δr_1 verändert wird, α_1, ist ferner die Schwingungsdauer der ungedämpften Nadel auf sehr kleine Schwingungen reducirt t, der Dämpfungsfactor k, dann ist der Selbstinductionscoefficient der fraglichen Spule durch den Ausdruck

$$L = \delta r_1 \frac{t}{\pi} \frac{\alpha}{\alpha_1} k$$

gegeben.

Bei dieser Messung muss die Stromquelle constant sein.

Nach dem Vorgange von Dorn wird auch in den Batteriezweig ein Galvanometer eingeschaltet, und das Verhältniss seines Reductionsfactors zu jenem des Brückengalvanometers bestimmt. Die Widerstände werden wieder so abgeglichen, dass durch den Brückenzweig bd kein Strom fliesst. Dann öffnet man den Stromkreis und beobachtet den Impulsivausschlag α der Galvanometernadel. Sei der Reductionsfactor des Brückengalvanometers C_1, jener des Strommessers im Batteriezweig C_2, der Ausschlag des letzteren auf Proportionalität mit der Stromstärke reducirt α_2 und der Widerstand des Galvanometerzweiges r_5, dann ist der Ausdruck des Selbstinductionscoefficienten

$$L = R \frac{C_1}{C_2} \frac{t}{\pi} \frac{\alpha}{\alpha_2} k$$

wo R den Werth

$$R = \frac{r_5 (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_1 + r_3)(r_2 + r_4)}{r_4}$$

hat.

Vergleichung zweier Selbstinductionscoefficienten nach Maxwell.

Es wird eine Wheatstone'sche Brücke folgendermassen zusammengestellt: Die zwei Rollen, deren Selbstinductionscoefficienten miteinander zu vergleichen sind, kommen zwischen die Punkte ab und bc (Fig. 100). Die zwei inductionsfreien Widerstände r_3 und r_4 bilden die anderen Seitenzweige der Brückencombination. Das Galvanometer G ist zwischen die Punkte b und d, die Stromquelle E zwischen a und c geschaltet. Der Stromkreis kann durch den Taster T unterbrochen werden.

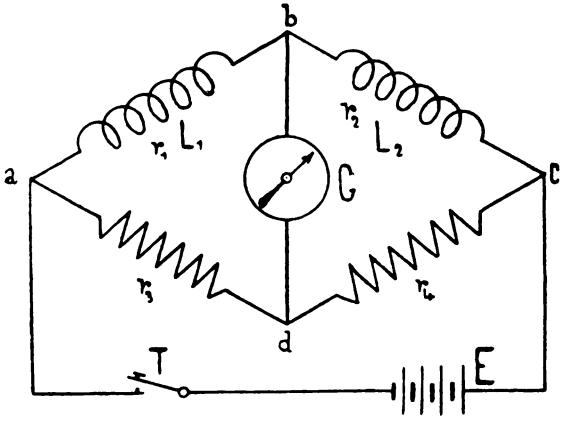


Fig. 100.

Die Widerstände werden so abgeglichen, dass das Galvanometer beim Oeffnen und Schliessen des Stromkreises keinen Strom anzeigt. Da beim Oeffnen und Schliessen des Stromkreises in den Inductionsrollen Extraströme auftreten, bleibt die Galvanometernadel nur dann in der Ruhelage, wenn die Bedingung erfüllt ist, dass

$$P_1 : P_2 = P_3 : P_4$$

wo P_1, P_2, P_3 und P_4 die Potentialunterschiede zwischen den Endpunkten der Widerstände r_1, r_2, r_3 resp. r_4 bedeuten. Diese Potentialunterschiede können durch die Theilströme aus-

gedrückt werden, und zwar wenn die Theilströme in den Seitenzweigen i_1, i_2, i_3 resp. i_4 sind, wenn ferner die Spulen die Selbstinductionscoefficienten L_1 und L_2 besitzen, dann ist

$$P_1 = i_1 r_1 + L_1 \frac{d i_1}{d t}$$

$$P_2 = i_2 r_2 + L_2 \frac{d i_2}{d t}$$

$$P_3 = i_3 r_3$$

$$P_4 = i_4 r_4$$

folglich

$$\left(i_1 r_1 + L_1 \frac{d i_1}{d t}\right) : \left(i_2 r_2 + L_2 \frac{d i_2}{d t}\right) = i_3 r_3 : i_4 r_4.$$

Bei Abgleichung der Widerstände zeigt die Galvanometernadel keinen Ausschlag, es ist in diesem Falle

$$i_1 = i_2 \text{ und } i_3 = i_4$$

und $$r_1 r_4 = r_2 r_3.$$

Es folgt aus diesen Gleichungen, dass

$$L_1 \frac{d i_1}{d t} r_4 + i_1 r_1 r_4 = L_2 \frac{d i_1}{d t} r_3 + i_2 r_2 r_3$$

und hieraus

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{r_3}{r_4}.$$

Bei der Messung muss man darauf achten, dass die Spulen keine merkliche gegenseitige Induction haben. Um dessen sicher zu sein, stellt man die Achsen der Spulen auf einander senkrecht, oder man stellt sie weit von einander ab.

Bestimmung des Selbstinductionscoefficienten durch Capacitätsmessung.

Diese Bestimmungsweise des Selbstinductionscoefficienten beruht auf einer Anordnung der Wheatstone-Brücke, wonach ausser den ohmischen und inductiven Widerständen auch eine Capacität in den Stromkreis geschaltet wird. Die Schaltungsweise ist aus Fig. 101 ersichtlich. r_1, r_2 und r_4 sind inductionsfreie Widerstände. Die Inductionsrolle hat den ohmischen

Widerstand r_3 und den Selbstinductionscoefficienten L. Das Galvanometer G und die Stromquelle E, sammt dem Taster T im Hauptstromkreise, befinden sich in den Diagonalzweigen. K ist ein Condensator, welcher in den Punkten e und f mit dem Widerstande r_2 verbunden ist. Die Verbindungspunkte e und f sind so zu wählen, dass bei geschlossenem oder ge-

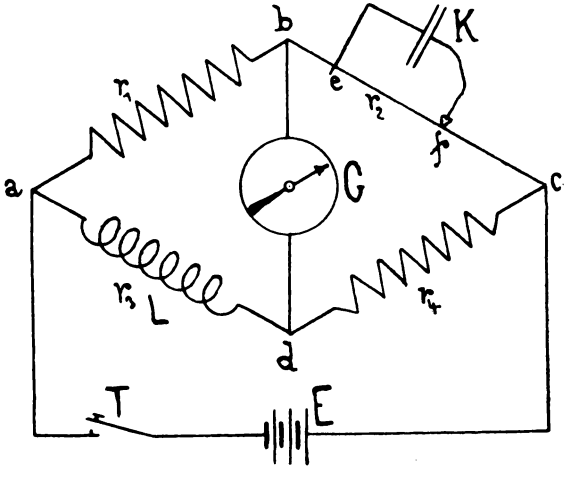


Fig. 101.

öffnetem Stromkreise die Galvanometernadel in ihrer Ruhelage verbleibt. In diesem Falle ist die Abgleichung erreicht und kann der Selbstinductionscoefficient folgendermassen ausgedrückt werden:

$$L = K R_2^2 \frac{r_3}{r_2}$$

wo K die bekannte Capacität des Condensators, R_2 den Widerstand zwischen den Punkten e und f bedeutet.

Um R_2 bequem einstellen zu können, wird für r_2 ein Brückendraht mit Schleifcontact oder ein Stöpselrheostat verwendet.

Wenn die Capacität und die Widerstände in CGS-Einheiten gegeben sind, dann bekommt man auch den Selbstinductionscoefficienten in solchen. Werden diese Grössen in

Farad und Ohm gemessen, dann ergiebt sich der Selbstinductionscoefficient in Quadranten.

Die Anordnung von Anderson ist in Fig. 102 abgebildet. In den Galvanometerzweig ist ein regulirbarer Widerstand r eingeschaltet, von welchem die Condensatorleitung abzweigt. Bei der Messung wird der Stromkreis zuerst ständig geschlossen, und die Widerstände der einzelnen Zweige so abgeglichen, dass die Galvanometernadel keinen Ausschlag zeigt. Dann wird der Widerstand r so lange verändert, bis die Galvanometernadel bei Oeffnen und Schliessen des Stromkreises wieder keine Ab-

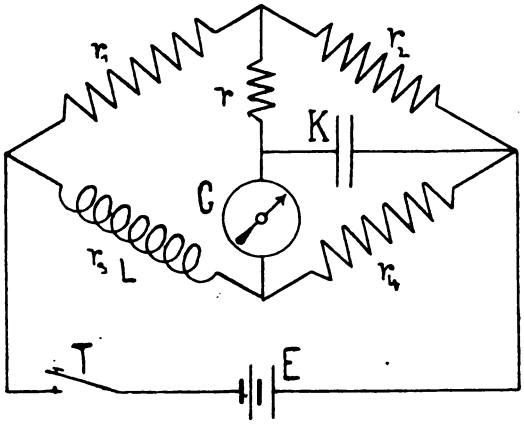


Fig. 102.

lenkung erfährt. So bekommt man den Selbstinductionscoefficienten aus dem Ausdruck

$$L = K(r[r_3 + r_4] + r_1 r_4)$$

wo K die Capacität des Condensators ist.

Bestimmung des gegenseitigen Inductionscoefficienten.

Die Schaltungsweise ist in Fig. 103 dargestellt. Die Stromquelle E liefert den Strom für einen Stromkreis, der ohmische, inductive Widerstände und Capacität enthält. Die zu untersuchenden Rollen seien L_1 und L_2. r_1 und r_2 sind inductions-

freie Widerstände, welche mit einem Condensator von der Capacität K zusammengeschaltet sind.

Bei der Messung müssen die Widerstände so regulirt werden, dass das Galvanometer G weder bei Schliessen noch bei Oeffnen des Stromkreises einen Ausschlag zeigt. Ist das der Fall, dann ist der gegenseitige Inductionscoefficient der beiden Rollen $L = r_1 r_2 K$.

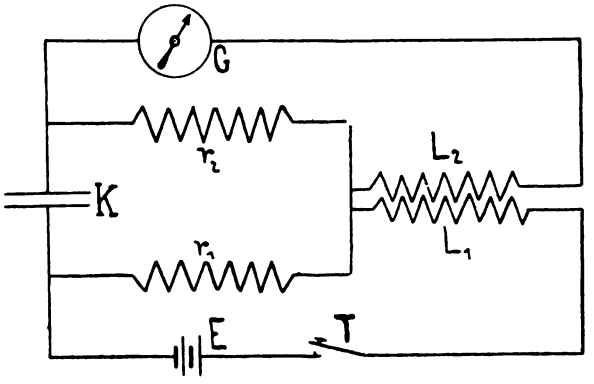


Fig. 103.

Maxwell's Methode zur Vergleichung eines Selbstinductionscoefficienten mit einem gegenseitigen Inductionscoefficienten.

Der gegenseitige Inductionscoefficient der beiden Rollen L_1 und L_2 sei L (Fig. 104). Die Rolle L_1 wird in den einen Seitenzweig der Wheatstone'schen Brücke geschaltet, die übrigen drei Seitenzweige bestehen aus inductionsfreien Widerständen. In den Diagonalzweigen ist das Galvanometer G resp. die zweite Rolle mit der Stromquelle E und einem Stromunterbrecher T.

Besitze die Rolle L_1 den ohmischen Widerstand r_1. Bei der Messung wird der Stromkreis dauernd geschlossen und die Widerstände so abgeglichen, dass

$$r_1 r_4 = r_2 r_3.$$

Dann öffnet man den Stromkreis und beobachtet das Galvanometer. Im Allgemeinen wird die Nadel einen Aus-

schlag geben, welcher dadurch entsteht, dass in den Inductionsrollen bei Oeffnen oder Schliessen des Stromkreises elektromotorische Kräfte auftreten, welche einander ungleich sind. Um die Nadel in ihrer Ruhelage behalten zu können, unabhängig davon, ob der Stromkreis geöffnet oder geschlossen ist, muss man die inducirten elektromotorischen Kräfte so abändern, dass

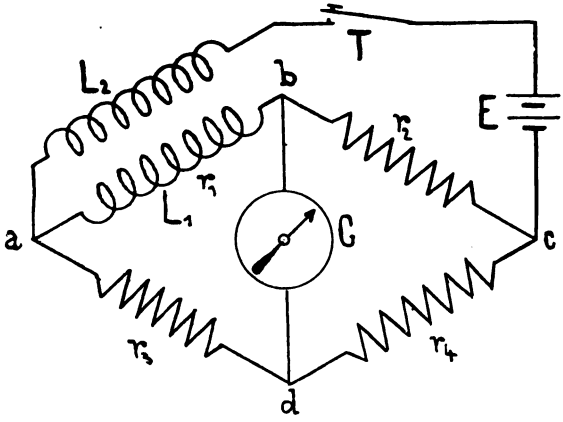


Fig. 104.

sie einander gleich sind, jedoch entgegengesetzte Richtungen haben. Dies erreicht man dadurch, dass man die gegenseitige Entfernung der Spulen verändert und dass man sie gegeneinander schaltet. Wenn die Entfernung der Spulen sich nicht verändern lässt, dann müssen die Widerstände r_3 und r_4 abgeändert werden. Bei dieser Regulirung der Widerstände muss man darauf achten, dass ihr Verhältniss unverändert dasselbe bleibt, da sonst die Bedingungsgleichung

$$r_1 r_4 = r_2 r_3$$

nicht mehr bestehen kann.

Sind alle Bedingungen erfüllt, dann ist die Grösse des gesuchten Selbstinductionscoefficienten

$$L_1 = \left(1 + \frac{r_1}{r_3}\right) L$$

oder $$L_1 = \left(1 + \frac{r_2}{r_4}\right) L.$$

Eine andere Messweise besteht darin, dass man zwischen die Punkte a und c einen inductionsfreien Widerstand R einschaltet, und diesen so regulirt, dass das Galvanometer bei Oeffnen und Schliessen des Stromkreises keinen Ausschlag zeigt. Es wird dann

$$L_1 = \left(1 + \frac{r_2}{r_4} + \frac{r_1 + r_2}{R}\right) L.$$

Vergleichung von gegenseitigen Inductionscoefficienten.

Es werden zwei Stromkreise gebildet. Die inducirenden Rollen a und a_1 werden nacheinander in den Stromkreis der Elektricitätsquelle E geschaltet (Fig. 105). Die inducirten Rollen b und b_1 bilden mit ohmischen Widerständen und ab-

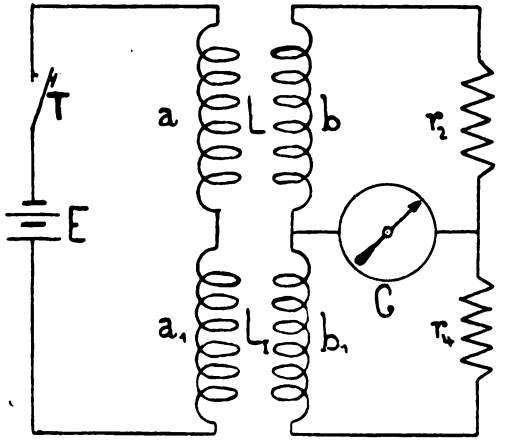


Fig. 105.

gezweigtem Galvanometer einen zweiten Stromkreis. Die Rollen sind so geschaltet, dass die inducirten Ströme gleich gerichtet sind. Die Widerstände r_2 und r_4 sind so zu reguliren, dass der Galvanometerzweig bei Oeffnen und Schliessen des primären Stromkreises stromlos bleibt. Es ist zweckmässig zwei Abgleichungen mit verschiedenen Widerständen vorzunehmen, da man hierdurch die Widerstände der inducirten Rollen eliminiren

kann. Sind die Abgleichswiderstände im ersten Falle r_2 und r_4, im zweiten Falle r_2^1 und r_4^1, dann sind die zugeschalteten Widerstände $r_2^1 - r_2$ resp. $r_4^1 - r_4$ und

$$\frac{L}{L_1} = \frac{r_2^1 - r_2}{r_4^1 - r_4}$$

wenn L den gegenseitigen Inductionscoefficient des ersten Rollenpaares, L_1 jenen des zweiten Rollenpaares bedeutet.

Nach Foster kann die Anordnung so abgeändert werden, dass das Galvanometer mit den secundären Rollen in Serie geschaltet, der primäre Stromkreis aber so getheilt wird, dass in den Brückenzweig die Stromquelle mit dem Unterbrecher, in den Hauptzweig aber zwei Widerstände kommen. Die Widerstände werden so abgeglichen, dass der secundäre Kreis bei intermittirenden Strömen im primären Stromkreise stromlos bleibt. Die gegenseitigen Inductionscoefficienten verhalten sich hier so, wie die Widerstände der beiden Theile des inducirenden Stromkreises.

Berechnungsformeln der Inductionscoefficienten.

1. Selbstinductionscoefficient eines geraden Drahtes mit kreisförmigem Querschnitte.

$$L = 2l \left\{ \lg \frac{4l}{d} - 1 + \frac{\mu}{4} \right\}$$

wo l die Länge, d die Dicke des Drahtes, μ die magnetische Permeabilität des Materiales bedeutet.

2. Zwei parallele Drähte haben einen Inductionscoefficienten L, wenn ihre Entfernung d im Vergleich zu ihrer Länge l gering ist

$$L = 2l \left(\lg \frac{2l}{d} - 1 + \frac{\mu}{4} \right)$$

wo μ die magnetische Permeabilität des Mittels zwischen den Drähten bedeutet.

3. Einfacher Drahtkreis. Die Dicke des Drahtes sei d, der Halbmesser des Kreises r, dann ist nach Bláthy

$$L = 4r\pi \left\{ 0{,}57944 + \lg \frac{2r}{d} - \frac{d}{r} - \frac{d^2}{96\,r^2} - \frac{d^3}{384\,r^3} - \ldots \right\}.$$

4. Eine Rolle von der Länge l und mit der Anzahl Windungen n in mehreren Lagen. Der innere Halbmesser sei r, die radial gemessene Dicke der Wickelung d, dann ist der Selbstinductionscoefficient

$$L = 4\,\pi^2\,n^4\,l\,d^2\,r^2\left(1+\frac{d}{r}+\frac{d^2}{3.r^2}\right).$$

5. Langes Solenoid von der Länge l, dem Halbmesser r und der Windungszahl n pro Längeneinheit

$$L = 4\,\pi^2\,n^2\,r^2\,l.$$

6. Gegenseitige Induction von gleich langen Rollen mit mehreren Lagen von Windungen

$$L = \frac{4}{3}\,\pi^2\,l\,n_1^2\,n_2^2\,(x-y)\,(y^3-z^3).$$

l ist die Länge der Spulen, n_1 die Zahl der Windungen der äusseren Spule, n_2 jene der inneren Spule, x der äussere Radius der äusseren Rolle, y der innere Radius derselben Rolle, y der äussere Radius der inneren Rolle, z endlich der innere Radius der inneren Rolle.

7. Dieselbe Rollen mit einem Eisenkern in der inneren Rolle, wenn der Eisenkern die Rolle ganz ausfüllt

$$L = 4\,\pi^2\,l\,n_1^2\,n_2^2\,(x-y)\left(\frac{y^3-z^3}{3}+4\,\pi\,v\,z^2\,[y-z]\right)$$

wo v die magnetische Susceptibilität des Eisenkernes bedeutet.

Anhang.

Photometrie.

Unter Photometrie versteht man die Gesammtheit jener Messmethoden, welche zur Vergleichung der Lichtstärken verschiedener Lichtquellen dienen. Die Messung der Lichtstärke beruht auf der physiologischen Wirkung des Lichtes auf die Netzhaut des Auges und dementsprechend kann von einer absoluten Einheit der Lichtstärke keine Rede sein, da diese

Wirkung in absoluten Masseinheiten auch nicht ausgedrückt werden kann.

Um die Lichtstärke einer Lichtquelle messen zu können, muss man eine geeignete Lichteinheit haben, deren sämmtliche Eigenschaften genau bekannt sind. Die Gesammtlichtstärke einer Lichtquelle ist jene Lichtmenge, welche von ersterer auf eine geschlossene, sie ganz umgebende Fläche ausgestrahlt wird. Die mittlere räumliche Lichtstärke der Lichtquelle bekommt man, wenn man die Gesammtlichtstärke mit 4π dividirt. Bei der Vergleichung der Lichtquellen kommt die Leuchtkraft oder die Lichtstärke in Betracht. Unter der Lichtstärke in einer bestimmten Richtung versteht man diejenige Lichtmenge, welche von der Lichtquelle auf die senkrecht auf diese Richtung stehende Flächeneinheit ausgesandt wird, wenn diese Flächeneinheit von der Lichtquelle in der Einheit der Entfernung sich befindet.

Wenn die Gesammtlichtstärke einer punktförmigen Lichtquelle mit I bezeichnet wird, dann ist die Lichtmenge auf der Flächeneinheit der Kugel mit dem Halbmesser r gleich

$$i = \frac{I}{4\pi r^2}$$

da die Oberfläche dieser Kugel

$$f = 4\pi r^2$$

ist.

Dieselbe Lichtquelle strahlt immer die gleiche Lichtmenge aus, folglich ist die Lichtstärke auf einer Flächeneinheit der Kugel vom Halbmesser r_1

$$i_1 = \frac{I}{4\pi r_1^2}.$$

Aus beiden Gleichungen folgt, dass

$$i : i_1 = r_1^2 : r^2$$

d. h. die Lichtstärke nimmt umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung von der Lichtquelle ab.

Die obige Gleichung kann zur Vergleichung der Lichtstärken verschiedener Lichtquellen dienen. Befindet sich z. B.

eine geeignet gewählte Einheit der Lichtstärke in dem Punkte *a* (Fig. 106) die zu vergleichende Lichtquelle in dem Punkte *b* und ist *c* jene Stelle, in welcher auf die Verbindungsrichtung *a b* senkrechten Flächeneinheit von beiden Lichtquellen gleiche Lichtmengen ausgestrahlt werden, dann ist

$$i : I = x^2 : y^2$$

wo i die Einheit der Lichtstärke, I die zu vergleichende Lichtstärke, x und y aber die Entfernungen der Lichtquellen von der Fläche *c* bedeuten.

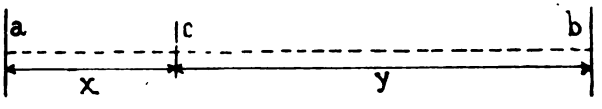


Fig. 106.

Wenn x und y in Längen gemessen werden, dann ist I bekannt, da

$$I = i \left(\frac{y}{x}\right)^2.$$

Diese Formel dient zur Vergleichung der Lichtstärken von verschiedenenen Lichtquellen, und da in ihr auch die Vergleichseinheit vorkommt, musste man sich über eine solche Einheit einigen. Im folgenden sollen die verschiedenen vorgeschlagenen und benützten Lichteinheiten behandelt werden.

Einheiten der Lichtstärke.

Bei der Bestimmung der Einheit der Lichtstärke ging der französische Physiker Violle von jener Lichtmenge aus, welche eine bestimmte Oberfläche geschmolzenen Platins ausstrahlt. Diese Einheit ist die sogenannte Violle'sche Platineinheit und wurde von dem internationalen Elektrikercongresse zu Paris im Jahre 1884 folgendermassen definirt:

Die Einheit des weissen Lichtes ist jene Lichtmenge, welche von einem Quadratcentimeter Oberfläche reinen geschmolzenen Platins in senkrechter Richtung bei der Erstarrungstemperatur ausgestrahlt wird. Die Lichteinheit einer jeden einfachen Lichtart ist die Lichtmenge derselben Art, welche

von einer ein Quadratcentimeter grossen Oberfläche geschmolzenen reinen Platins in senkrechter Richtung bei der Erstarrungstemperatur ausgestrahlt wird.

Diese Lichteinheit ist praktisch sehr schwer zu reproduciren, weshalb W. v. Siemens einen Apparat herstellte, bei welchem reines dünnes Platinblech durch einen stetig anwachsenden galvanischen Strom zum Schmelzen gebracht wird. Das Platinblech befindet sich vor einer $^1/_{10}$ cm^2 Flächeninhalt besitzenden Oeffnung, so dass bei Schmelzen die ausgestrahlte Lichtmenge $^1/_{10}$ der Violle'schen Platineinheit ist. Siemens setzte voraus, dass bei chemisch reinem Platin die bei dem Schmelzpunkte ausgestrahlte Lichtmenge gleich jener bei dem Erstarren des Metalls ausgestrahlten ist.

Die so erhaltene Einheit ist die Siemens'sche Platineinheit. Siemens construirte seinen Apparat so, dass das ausgeschmolzene Platinblech durch einen einfachen Mechanismus rasch durch ein anderes ersetzt werden kann.

Da diese Lichteinheiten in der Praxis nicht anwendbar sind, verwendet man bei praktischen Lichtmessungen Lampen und Kerzen, welche nach bestimmten Principien und Verfahren hergestellt sind, und welche für praktische Messungen einen genügend genauen Werth ergeben.

Die englische Normalkerze ist eine Spermacetikerze, welche so hergestellt ist, dass sie bei einer Flammenhöhe von 45 mm 7,77 g in der Stunde verbraucht. Um möglichst genau messen zu können, verwendet man besonders construirte Kerzenwaagen, welche den Materialverbrach der brennenden Kerze angeben. Die Lichtstärke wird auch durch die Höhe der Flamme beeinflusst, weshalb auf eine pünktliche Einstellung derselben besonders zu achten ist.

Die Messung der Flammenhöhe kann verschiedenerweise erfolgen. Man verwendet zu diesem Zwecke einen Zirkel oder zwei horizontale Drähte, welche auf einer verticalen Säule verschiebbar angeordnet sind. Diese Drähte stellt man so ein, dass der eine den untersten, der andere aber den obersten Theil der Flamme berührt. Der Abstand beider Drähte giebt

dann die Flammenhöhe. Die Drähte können auch ein für allemal in 45 mm Entfernung von einander fix befestigt werden, man vergleicht dann mit denselben die Flammenhöhe der Kerze.

Am zweckmässigsten ist hier die Krüss'sche Anordnung des optischen Flammenmaasses anzuwenden. Dieses besteht aus einer biconvexen Linse, deren Brennweite bekannt ist. Diese Linse wirft ein umgekehrtes reelles Bild auf eine matte Glasscheibe, welche mit feiner Theilung versehen ist. Diese Glasscheibe ist von der Linse in doppelter Brennweite aufgestellt und in derselben Entfernung befindet sich die Linse von der Flamme. Durch diese Anordnung ist die Grösse des Bildes mit jener der Flamme gleich und man kann dadurch die Flammenlänge controliren.

Die deutsche Paraffinkerze hat einen Durchmesser von 20 mm. Die Dimensionen sind so festgestellt, dass von solchen Kerzen 12 Stück ein Gewicht von 1 kg haben. Die Lichtstärke dieser Kerze ist die richtige, wenn die Flammenhöhe 50 mm beträgt.

Die französische Carcellampe wird mit gereinigtem Rüböl gespeist. Die Lichtstärke dieser Lampe ist die richtige, wenn in einer Stunde 42 g Rüböl verbraucht wird. Ist der Rüböl-verbrauch von diesem Werth etwas verschieden (40 — 44 g pro Stunde), dann kann man die Lichtstärke dem Minder- resp. Mehrverbrauch proportional setzen. Die Carcellampe ist eine Runddochtlampe mit einem cylindrischen Docht von 30 mm Durchmesser. Dieser Docht wird von einem Glascylinder umgeben, welcher in der Flammenhöhe verengt ist. Bei richtiger Einstellung beträgt die Flammenhöhe 40 mm.

Eine andere Lichtquelle zur Vergleichung verschiedener Lichtstärken ist Harcourt's Pentangasflamme. Diese Lampe wird mit Pentan gespeist, welches gewonnen wird, indem man Petroleum bei 50° destillirt. Das flüssige Pentan wird aus einem Behälter mittelst eines Dochtes in ein senkrechtes Rohr geführt und in diesem verdampft. Die Flamme brennt einige Centimeter ober dem Dochtende und durch sie wird die zur

Verdampfung des Pentans nöthige Wärme geliefert. Die Flamme schlägt in ein caminartiges Rohr, welches zwei Schlitze hat, um die Flammenhöhe genau einstellen zu können. Bei richtiger Einstellung hat die Flamme eine Höhe von 72 mm.

Eine Lampe, welche den Anforderungen des technischen Lichtmessens völlig entspricht, wurde von Hefner von Alteneck construirt. Hefner benutzt zur Speisung seiner Lampe reines Amylacetat, dessen Siedepunkt zwischen 138 und 140° C liegt. Hefner definirte als Einheit der Lichtstärke die Leuchtkraft jener Flamme, welche sich aus dem horizontalen Querschnitt eines mit Amylacetat gesättigten Dochtes erhebt. Der Docht befindet sich in einem Neusilberrohr, dessen innerer Durchmesser 8 mm beträgt. Das Rohr hat eine Länge von 25 mm. Vor der Messung soll die Lampe mindestens 10 Minuten brennen und bei richtiger Einstellung soll ihre Höhe vom Rande des Dochtrohres gemessen 40 mm betragen. Diese Flammenhöhe kann durch eine zur Lampe beigegebene Visirvorrichtung oder mittelst des optischen Flammenmaasses controlirt werden.

Wenn die miteinander zu vergleichenden Lichtquellen sehr verschiedene Lichtstärken haben, dann kann die Bestimmung der Lichtstärke sehr fehlerhaft werden, da der Beobachtungsschirm im Sinne des Entfernungsgesetzes sehr nahe zur Lichteinheit zu stehen kommt. Um solche Fehler zu vermeiden, wendet man Zwischenlichtquellen an, deren Lichtstärke auf die gewählte Lichteinheit bezogen bekannt ist. Man kann zu diesem Zwecke zwei Photometerbänke aufstellen, deren eine kürzer die andere länger ist. Im Kreuzungspunkte steht die Zwischenlichtquelle, deren Lichtintensität durch die gewählte und am anderen Ende der kürzeren Photometerbank aufgestellte Lichteinheit controlirt wird. Die eigentliche Lichtmessung geschieht auf der längeren Photometerbank, welche die Zwischenlichtquelle und die zu messende Lichtquelle in sich vereinigt. Als Zwischenlichtquelle muss man natürlich eine solche anwenden, deren Lichtemission in jeder Richtung bekannt ist.

Folgende Tabelle zeigt eine vergleichende Zusammenstellung der verschiedenen Lichteinheiten nach Violle.

	Violle'sche Platineinheit	Carcellampe	Engl. Normalkerze	Deutsche Vereinskerze	Hefnerlicht
Violle'sche Platineinheit	1,000	2,080	18,50	16,40	18,90
Carcellampe	0,481	1,000	8,91	7,89	9,08
Englische Normalkerze .	0,054	0,112	1,00	0,89	1,02
Deutsche Vereinskerze .	0,061	0,127	1,13	1,00	1,15
Hefnerlicht	0,053	0,110	0,98	0,87	1,00

Photometer.

Die Photometer dienen dazu um die Vergleichung der verschiedenen Lichtquellen dem Auge leichter zu machen. Im folgenden sollen einige Photometer beschrieben und ihre Wirkungsweisen behandelt werden.

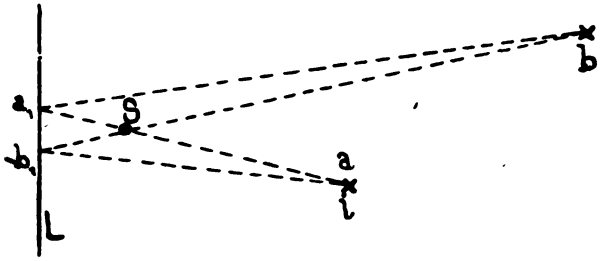


Fig. 107.

Das älteste Photometer ist jenes von Lambert und Rumford. Ein undurchsichtiger Stab steht vor einem weissen Schirm in geringer Entfernung. Die zu vergleichenden Lichtquellen senden ihre Strahlen auf den Schirm und bilden Schattenbilder des Stabes. Die Entfernungen der Lichtquellen a und b (Fig. 107) sind so zu reguliren, dass die unmittelbar nebeneinander fallenden Schattenbilder a_1 und b_1 gleich dunkel erscheinen. Ist dies erreicht, dann verhalten sich die Lichtintensitäten wie die Quadrate ihrer Entfernungen vom Schirme L, also

$$\frac{i}{I} = \frac{a\,b_1^2}{a_1\,b^2}.$$

Photometer von Ritchie (Fig. 108). Die Lichtquellen S_1 und S_2 senden ihre Strahlen auf die Spiegel A_1 und A_2, welche miteinander 90° beschliessen. An der Kante der Spiegel ist eine durchscheinende Platte PP angebracht, welche die reflektirten Lichtstrahlen auffängt. Bei Messen müssen die in einer Linie befindlichen Lichtquellen so lange verschoben werden, bis am Schirme PP gleiche Helligkeiten zu beobachten sind. Die Berechnung der Lichtstärken erfolgt nach dem Entfernungsgesetze.

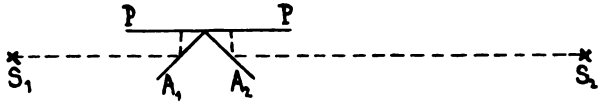


Fig. 108.

Bunsen's Photometer besteht aus einem weissen Papierblatt, welches in der Mitte einen runden Oelfleck hat. Die zu vergleichenden Lichtquellen werden so aufgestellt, dass die das Papierblatt bescheinenden Lichtstrahlen in eine gerade Linie fallen. Beim Messen sind die Lichtquellen oder der Photometerschirm so zu verschieben, dass der Oelfleck von beiden Seiten betrachtet von der Unterlage sich gleich hell oder gleich dunkel abhebt. Die Anordnung ist gewöhnlich eine solche, dass die Lichtquellen fix befestigt sind und der Photometerschirm auf einer Schiene so verschiebbar ist, dass ein Index auf einer Scalentheilung gleich die gegenseitigen Entfernungen der Lichtquellen vom Schirme angiebt. Mit Hülfe des Entfernungsgesetzes kann dann aus diesen abgelesenen Entfernungen die Lichtstärke berechnet werden.

Um beide Seiten des Papierblattes auf einmal beobachten zu können, stellt man zu beiden Seiten des Schirmes gleiche und gleichgeneigte Spiegel. Dasselbe kann auch durch die Anwendung von Prismen erreicht werden.

Das Photometer von Weber besteht aus zwei, aufeinander senkrechten Röhren A und B (Fig. 109). Das Rohr B ist um die Axe des Rohres A verdrehbar, jedoch in der Weise, dass es darauf immer vertical bleibt. b ist eine Benzinlampe,

welche die Vergleichslichtquelle bildet und deren Flammenhöhe mittelst einer Visirvorrichtung einstellbar ist. Im Rohre *A* befindet sich eine verticale Milchglasplatte *x—x*, welche längs der Rohraxe verschiebbar ist und einen Index besitzt um die Grösse der Verschiebung an einer ausserhalb des Rohres befindlichen Millimeterscala ablesen zu können. Die von dieser Glasplatte ausgehenden Lichtstrahlen werden von einem Reflexionsprisma *p* reflectirt und nach dem Ocular *o* geführt.

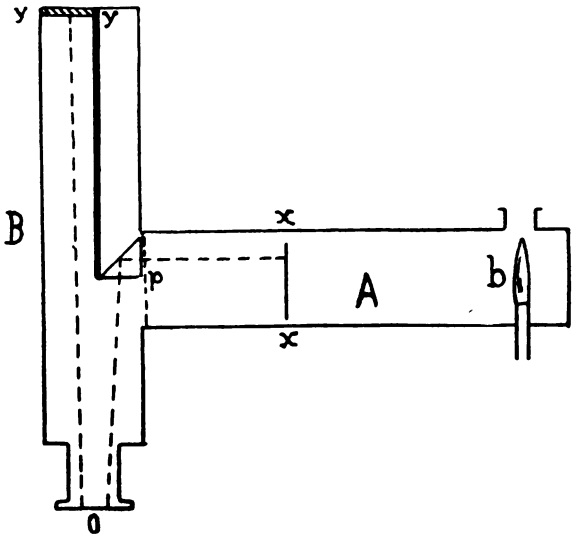


Fig. 109.

Dieses Prisma befindet sich bereits im Rohr *B* und nimmt an den Verdrehungen derselben theil. Dem Ocular *o* gegenüber ist eine Milchglasplatte *y—y*, welche auswechselbar ist. Bei dem Messen wird die Platte *y—y* von der zu vergleichenden Lichtquelle beleuchtet, die Beleuchtung beider Milchglasplatten aber durch das Ocular beobachtet. Fallen auf beide Platten gleiche Lichtmengen, dann sieht man durch das Ocular ein gleichmässiges Bild, welches höchstens durch die Trennungslinie des Prismas in zwei Theile getheilt wird.

Photometer von Lummer & Brodhun. Dieses Photometer besitzt zwei rechtwinkelige Prismen *a* und *b* (Fig. 110), deren eines eine kugelförmige Hypothenusenfläche besitzt. Diese Fläche ist angeschliffen und an dem angeschliffenen Theile auf das andere Prisma so fest angedrückt, dass zwischen den Glasflächen keine Luft bleibt. Die Lichtstrahlen der Lichtquellen *c* und *d* fallen auf einen Schirm *l*, welcher kein Licht hindurchlässt. Das reflectirte Licht fällt auf die Spiegel *e* und *f*, und von diesen dringt es durch die Prismen. Ein

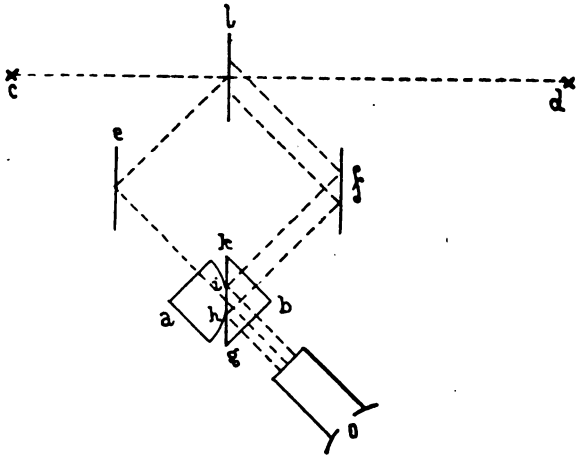


Fig. 110.

Theil wird von den Prismen reflectirt, der andere Theil dringt aber durch. Hierdurch sieht das beobachtende Auge durch das Ocularrohr verschieden beleuchtete Flächen und zwar erblickt es einen hellen oder dunklen Fleck, welcher dem angeschliffenen Theile des Prismas entspricht. Diese ganze Zusammenstellung ist auf einen verschiebbaren Wagen gesetzt, welchen man bei der Messung auf der Photometerbank solange verschiebt, bis der Fleck verschwindet. In diesem Falle sind beide Seiten des Schirmes *l* gleich stark beleuchtet und die Lichtstärke der untersuchten Lichtquelle kann mittelst des Entfernungsgesetzes bestimmt werden.

Photometriren von Glüh- und Bogenlampen.

Die elektrische Glühlampe besitzt einen einfachen oder mehrfach gekrümmten Kohlefaden, weshalb die Lichtemission in den verschiedenen Richtungen verschieden ist. Die Lichtmessung muss deshalb so ausgeführt werden, dass man von diesen verschiedenen Leuchtvermögen in den verschiedenen Richtungen ein Mittelmaass bilden kann.

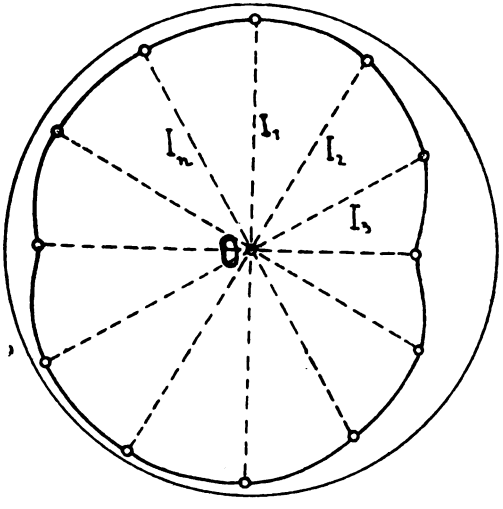


Fig. 111.

Bei der Bestimmung der mittleren Horizontalintensität einer Glühlampe lässt man sie mit voller Kraft leuchten und dreht sie um eine verticale Axe in gleichen Winkeln, misst die diesen Winkeln entsprechende Lichtintensitäten und bestimmt aus den so erhaltenen Werthen die mittlere Horizontalintensität. Wird z. B. die Lampe mit je 30^0 um die verticale Axe verdreht, und misst man diesen Winkeln entsprechende Lichtintensitäten J_1, J_2, J_3, . . . J_n, dann bildet man das in Fig. 111 abgebildete Diagramm. Aus einem Centrum O gehen Strahlen von einander um je 30^0 entfernt nach jeder Richtung aus. Auf diese Strahlen werden die entsprechenden Lichtintensitäten in der Beobachtungsreihenfolge in einem bestimmten Maasse

aufgetragen und die so erhaltenen Endpunkte miteinander verbunden. Wird die Lampe während des Versuches allmählich bis 360° verdreht, dann erhält man im Diagramm eine geschlossene Figur. Bildet man nun einen Kreis, dessen Flächeninhalt gleich jener Fläche ist, welche die geschlossene Diagrammcurve einschliesst, dann ist der Halbmesser dieses Kreises die gesuchte mittlere Horizontalintensität.

Die Lampe kann auch in verticaler Ebene in derselben Weise verdreht werden. Man bekommt dann aus den beobachteten Lichtintensitäten die in Fig. 112 dargestellte Curve.

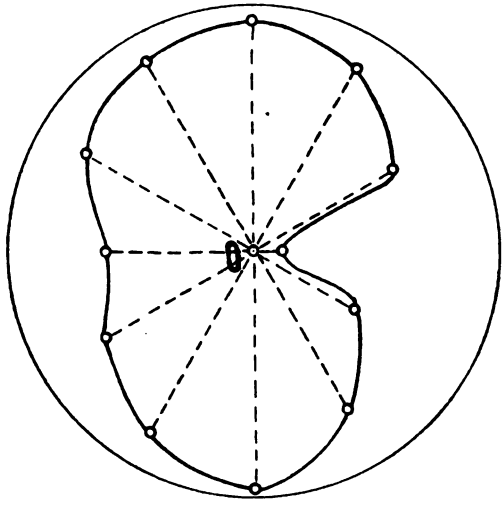


Fig. 112.

Die Oeconomie einer Glühlampe ist jene Energie, welche nöthig ist, um die Lichteinheit bei voller Lichtentfaltung der Lampe zu erzeugen. Verbraucht die Lampe z. B. bei einer Lichtentfaltung I die Energie W, dann ist die Oeconomie der Lampe

$$\mu = \frac{W}{I}.$$

Um dies bestimmen zu können, muss man die durch die Lampe verbrauchte Energie messen. Zu diesem Zwecke

schaltet man in den Stromkreis der Lampe ein Ampèremeter A (Fig. 113), zu den Klemmen der Lampe ein Voltmeter V. Zeigt das Ampèremeter den Strom i, das Voltmeter die Spannung e an, dann ist die verbrauchte Energie

$$W = e\,i$$

und

$$\mu = \frac{e\,i}{I}.$$

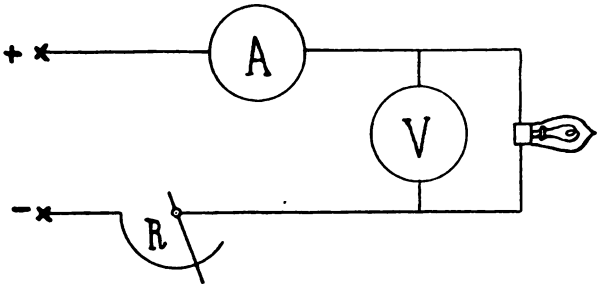


Fig. 113.

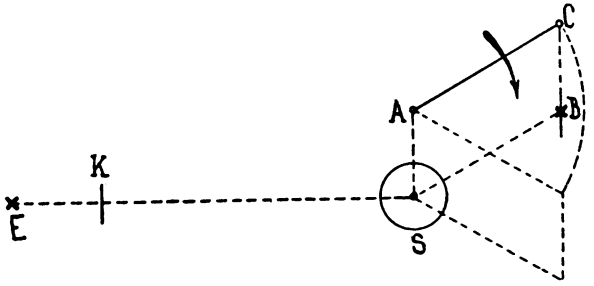


Fig. 114.

Um auch die Lichtstärke einer Glühlampe bei verschiedenen Spannungen messen zu können, schaltet man noch den Curbelrheostat R in den Stromkreis, welchen man allmählich kurzschliesst.

Bei Bogenlampenmessungen befestigt man die Bogenlampe auf einen drehbaren Arm in solcher Weise, wie in Figur 114 abgebildet. Der Arm wird über den Mittelpunkt des dreh-

baren Spiegels S so angebracht, dass mit seiner Hilfe die an seinem anderen Ende hängende Bogenlampe B gehoben oder gesenkt werden kann. Die Aufhängung ist so zu wählen, dass $CB = AS$ ist. Hierdurch wird durch die Bewegung der Bogenlampe die Entfernung SB nicht verändert. Der Spiegel reflectirt die Strahlen der Bogenlampe, deren einer Theil in den Photometerkopf K gelangt und durch letzteren mit der Lichteinheit E auf Intensität verglichen wird. Wenn nun die

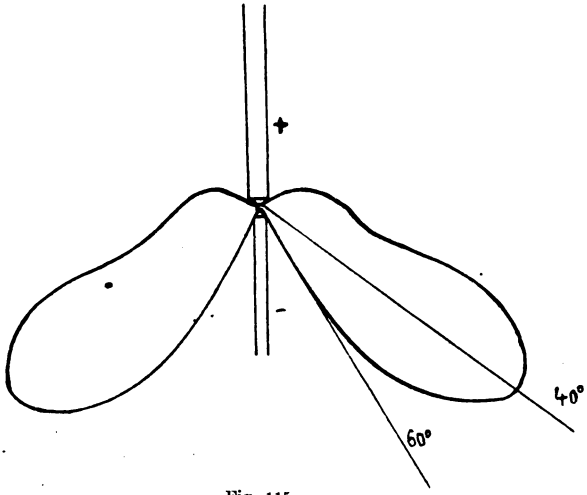


Fig. 115.

Lampe bewegt wird, dann kommen immer solche Lichtstrahlen durch den Spiegel in den Photometerkopf, welche von den Kohlen in verschiedenen Richtungen ausgestrahlt werden. Bildet man aus diesen Lichtintensitäten*) in schon bekannter Weise ein Diagramm, und bestimmt dann diese Diagramme auch für jene Fälle, in welchen die Lampe auch um eine durch den Lichtbogen gehende verticale Axe gedreht wird, dann bekommt man durch Summiren der Diagramme einen einem Rotationskörper sehr nahe stehenden Körper. Wird eine Kugel

*) Da der Spiegel nur einen Theil der gesammten Lichtmenge reflektirt, muss die gemessene Lichtstärke, je nach der Beschaffenheit des Spiegels mit 0,9 bis 0,6 dividirt werden, um die wahre Lichtstärke zu bekommen.

gedacht, deren Inhalt gleich dem Inhalte des genannten Körpers ist, dann nennt man den Radius dieser Kugel die mittlere sphärische Intensität der Lichtquelle.

Die Diagramme der Lichtausstrahlungen sind für Gleichstrom- und Wechselstrombogenlampen verschieden. Bei Gleichstrombogenlampen ist gewöhnlich die obere Kohle die positive Elektrode, weshalb das Maximum der Lichtmenge abwärts gestrahlt wird. Das diesbezügliche Diagramm ist in Figur 115 abgebildet. Man ersieht daraus, dass die maximale Lichtstärke unter dem Winkel von 40° erzeugt wird, während sie über 60° ein Minimum wird.

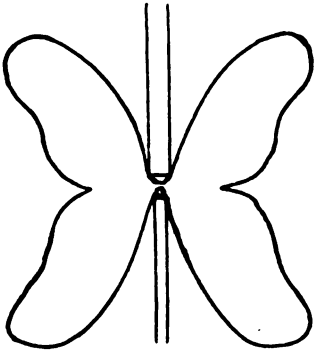


Fig. 116.

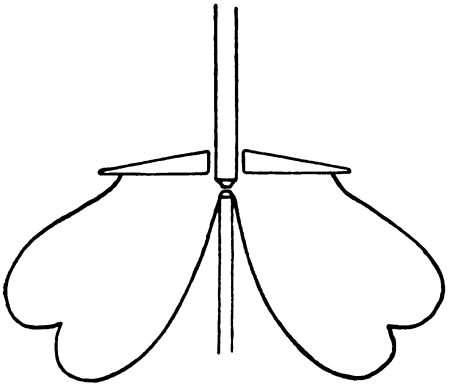


Fig. 117.

Bei Wechselstrombogenlampen wechselt die Polarität der Kohlen fortwährend und dementsprechend wird die maximale Lichtstärke einmal nach oben, ein anderes Mal nach unten gestrahlt. Das Diagramm ist auch von jenem der Gleichstrombogenlampe verschieden und ist in Figur 116 dargestellt. Um eine bessere Beleuchtung nach unten herstellen zu können, wendet man bei Wechselstrombogenlampen einen weissen Schirm an. Die Lichtvertheilung in diesem Falle zeigt Figur 117.

Tabellen.

n	n^2	n^3	$n\pi$	$\frac{n^2\pi}{4}$	$\sqrt{n}$
1	1	1	3,14	0,785	1,000
2	4	8	6,28	3,142	414
3	9	27	9,42	7,069	732
4	16	64	12,57	12,566	2,000
5	25	125	15,71	19,635	236
6	36	216	18,85	28,274	450
7	49	343	21,99	38,485	646
8	64	512	25,13	50,265	828
9	81	729	28,27	63,617	3,000
10	100	1000	31,42	78,540	162
11	121	1331	34,56	95,03	317
12	144	1728	37,70	113,10	464
13	169	2197	40,84	132,73	606
14	196	2744	43,98	153,94	742
15	225	3375	47,12	176,17	873
16	256	4096	50,27	201,06	4,000
17	289	4913	53,41	226,98	123
18	324	5832	56,55	254,47	243
19	361	6859	59,69	283,53	359
20	400	8000	62,83	314,16	472
21	441	9261	65,97	346,36	583
22	484	10648	69,12	380,13	690
23	529	12167	72,26	415,48	796
24	576	13824	75,40	452,39	899
25	625	15625	78,54	490,87	5,000
26	676	17576	81,68	530,93	099
27	729	19683	84,82	572,55	196
28	784	21952	87,96	615,75	291
29	841	24389	91,11	660,52	385
30	900	27000	94,25	706,86	477
31	961	29791	97,39	754,77	568
32	1024	32768	100,53	804,25	657
33	1089	35937	103,67	855,30	745
34	1156	39304	106,81	907,92	831
35	1225	42875	109,96	962,11	916
36	1296	46656	113,10	1017,9	6,000
37	1369	50653	116,24	1075,2	083
38	1444	54872	119,38	1134,1	164
39	1521	59319	122,52	1194,6	245

n	n^2	n^3	$n\pi$	$\frac{n^2\pi}{4}$	$\sqrt{n}$
40	1600	64000	125,66	1256,6	325
41	1681	68921	128,81	1320,3	403
42	1764	74088	131,95	1385,4	481
43	1849	79507	135,09	1452,2	557
44	1936	85184	138,23	1520,5	633
45	2025	91125	141,37	1590,4	708
46	2116	97336	144,51	1661,9	782
47	2209	103823	147,65	1734,9	856
48	2304	110592	150,80	1809,6	928
49	2401	117649	153,94	1885,7	7,000
50	2500	125000	157,08	1963,5	071
51	2601	132651	160,22	2042,8	141
52	2704	140608	163,36	2123,7	212
53	2809	148877	166,50	2206,2	280
54	2916	157464	169,65	2290,2	348
55	3025	166375	172,79	2375,8	416
56	3136	175616	175,93	2463,0	483
57	3249	185193	179,07	2551,8	550
58	3364	195112	182,21	2642,1	616
59	3481	205379	185,35	2734,0	681
60	3600	216000	188,50	2827,4	746
61	3721	226981	191,64	2922,5	810
62	3844	238328	194,78	3019,1	874
63	3969	250047	197,92	3117,2	937
64	4096	262144	201,06	3216,0	8,000
65	4225	274625	204,20	3318,3	062
66	4356	287496	207,35	3421,2	124
67	4489	300763	210,49	3525,7	185
68	4624	314432	213,63	3631,7	246
69	4761	328509	216,77	3739,3	307
70	4900	343000	219,91	3848,5	367
71	5041	357911	223,05	3959,2	426
72	5184	373248	226,19	4071,5	485
73	5329	389017	229,34	4185,4	544
74	5476	405224	232,48	4300,8	602
75	5625	421875	235,62	4417,9	660
76	5776	438976	238,76	4536,5	718
77	5929	456533	241,90	4656,6	775
78	6084	474552	245,04	4778,4	832

n	n^2	n^3	$n\pi$	$\frac{n^2\pi}{4}$	$\sqrt{n}$
79	6241	493039	248,12	4901,7	888
80	6400	512000	251,33	5026,6	944
81	6561	531441	254,47	5153,0	9,000
82	6724	551368	257,61	5281,0	055
83	6889	571787	260,75	5410,6	110
84	7056	592704	263,89	5541,8	165
85	7225	614125	267,04	5674,5	219
86	7396	636056	270,18	5808,8	274
87	7569	658503	273,32	5944,7	327
88	7744	681472	276,46	6082,1	381
89	7921	704969	279,60	6221,1	434
90	8100	729000	282,74	6361,7	487
91	8281	753571	285,88	6503,9	539
92	8464	778688	289,03	6647,6	592
93	8649	804357	292,17	6792,9	644
94	8836	830584	295,31	6939,8	695
95	9025	857375	298,45	7088,2	747
96	9216	884736	301,59	7238,2	798
97	9409	912673	304,73	7389,8	849
98	9604	941192	307,88	7543,0	899
99	9801	970299	311,02	7697,7	950
100	10000	1000000	314,16	7854,0	10,000

Trigonometrische Zahlen.

Winkel	Sinus		Tangens		Cotangens		Cosinus		
0°	0,000	17	0,000	17	∞	—	1,000	0	90°
1	0,017	18	0,017	18	57,29	—	1,000	1	89
2	0,035	17	0,035	17	28,64	—	0,999	0	88
3	0,052	18	0,052	18	19,08	—	0,999	1	87
4	0,070	17	0,070	17	14,30	—	998	2	86
5	0,087	18	0,087	18	11,43	—	996	1	85
6	0,105	17	0,105	18	9,514	—	995	2	84
7	0,122	17	0,123	18	8,144	—	993	3	83
8	0,139	17	0,141	17	7,115	801	990		82
	Cosinus		Cotangens		Tangens		Sinus		Winkel

Winkel	Sinus		Tangens		Cotangens		Cosinus		
9	0,156	18	0,158	18	6,314	643	988	2	81
10	0,174	17	0,176	18	5,671	526	985	3	80
11	0,191	17	0,194	19	5,145	440	982	3	79
12	0,208	17	0,213	18	4,705	374	978	4	78
13	0,225	17	0,231	18	4,331	320	974	4	77
14	0,242	17	0,249	19	4,011	379	970	4	76
15	0,259	17	0,268	19	3,732	245	966	4	75
16	0,276	16	0,287	19	3,487	216	961	5	74
17	0,292	17	0,306	19	3,271	193	956	5	73
18	0,309	17	0,325	19	3,078	174	951	5	72
19	0,316	16	0,344	20	2,904	157	946	5	71
20	0,342	16	0,364	20	2,747	142	940	6	70
21	0,358	17	0,384	20	2,605	130	934	6	69
22	0,375	16	0,404	20	2,475	119	927	7	68
23	0,391	16	0,424	21	2,356	110	921	6	67
24	0,407	16	0,445	21	2,246	101	914	7	66
25	0,423	15	0,466	22	2,145	95	906	8	65
26	0,438	16	0,488	22	2,050	87	899	7	64
27	0,454	15	0,510	22	1,963	82	891	8	63
28	0,469	16	0,532	22	1,881	77	883	8	62
29	0,485	15	0,554	23	1,804	72	875	8	61
30	0,500	15	0,577	24	1,732	68	866	9	60
31	0,515	15	0,601	24	1,664	64	857	9	59
32	0,530	15	0,625	24	1,600	60	848	9	58
33	0,545	14	0,649	26	1,540	57	839	9	57
34	0,559	15	0,675	25	1,483	55	829	10	56
35	0,574	14	0,700	27	1,428	52	819	10	55
36	0,588	14	0,727	27	1,376	49	809	10	54
37	0,602	14	0,754	27	1,327	47	799	10	53
38	0,616	13	0,781	29	1,280	45	788	11	52
39	0,629	14	0,810	29	1,235	43	777	11	51
40	0,643	13	0,839	30	1,192	42	766	11	50
41	0,656	13	0,869	31	1,150	39	755	11	49
42	0,669	13	0,900	33	1,111	39	743	12	48
43	0,682	13	0,933	33	1,072	36	731	12	47
44	0,695	12	0,966	34	1,036	36	719	12	46
45	0,707		1,000		1,000		707	12	45
	Cosinus		Cotangens		Tangens		Sinus		Winkel

Relatives Leitungsvermögen von wässerigen Lösungen bei 18° C auf Quecksilber von 0° C bezogen. Temperaturcoefficient (F. Kohlrausch).

Lösung	Gewichtstheile des wasserfreien Elektrolyts in 100 Gewichtstheilen Lösung											
	5	10	15	20	25	30	35	40	50	60	70	80
H_2SO_4	$19{,}5 \cdot 10^{-6}$	$36{,}6 \cdot 10^{-6}$	$50{,}8 \cdot 10^{-6}$	$61{,}1 \cdot 10^{-6}$	$67{,}1 \cdot 10^{-6}$	$69{,}1 \cdot 10^{-6}$	$67{,}8 \cdot 10^{-6}$	$63{,}6 \cdot 10^{-6}$	$50{,}5 \cdot 10^{-6}$	$34{,}9 \cdot 10^{-6}$	$20{,}2 \cdot 10^{-6}$	$10{,}3 \cdot 10^{-6}$
α	0,0121	0,0128	0,0136	0,0145	0,0154	0,0162	0,0170	0,0178	0,0193	0,0213	0,0256	0,0349
HNO_3	$24{,}1 \cdot 10^{-6}$	$43{,}1 \cdot 10^{-6}$	$57{,}3 \cdot 10^{-6}$	$66{,}5 \cdot 10^{-6}$	$72{,}0 \cdot 10^{-6}$	$73{,}4 \cdot 10^{-6}$	$71{,}9 \cdot 10^{-6}$	$68{,}6 \cdot 10^{-6}$	$59{,}0 \cdot 10^{-6}$	$48{,}0 \cdot 10^{-6}$	$37{,}0 \cdot 10^{-6}$	$25{,}0 \cdot 10^{-6}$
α	0,0150	0,0145	0,0140	0,0138	0,0138	0,0139	0,0143	0,0149	0,016	0,016	0,015	0,013
$CuSO_4$	$1{,}8 \cdot 10^{-6}$	$3{,}0 \cdot 10^{-6}$	$3{,}9 \cdot 10^{-6}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—
α	0,022	0,022	0,023	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$ZnSO_4$	$1{,}8 \cdot 10^{-6}$	$3{,}0 \cdot 10^{-6}$	$3{,}9 \cdot 10^{-6}$	$4{,}3 \cdot 10^{-6}$	$4{,}4 \cdot 10^{-6}$	$4{,}1 \cdot 10^{-6}$	$3{,}3 \cdot 10^{-6}$	—	—	—	—	—
α	0,023	0,023	0,023	0,024	0,026	0,030	0,040	—	—	—	—	—
$AgNO_3$	$2{,}4 \cdot 10^{-6}$	$4{,}4 \cdot 10^{-6}$	$6{,}4 \cdot 10^{-6}$	$8{,}1 \cdot 10^{-6}$	$9{,}9 \cdot 10^{-6}$	$11{,}6 \cdot 10^{-6}$	$13{,}1 \cdot 10^{-6}$	$14{,}6 \cdot 10^{-6}$	$17{,}3 \cdot 10^{-6}$	$19{,}6 \cdot 10^{-6}$	—	—
α	0,022	0,022	0,022	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	—	—

	Spec. Widerstand	Rel. Leitvermögen bei 0° C bezogen auf Quecksilber von 0° C	Temperaturcoefficient
Aluminium . . .	2940	32	0,039
Antimon	33600	2,8	0,039
Blei	18800	5,1	0,039
Cadmium	6580	14,3	0,037
Eisen, ausgeglüht .	9320	10,1	0,041
Kobalt, „ .	9040	10,4	—
Kupfer	1570	60,0	0,039
Nickel	11900	7,9	0,035
Platin	11300	8,3	0,038
Silber	1450	65,0	0,038
Wismuth	125000	0,75	0,035
Zink	5380	17,50	0,037
Zinn	12500	7,5	0,036
Platiniridium . .	25000	3,8	0,0126
Neusilber	28000	3,4	0,036
Nickelin	42000	2,2	0,03
Patentnickel . . .	31000	3,0	0,02
Specifischer Widerstand von Isolatoren.			
Glimmer	$0{,}084 \cdot 10^{21}$	—	—
Guttapercha . . .	$0{,}45 \cdot 10^{21}$	—	—
Schellak	$9{,}00 \cdot 10^{21}$	—	—
Ebonit	$28{,}00 \cdot 10^{24}$	—	—
Paraffin	$34{,}00 \cdot 10^{24}$	—	—

Aequivalentgewichte und elektrochemische Aequivalente der einzelnen Elemente *).

Element	Aequivalentgewicht	Elektrochemisches Aequivalent in Milligramm
Aluminium	9,01	0,093
Antimon	39,89 oder 23,92	0,414 oder 0,248
Arsen	24,97 „ 14,98	0,259 „ 0,156
Barium	68,45	0,711

*) L. Grunmach: Lehrb. d. mag. u. el. Maasseinheiten. S. 264.

Element	Aequivalentgewicht	Elektrochemisches Aequivalent in Milligramm
Blei	103,20	1,072
Brom	79,76	0,810
Cadmium	55,85	0,580
Calcium	19,95	0,207
Chlor	35,37	0,367
Chrom	26,22 oder 17.48	0,272 oder 0,182
Eisen	27,94 „ 18,63	0,290 „ 0,194
Gold	65,53	0,680
Iridium	48,12	0,500
Jod	126,54	1,314
Kalium	39,03	0,405
Kobalt	29,3 oder 19,53	0,304 oder 0,203
Kohlenstoff	2,99	0,031
Kupfer	31,59	0,328
Lithium	7,01	0,073
Magnesium	12,15	0,126
Mangan	27,4 oder 18,3	0,285 oder 0,190
Natrium	23,00	0,239
Nickel	29,3 oder 19,53	0,304 oder 0,203
Palladium	26,55	0,276
Platin	48,57	0,504
Phosphor	10,32 oder 6,19	0,107 oder 0,064
Quecksilber	199,8 „ 99,9	2,075 „ 1,037
Sauerstoff	7,98	0,083
Schwefel	15,99	0,166
Selen	39,43	0,409
Silber	107,66	1,118
Silicium	7,07	0,073
Stickstoff	4,67	0,048
Strontium	43,65	0,453
Tellur	62,50	0,649
Thallium	203,70	2,115
Wasserstoff	1,00	0,010
Wismuth	69,1 oder 41,46	0,718 oder 0,431
Zink	32,55	0,338
Zinn	59,40 oder 28,70	0,617 oder 0,298

Zahlen und Constanten.

$\pi = 3{,}14159$ $\qquad \log \pi = 0{,}49715$

$\pi^2 = 9{,}8696$ $\qquad \log (\pi^2) = 0{,}99430$

$\frac{1}{\pi} = 0{,}31831$ $\qquad \log \left(\frac{1}{\pi}\right) = 0{,}50285—1$

Basis der natürlichen Logarithmen $e = 2{,}71828$

$\log e = 0{,}43429.$

Factor zur Verwandlung von natürlichen Logarithmen in gewöhnliche

$\log e = 0{,}43429;$ $\qquad \log (\log e) = 0{,}63778—1.$

Factor zur Verwandlung von gewöhnlichen Logarithmen in natürliche

$\frac{1}{\log e} = 2{,}3026;$ $\qquad \log \left(\frac{1}{\log e}\right) = 0{,}36222.$

Die Grösse des Winkels, für welchen der Bogen gleich dem Halbmesser des Kreises ist

$\varphi = 57^\circ 2959 = 3437' 75.$

Ausdehnungscoefficient der Gase pro 1° C

$\alpha = 0{,}003665.$

1 Pferdekraft = 75 m/kg per Secunde.

1 Horse-power = 76 „ „ „

Sachregister.

A.

Accumulatoren 112, 243.
— von Faure 115.
— von Planté 113.
Aequipotentialfläche 187, 188.
Aequivalent, elektrochemisches 86, 190.
Aequivalente Länge 183.
— Widerstand 183.
Ampère, das 190.
Ampère'sche Gesetze, die Wirkung zweier stromdurchflossener Leiter betreffend 96, 97.
— Hypothese des Magnetismus 95.
Ampère'sches Gestell 97.
Ampèrewindungszahl 91.
Amylacetatlampe 277.
Anhang 272.
Anion 85.
Anode 85.
Arbeit 8.
— Einheit, Dimension der 13.
Arbeitseffect 19.
Astatisches Nadelpaar 155.
Aufstellung des Elektrodynamometers 209.
Ausbreitungswiderstand 188.
Axe, magnetische 54.

B.

Ballistisches Galvanometer 221.
— Messungsmethode 221.
Ballonelement 110, 243.
Beschleunigung 3.
— Tabelle der 4.
Berechnung von Capacitäten 258.
— von Inductionscoefficienten 271.
Bestimmung der gegenelektromotorischen Kraft einer Zersetzungszelle 239.
— des gegenseitigen Inductionscoefficienten 267.
— der Grösse der Ablenkung einer Galvanometernadel 218.
— von Inductionscoefficienten 259.
— des Widerstandes von Elektrolyten 174.
Bewegung 1.
— drehende 4.
— fortlaufende 1.
— gleichförmig beschleunigte 4.
Bifilarpendel 32.
Bifilarwickelung 133.
Brückencombination von Wheatstone 145.
Bunsen'sches Element 111, 243.
— — (Chromsäure) 242.

C.

Callaud'sches Element 243.
Calibriren eines Messdrahtes 183.
— eines Strommessers 222.

Calibriren eines Voltmeters 239.
Capacität 245.
— Berechnung von, aus den geometrischen Ausmessungen 258.
— Bestimmung der, nach Klemenčič und Himstedt 249.
— — nach Maxwell 250.
— Messung der, nach W. Siemens 251.
— Vergleichung mittelst der Wheatstone'schen Brücke 255.
— — nach de Sauty 255.
— — zweier 253.
Capacitätsbestimmungen 244.
Carcellampe 276.
C.G.S.-System 3.
Chemische Wirkung des galvanischen Stromes 85.
Chromsäureelement von Bunsen 242.
Clark'sches Normalelement 241.
Coefficient der gegenseitigen Induction 267.
— der Selbstinduction 261.
Coercitivkraft 70, 71.
Collector 125.
Compensationsmethoden 228.
— Poggendorff-Dubois-Reymond 228.
Compoundmaschinen 125, 128.
Condensator 245.
Coulomb, das 191.
Coulomb'sches Gesetz 54.

D.

Daniell'sches Element 109, 243.
Dämpfung einer Magnetnadel 105.
Dämpfungsfactor 219.
Dämpfungsverhältniss 219.
Dekrement, logarithmisches 219.
Diamagnetische Körper 65.
Dielektricitätsconstante 246.
— Tabelle der 246.
Dielektricum 245.
Differentialgalvanometer 143, 205.
Dimension der Arbeit 13, 19.
— des Arbeitseffectes 19.
— der Beschleunigung 4.
— der Geschwindigkeit 3.
— der Kraft 13.
— der Winkelbeschleunigung 7.
— der Winkelgeschwindigkeit 6.
Doppelbrücke von Thomson 162.
Drahtcalibrirung 183.
Drehungsmoment 20.
Dynamomaschinen 122.
Dyne 13.

E.

Einheit der Arbeit 19.
— des Arbeitseffectes 19.
— der Beschleunigung 4.
— der Capacität 247.
— des Drehungsmomentes 21.
— der Elektricitätsmenge 191.
— der elektromotorischen Kraft 261.
— der Geschwindigkeit 3.
— der Kraft 13.
— der Länge 3.
— der Lichtstärke 274.
— der magnetischen Masse 61.
— der Masse 3.
— des Selbstinductionscoefficienten 261.
— Siemens'sche 130.
— der Stromstärke 190.
— des Widerstandes 130.
— der Zeit 3.
Elektricität, Berührungs- 76.
Elektricitätsquellen 106.
Elektrische Capacität 245.
— Leitungsfähigkeit 78.
Elektrischer Widerstand 129.

Elektrochemisches Aequivalent 86, 190.
Elektrode 85.
Elektrodynamische Wirkungen elektrischer Ströme 96.
— Spannungsmessung 226.
Elektrodynamometer 99, 166, 207.
Elektrolyse 85.
Elektrolyt 85.
Elektromagnet 90, 92.
Elektrometer 223.
Elektromotorische Kraft der Polarisation 87.
— Gegenkraft 87.
— Kraft, Messung mit dem Torsionsgalvanometer 235.
— — Vergleichung nach der Clark'schen Methode 233.
— — — mit der Compensationsmethode 228.
— — — nach der Ohm'schen Methode 226.
— — — mit dem Universalgalvanometer 231.
— — — mit dem Universalwiderstandskasten 232.
— — Zahlenwerthe der, verschiedener Elemente 241 u. ff.
Element, galvanisches 76, 106, 241.
— Bunsen'sches 111, 242, 243.
— von Callaud 243.
— Chromsäure- von Bunsen 242.
— Clark'sches s. a. Normalelemente 241.
— Daniell'sches 109, 243.
— Fleming'sches s. a. Normalelemente 241.
— von Gaiffe 244.
— Grenet'sches 108, 242.
— Grove'sches 111, 243.
Element von Kittler s. a. Normalelemente 242.
— von Lalande 243.
— Leclanché'sches 107, 243.
— von Lessing s. a. Trockenelemente 244.
— Meidinger'sches s. a. Ballonelement 110, 243.
— Normal- 241.
— von Pabst 243.
— von Scrivanoff 244.
— Trocken- 108, 244.
— Weston'sches s. a. Normalelemente 242.
Elementarmagnete 93.
Elemente für Hilfsbatterien 242.
— mit einer Flüssigkeit 106, 242.
— mit zwei Flüssigkeiten 106, 243.
— Schaltung der 116 u. ff.
— secundäre 112.
Empfindlichkeit der Waage 215.
Energie, kinetische 15.
— potentielle 17.
— Princip der Erhaltung der 18.
Englische Normalkerze 275.
Erg, das 13.
Extrastrom 104, 260.

F.

Farad, das 247.
Faraday'sche Gesetze für die Elektrolyse 85, 86.
Feld, magnetisches 57.
Feldstärke, magnetische 60.
Flaschenelement von Grenet 108.
Fleming'sches Normalelement 241.
Flüssigkeitswiderstand, Bestimmung von 163.

Formirung von Accumulatorplatten 113.
Foucault'sche Ströme 105.

G.

Gaiffe's Element 244.
Galvanisches Element 76, 106, 241.
Galvanometer, ballistisches 221.
— Differential- 205.
— Empfindlichkeit des 204.
— Constante des 192.
— mit beweglicher Spule und fixen Magneten 206.
— Nadel, Bestimmung der Ablenkung einer 218.
— — — — nach der Multiplikationsmethode 220.
— — — — nach der Zurückwerfungsmethode 220.
— Spiegel- 202.
— Torsions- von Siemens und Halske 199, 235.
— Universal- von Siemens und Halske 155.
Gegenkraft der Selbstinduction 103.
— elektromotorische 87.
— — einer Zersetzungszelle, Bestimmung der 239.
Gegenseitiger Inductionscoefficient, Bestimmung des 267.
— — Vergleichung von 270.
Gesammtlichtstärke einer Lichtquelle 273.
Geschwindigkeit 1.
— Einheit der 2.
— Dimension 3.
— mittlere 2.
Gesetz, Ampère'sches 96, 97.
— Coulomb'sches 54.
— Faraday'sches 85, 86.
— Joule'sches 83.
— Kirchhoff'sche Gesetze 80, 81.
Gesetz, Lenz'sches 101.
— Ohm'sches 77.
Graduirung der Tangentenboussole 194.
Gramm 3.
Graphitwiderstände 136.
Grenet'sches Element 108, 242.
Grove'sches Element 111, 243.

H.

Hefner-Lampe 277.
Henry, das 261.
Hintereinanderschaltung der galvanischen Elemente 116.
Horizontalintensität einer Glühlampe 282.
Hysteresis, magnetische 70. 73.

I.

Inducirte elektromotorische Kraft 100.
Induction 99.
— coefficient, Bestimmung eines gegenseitigen 267.
— — Vergleichung von gegenseitigen 270.
— — — eines gegenseitigen, mit einem Selbstinductionscoefficienten 268.
— magnetische 65, 66.
— Magneto- 99.
— Selbst- 99.
— — Bestimmung des Coefficienten, durch Widerstand und Zeitmessung 262.
Induction, Selbst-, Bestimmung eines Coefficienten durch Capacitätsmessung 265.
— — Vergleichung zweier Coefficienten nach Maxwell 264.
— Volta- 99.

Inductionscoefficient, Berechnungsformeln der 271.
Inductionscurve 68.
Inductionsgesetze 99, 100.
Intensität des galvanischen Stromes 77, 189.
— — — Messung der 191 u. ff.
— des magnetischen Feldes, 57, 60.
— mittlere sphärische, der Lichtquelle 285.
Jonen 85.
Isolationsmessungen 176.
Isolationswiderstand 181.
Isolatoren 132.

K.

Kabel, Bestimmung des Isolationswiderstandes eines 179.
Kathode 85.
Kation 85.
Kerze, deutsche Paraffin- 276.
— englische Normal- 275.
Kette, galvanische 76.
Kilogrammeter 19.
Kinetische Energie 15.
Kirchhoff'sche Gesetze 80, 81.
— Messbrücke 150.
Kittler'sches Normalelement 242.
Klemmenspannung 80, 225.
Kombinirte Schaltung der galvanischen Elemente 119.
Kraft 8.
— Einheit, Dimentsion der 13.
— elektromotorische 76.
— inducirte elektromotorische 100.
— lebendige 15.
— magnetomotorische 65.
Kräftefaden 52.
Kräftepaar 21.
Kräftepolygon 10.
Kraftlinien 50, 56.
— zahl 57.
Kreis, Strom- 79.
Krüss'sche Anordnung des optischen Flammenmaasses 276.
Kupfervoltameter 213.

L.

Lalande'sches Element 243.
Länge, äquivalente 183.
— Einheit der 3.
Leclanché'sches Element 107, 243.
Leiter erster und zweiter Klasse 83.
Leitungsfähigkeit, elektrische 78.
Leitungsvermögen, Bestimmung des 186.
— specifisches 131.
Leitungswiderstand 77.
Lenz'sches Gesetz 101.
Lichteinheit, deutsche 276.
— englische 275.
— französische 276.
— Harcourt's 276.
— Hefner v. Alteneck's 277.
— Violle'sche 274.
— Zusammenstellung von verschiedenen 278.
Lichtstärke 273.
— Einheiten der 274.
Logarithmisches Dekrement 219.

M.

Magnet, Elektro- 90, 92.
— künstlicher 53.
— natürlicher 53.
Magnetische Axe 54.
— Induction 65.
— Hysteresis 70, 73.
— Permeabilität 65.
— Sättigung 68.
— Wirkung des elektrischen Stromes 65, 88.

Magnetisches Feld 57.
— Potential 58.
Magnetismus 53.
— remanenter 70, 71.
Magnetnadel, astatische 155.
Magnetoinduction 99.
Magnetomotorische Kraft 65.
Mance's Methode zur Bestimmung des inneren Widerstandes einer Batterie 170.
Mechanik 1.
Megohm 130.
Meidinger'sches Element 110, 243.
Messbrücke von Elliot 152.
— von Kirchhoff 150.
— von Wheatstone 145.
Messdraht, Calibirung eines 183.
— Widerstandsbestimmung mittelst des 160.
Methode, ballistische 221.
— zur Bestimmung der Ablenkung einer Galvanometernadel 218.
— von Clark zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft 233.
— Compensations-Poggendorff-Dubois-Reymond 228.
— der doppelten Wägung 215
— von Matthiessen und Hockin 160.
— von Maxwell, zur Vergleichung eines Selbstinductionscoefficienten mit einem gegenseitigen Inductionscoefficienten 268.
— Multiplications- 220.
— Ohm'sche, der Spannungsvergleichung 226.
— Substitutions- 137.
— Tarir- der Wägung 214.
Methode, Thomson'sche zur Bestimmung kleiner Widerstände 162.
— Thomson'sche zur Vergleichung zweier Capacitäten 257.
— Voltametrische- der Strommessung 210 u. ff.
— Zurückwerfungs- 220.
Methoden zur Bestimmung von Widerständen 137.
— der Messung von Capacitäten 244.
— — — von Inductionscoefficienten 259 u. ff.
— — — von Spannungen 223.
— — — von Stromstärken 189.
— — — von Widerständen 129.
— Null- 142.
Mikrofarad 247.
Mikrohm 130.
Mikrohm-cm 188.
Milliampère 190.
Mittlerer Querschnitt eines Leiters 187.
Moment des Kräftepaares 21.
— magnetisches 62.
— statisches 20.
Multiplicationsmethode 220.

N.

Nadelpaar, astatisches 155.
Nebeneinander (parallel)- schalten der galvanischen Elemente 117.
Nebenschluss, Anwendung eines, bei der Strommessung 195.
Nebenschluss, übergreifender 145.
Nebenschlussmaschinen 125, 127.
Neutrale Zone 53.

Niveauflächen 50, 59.
— Form der 59.
Nordpol 53.
Normalelemente 241.
— von Clark 241.
— von Fleming 241.
— von Kittler 242.
— von Weston 242.
Normalkerze, englische 275.
Nullmethoden 142.

O.

Oekonomie einer Glühlampe 283.
Ohm, das 130.
— internationales 130.
— legales 130.
Ohm'sche Methode der Vergleichung elektromotorischer Kräfte 226.
Ohm'sches Gesetz 77, 130.
Optisches Telephon 167.

P.

Pabst'sches Element 243.
Paraffinkerze, deutsche 276.
Parallelschaltung der galvanischen Elemente 117.
Paramagnetische Körper 65.
Peltier'sches Phänomen 120.
Pendel (mathematisches und physisches) 27.
Pentangasflamme 276.
Permeabilität 65.
Pferdekraft 19.
Photometer 278.
— von Bunsen 279.
— von Lambert und Rumford 278.
— von Lummer und Brodhun 281.
— von Ritchie 279.
— von Weber 279.
Photometrie 272.
Photometrien von Glüh- u. Bogenlampen 282.
Platineinheit, Violle'sche 274.
Polarisation 87.
Poldistanz 62.
Pole eines galvanischen Elementes 76.
— eines Magnets 53, 61.
Potential 35.
Potentialdifferenz 77.
Potential einer Kugel auf die Masseneinheit 41, 43, 45.
— eines Körpers auf sich selbst 49.
— magnetisches 58.
— zweier Kugeln auf einander 47.
Potentielle Energie 17.
Princip der Erhaltung der Energie 18.

Q.

Quadrant 261.
Quecksilbereinheit, Siemens'sche 130.
Querschnitt, mittlerer eines Leiters 187.

R.

Reductionsfactor, Bestimmung des 193.
— der Tangentenboussole 192.
Regel, Ampère'sche 89.
— — für die Richtung der Ablenkung einer Magnetnadel durch den elektrischen Strom 89.
Remanenter Magnetismus 70, 71.
Resultante der Kräfte 8.
Rheostat 132.
— Stöpsel 133.
Ringarmatur 124.

S.

Sättigung, magnetische 68.
Sättigungsgrenze 68.
Schaltungsweise der galvanischen Elemente 116.
Schwingungszeit eines Magnets 63.
— pendelnder Bewegungen 27.
Secohm, das 261.
Secundäre Elemente 112.
Selbstinduction 99, 103, 260.
Selbstinductionscoefficient 103, 261.
— Bestimmung des, durch Capacitätsmessung 265, 267.
— — durch Widerstands- und Zeitmessung 262.
— Vergleichung eines, mit einem gegenseitigen Inductionsofficienten nach Maxwell 268.
— Vergleichung zweier, nach Maxwell 264.
Serienmaschinen 125.
Serienschaltung der Elemente 116.
Siemens'sche Quecksilbereinheit 130.
Silbervoltameter 212.
Spannungsmessung mit dem Universalgalvanometer 231.
— mit dem Universalwiderstandskasten 232.
Spannungsmessungen 223.
— mittelst eines Strommessers 225.
Spannungsreihe 83.
Spannungsvergleichung, elektrodynamische 226.
Specifischer Widerstand 131.
— — magnetischer 66.
Specifisches Leitungsvermögen 131.
Spiegelgalvanometer 202.
Statisches Moment 20.
Stöpselrheostat 133.
Strom, elektrischer 76.
— Extra- 104, 260.
— Foucault'scher 105.
— Intensität 189.
— polarisirter 87.
Strommesser, Calibriren von 222.
Strommessung mit dem Spiegelgalvanometer 202.
— mittelst eines Nebenschlusses 195.
Strommessungen 189.
Stromstärke, Messen der, mittelst der Tangentenboussole 191.
— Messen mittelst einer elektromotorischen Kraft 197.
Substitutionsmethode der Widerstandsmessung 137.
Südpol 53.

T.

Tabelle der Beschleunigungen der Gravitation 4.
— der Dielektricitätsconstanten 246.
— der elektrochemischen Aequivalente der einzelnen Elemente 294.
— der Quadrate, etc. 289.
— zur Reduction des Barometerstandes auf 0° C 217.
— der relativen Leitungsvermögen von wässerigen Lösungen 293.
— der Spannkraft des Wasserdampfes bei verschiedenen Temperaturen 217.
— der Spannungsreihe 84.
— der specifischen Widerstände 294.
— der Trägheitsmomente verschiedener Körper 22.
— der trigonometrischen Zahlen 291.

Tabelle der verschiedenen Zahlen und Constanten 296.
Tangentenboussele 191.
— Graduirung der 194.
— Reductionsfactor der 192.
Tarirmethode der Wägung 214.
Telephon, optisches 167.
Temperaturcoefficient 131, 294.
Thermoelemente 119.
Thermoströme 119.
Thomson'sche Doppelbrücke 162.
— Methode zur Bestimmung kleiner Widerstände 162.
— Methode zur Vergleichung zweier Capacitäten 257.
Torsionsgalvanometer von Siemens und Halske 199, 235.
Torsionspendel 28.
Trägheitsmoment 20, 22.
Trockenelement 108, 243.
Trommelarmatur 125.

U.

Universalgalvanometer von Siemens und Halske 155.
Universalwiderstandskasten 149, 232.

V.

Vectordiagramm 9.
Verallgemeinerte Wheatstone'sche Brücke nach O. Fröhlich 172.
Vereinskerze, deutsche 276.
Vergleichung von gegenseitigen Inductionscoefficienten 270.
— zweier Capacitäten 253.
— — — nach de Sauty 255.
— — — mittelst der Wheatston'schen Brücke 255.
— — — nach W. Thomson 257.
Verzögerung 3.
Violle'sche Platineinheit 274.
Voltainduction 99.
Voltameter 86, 210.
— Kupfer- 213.
— Silber- 212.
— Wasser- 215.
Voltmeter, Calibriren eines 239.

W.

Waage, Empfindlichkeit der 215.
Wägung, Methode der doppelten 215.
— Tarirmethode 214.
Wärmewirkung des galvanischen Stromes 82.
Wasservoltameter 215.
Weber'sche Hypothese des Magnetismus 93.
— Photometer 279.
Weston'sches Normalelement 242.
Wheatstone'sche Brücke 145.
— — Verallgemeinerung nach O. Fröhlich 172.
Widerstand, aequivalenter 183.
— Bestimmung des, von Elektrolyten 174.
— — einer Flüssigkeit, nach der Methode von Kohlrausch 168.
— — mit Hilfe von Wechselströmen 165.
— — des Isolations- eines Kabels 179.
— — sehr kleiner 159.
— — nach der Mance'schen Methode 170.
— — nach der Matthiessen und Hockin'schen Methode 160.
— — nach der Methode von W. Thomson 162.
— — nach der Substitutionsmethode 137.

Widerstand, Bestimmung des äquivalenten mittelst unpolarisirbarer Elektroden 164.
— elektrischer 77, 78, 129.
— galvanischer Elemente 170.
— scheinbarer 261.
— specifischer Leitungs- 131.
Widerstandsänderung mit der Temperatur 181.
Widerstandsbestimmung einer Batterie 141.
— eines Galvanometers 140.
— — nach W. Thomson 182.
Widerstand eines Isolators 177.
Widerstandsbestimmung durch Strom- und Spannungsmessung 138.
Widerstandscapacität 169.
Widerstandskasten 134.
— als Wheatstone'sche Brücke 149.
Widerstandsmessapparat von Elliot 152.
— von Hartmann und Braun 153.
Winkelbeschleunigung 7.
Winkelgeschwindigkeit 5.
— Dimension der 6.
Winkelverzögerung 7.
Wirkung des polarisirten Stromes 88.
Wirkungen des elektrischen Stromes 76.

Z.

Zeitdauer eines Stromstosses 222.
Zeiteinheit 3.
Zone (neutrale eines Magnets) 53.
Zurückwerfungsmethode 220.
Zwischenlichtquellen 277.

In meinem Verlage sind ferner erschienen:

Handbuch

der

Schaltungsschemata

für

elektrische Starkstromanlagen.

---

275 Schaltungsschemata der Starkstromtechnik

nebst erläuterndem Text.

Für die Praxis bearbeitet

von

Ernst Hirschfeld

unter Mitwirkung von

Halvor Kittilsen,

Ingenieure.

Mit 110 lithographirten Tafeln.

In Leinwand gebunden mit Schutz-Enveloppe.

Preis Mark 20.

Louis Marcus Verlagsbuchhandlung in Berlin SW. 61
Tempelhofer Ufer 7.

Vorwort.

Das vorliegende Handbuch soll für den Fachmann, den projectirenden und ausführenden Ingenieur, den praktischen Elektrotechniker, den strebsamen Monteur und Maschinisten einerseits, den Besitzer einer grösseren elektrischen Anlage und den orientirungsbedürftigen Laien andererseits, besonders aber den Anfänger ein leicht fassliches und praktisches Nachschlagebuch sein, um sich über eine gerade geforderte Schaltung sofort klar werden zu können.

Daher bietet es nur in der Praxis gesammelte und erprobte Schaltungen.

Im Text sind, dem Zweck des Werkes entsprechend, alle höhere theoretische Vorkenntnisse erfordernden Erläuterungen, die das Werk viel zu compendiös gestaltet hätten, fortgelassen, zumal es in der technischen Litteratur eine ganze Zahl solcher für jeden Fall einschlägigen Lehrbücher giebt, um sich gewünschtenfalls genauer zu unterrichten; trotzdem hofft Verfasser, diejenigen Gebiete, auf denen ein gewisses Vorstudium immerhin nothwendig ist, soweit fasslich dargestellt zu haben, als dies bei der knappen Wahl des Textes dem Zwecke des Buches entsprechend nothwendig ist.

Dem Verfasser lag für die Abfassung des Handbuches der Gedanke zu Grunde, dass dies Werk, welches das erste derartige auf dem Gebiete der technischen Litteratur ist, seinen Zweck erfüllen und dem in die Praxis tretenden Fachmanne, an den immer höhere Anforderungen gestellt werden, ein lange entbehrtes Hilfsbuch für die tägliche Ausübung seines Berufes sein möge.

Gleichzeitig soll an dieser Stelle den betreffenden Fachgenossen und Firmen, sowie dem Verbande Deutscher Elektrotechniker, welche in liebenswürdigster Weise dem Verfasser Material zur Vervollständigung des Werkes zur Verfügung gestellt haben, Dank gesagt werden mit der Bitte, durch gütige weitere Zuschriften und Rathschläge eine eventuelle zweite Auflage zu einer noch vollkommeneren gestalten zu helfen.

Inhaltsverzeichniss.

I. Abschnitt. **Schaltungen der Dynamomaschinen und reinen Maschinenanlagen.** Gleich-, Wechsel- und Drehstrommaschinen; Maschinenanlagen für Gleich-, Wechsel- und Drehstrom mit einer und mehreren Maschinen in Hintereinander- und Parallelschaltung.

II. Abschnitt. **Schaltungen von Maschinenanlagen in Verbindung mit Accumulatorenbatterie.** Anordnung von Accumulatoren, Primärstationen mit Batterie, Batterien mit Einfach- und Doppelzellenschalter, Ladung mit Zusatzmaschine, Ladung in Reihen, Compoundmaschine in Verbindung mit Accumulatoren-Batterie, Parallelschaltung mehrerer Maschinen in Verbindung mit Batterie, Primärstationen als Dreileiteranlagen in verschiedenen Anordnungen mit Einfach- und Doppelzellenschalter mit und ohne Zusatzmaschinen.

Louis Marcus Verlagsbuchhandlung in Berlin SW. 61
Tempelhofer Ufer 7.

III. Abschnitt. **Schaltungen von Elektricitätswerken zur Abgabe von Strom für Licht- und Kraftzwecke.**

IV. Abschnitt. **Schaltungen von Ladestationen für Accumulatoren und Umformerstationen.** Ladestation, Drehstrom, Gleichstrom-Gleichstrom-, Wechselstrom-Gleichstrom-Drehstromumformung, Transformatoren für Dreh- und Wechselstrom, Transformatorenhäuschen, Anordnungen für Unterstationen.

V. Abschnitt. **Anordnung von Vertheilungsnetzen.** Fernleitungen von Gleich- und Drehstrom, Vertheilungsnetze für Zwei- und Dreileiteranlagen für Wechsel- und Drehstromnetze, Muster für Hausanschlüsse an städtische Centralen.

VI. Abschnitt. **Schaltungen von Motoren.** Motore für Gleich-, Wechsel- und Drehstrom für alle Verwendungszwecke, nebst Anschluss an das Leitungsnetz, Schaltung von Kran- und Bahnmotoren.

VII. Abschnitt. **Specielle Schaltungen in Beleuchtungsanlagen.** Schaltungen von Glühlampen, Bogenlampen für Gleich- und Wechselstrom, Effect- und Theaterbeleuchtungen etc.

VIII. Abschnitt. **Schaltungen für Kraftübertragungen auf weitere Entfernungen.** Spannungserhöher für Gleich- und Wechselstrom.

IX. Abschnitt. **Schaltungen verschiedener automatischer Apparate.** Automatische Beleuchtungsschalter, automatische Spannungsregulirung für Dynamomaschinen und Batterie, automatische Anlasser für Fahrstuhl- und Pumpenbetrieb, automatische Melder, Schalt- und Signalapparate und Stromunterbrecher.

X. Abschnitt. **Schaltungen von Mess-, Prüf-, Zähl-, Signal- und Sicherheitsapparaten.** Voltmeter, Ampèremeter, Wattmeter für Gleich- und Wechselstrom, elektrische Uhren, Fernmeldeapparate, Gleich-, Wechsel- und Drehstromzähler, Messbrücken und Messungen im stromlosen Netz und unter Spannung, Spannungsmelder, Sicherungsanordnung, Schutz gegen Drahtbrüche.

XI. Abschnitt. **Schaltungen von Strassenbahnwagen und Centralen.** Bahnwagen mit Oberleitung mit 1 und 2 Hauptstrommotoren mit und ohne Batterie, Nebenschluss- und Drehstrommotoren, Locomotiven, Centralen für Gleich- und Drehstrombetrieb.

XII. Abschnitt. **Schaltungen von Automobilwagen.** Schaltung von Motorwagen, elektrische Lenkvorrichtung, Gruppenschalter, elektrischer Bootscontroller.

XIII. Abschnitt. **Schaltungen für Schiffscentralen und Eisenbahnzugbeleuchtung.** Anlagen mit Compound- und Nebenschlussmaschinen, Accumulatorenanlagen, Zugbeleuchtung nach System Dick, Vicarino-Pollak und Stone.

XIV. Abschnitt. **Schaltungen für galvanoplastische und elektrochemische Anlagen.** Parallel- und Hintereinanderschaltung von Bädern ohne und mit Accumulatorbatterie mit Spannungsumformung, elektrische Schweissöfen und Calcium-Carbid-Gewinnung.

Louis Marcus Verlagsbuchhandlung in Berlin SW. 61
Tempelhofer Ufer 7.

Ferner:

Die

elektrotechnische Praxis.

Praktisches Hand- und Informationsbuch

für

Ingenieure, Elektrotechniker, Montageleiter, Monteure, Betriebsleiter und Maschinisten elektrischer Anlagen, sowie für Fabrikanten und Industrielle

in drei Bänden

gemeinverständlich bearbeitet und herausgegeben von

Fritz Förster,

Oberingenieur.

Louis Marcus Verlagsbuchhandlung in Berlin SW. 61
Tempelhofer Ufer 7.

I. Band:

Dynamo-elektrische Maschinen und Accumulatoren

mit 60 in den Text gedruckten Figuren.
Preis in Leinwand gebunden Mk. 4,50.

II. Band:

Elektrische Lampen und Elektrische Anlagen

mit 51 in den Text gedruckten Figuren.
Preis in Leinwand gebunden Mk. 6.

III. Band:

Ein- u. mehrphasige Wechselströme.

Mit vielen Abbildungen. — Erscheint Ende dieses Jahres.

Die hier angezeigten Werke sind durch alle Buchhandlungen im In- und Auslande oder aber auch durch die Verlagsbuchhandlung von

Louis Marcus, Berlin SW. 61, Tempelhofer Ufer 7,

gegen vorherige Einsendung des Betrages zu beziehen.

MAR 7 1939